

贝塞尔高斯光束经菲涅尔波带片产生特殊聚焦光强分布

刘 岚¹, 张海涛¹, 陈子阳², 吴逢铁²

- (1. 漯河医学高等专科学校, 河南 漯河 462002;
2. 华侨大学 信息科学与工程学院, 福建 厦门 361021)

摘要: 基于衍射光学方法, 研究了不同阶数的贝塞尔高斯光束经过环形菲涅尔波带片后, 在波带片的焦点附近所形成光强分布。入射光束为高阶贝塞尔高斯光束, 聚焦区域获得了空心光强分布, 入射光束的阶数越高, 空心尺寸越大; 菲涅尔波带片的数目越多, 空心长度越短。入射光束为零阶贝塞尔高斯光束, 在聚焦区域获得了针形光束和局域空心光束。这些具有特殊光强分布的光束在激光加工以及粒子囚禁等领域有着潜在应用价值。

关键词: 贝塞尔高斯光束; 菲涅尔波带片; 空心光束; 针形光束; 局域空心光束

中图分类号: O435.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2015)05-1491-05

Special intensity distribution by diffraction of Bessel-Gauss beams with Fresnel zone plate

Liu Lan¹, Zhang Haitao¹, Chen Ziyang², Wu Fengtie²

- (1. Luohe Medical College, Luohe 462002, China;
2. College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Xiamen 361021, China)

Abstract: Based on the diffraction optical theory, the intensity distribution in the vicinity of the focus of circular Fresnel zone plate formed by Bessel-Gauss beam was studied. Hollow beams were obtained near focus under the illumination of high order Bessel-Gauss beam, the width and the length of central hollow depended on the order of the beam and the number of plate zones. In general, the size of the dark hollow increased with increasing beam order, the length of the dark hollow decreased with increasing number of FZP. Needle beam and bottle beam can be produced under the illumination of zero order Bessel-Gauss beam. These beams with special intensity distribution may have potential applications in laser processing and trapping particles.

Key words: Bessel-Gauss beam; Fresnel zone plate; hollow beam; needle beam; bottle beam

收稿日期: 2014-09-05; 修订日期: 2014-10-10

基金项目: 国家自然科学基金(61178015, 11304104); 福建省科技创新平台计划(2012H2002); 泉州市科技重点项目(2014Z127)

作者简介: 刘岚(1981-), 女, 讲师, 硕士, 主要从事激光传输与光束变化的理论和技术方面的研究。Email: Liulan81@126.com

导师简介: 吴逢铁(1958-), 男, 教授, 博士, 主要从事光束传输与变换, 短脉冲技术及非线性光学等方面的教学与科研。

Email: fengtie@hqu.edu.cn

0 引言

1987 年, J. Durnin 教授首次提出了贝塞尔 (Bessel) 光束的概念, 并在实验中获得了这种新型光束^[1-2]。理想的贝塞尔光束在自由空间传输时, 光斑是不发散的, 因此这种光束也被称为无衍射光束。贝塞尔光束的中心光斑被阻挡后, 经过一定距离就可以恢复, 这就是贝塞尔光束的自重现特性^[3-4]。由于这些独特的性质, 贝塞尔光束成了近年来研究热点, 研究人员对贝塞尔光束的产生、传输与应用做了大量研究^[5-9]。菲涅尔波带片是一种常用的衍射光学元件, 因其在成像与聚焦等方面的应用和前景, 受到了广泛关注^[10-11]。注意到目前关于贝塞尔光束传输特性的研究中, 尚没有贝塞尔光束经过菲涅尔波带片聚焦后, 其聚焦场附近光强分布特性的研究报道。因此本文对此展开了研究, 重点研究了不同阶数的贝塞尔光束在波带片主焦点附近的光强分布, 并通过选择合适的光斑参量以及菲涅尔波带片获得了一些具有特殊光强分布的聚焦光斑。

1 理论分析

获得理想的贝塞尔光束需要无穷大的能量, 这在实验上是不能实现的, 因此研究中一般是加入一个高斯型的光强分布, 这种光束称为贝塞尔高斯光束, 其电场表达式为^[12]:

$$E^{(0)}(\rho, \theta) = J_m(\beta\rho) \exp\left(-\frac{\rho^2}{w^2}\right) \exp(im\theta) \quad (1)$$

式中: ρ 和 θ 为径向和角向坐标; w 为光斑大小; $J_m(x)$ 为一类 m 阶贝塞尔函数。从公式(1)可以看出, 当 m 不为零时, 入射光束具有螺旋型相位分布, 这种光束也被称为涡旋光束, 其中 m 为涡旋光束的拓扑荷数。

菲涅尔波带片分为振幅型和相位型两种, 文中采用的是奇数带透过偶数带不透过的圆对称振幅型菲涅尔波带片。即由一系列亮暗相间的同心圆环所构成的特殊光学元件, 如图 1 所示。

其中最内环的半径为 a , 从中间往外的各环半径为 $\sqrt{n}a$, n 为该环的数目, 最中间的环数为 $n=1$, 从中间往外环数依次增加, 总环数为 N 。菲涅尔波带片具有类似透镜的聚焦功能, 其主焦点的位置为 $f = a^2/\lambda$ 。除了主焦点之外, 在 $f/3, f/5, f/7$ 等位置还会出

现次级焦点, 次焦点的光强比主焦点的光强弱得多。

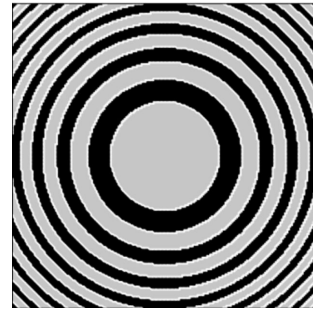


图 1 菲涅尔波带片

Fig.1 Fresnel zone plate

当衍射面与观察面之间的距离远大于衍射孔径和观察区线度时, 贝塞尔高斯光束经过菲涅尔波带片衍射后的电场可以表示为^[13]:

$$E(r, \varphi, z) = \left(\frac{ik}{2\pi z}\right) \exp(-ikz) \sum_{n=0}^{[N/2]} \int_0^{2\pi} \int_{\sqrt{2n}a}^{\sqrt{2n+1}a} J_m(\beta\rho) \cdot \exp\left(-\frac{\rho^2}{w^2}\right) \cdot \exp(im\theta) \times \exp\left\{-\frac{ik}{2z}[\rho^2 - 2\rho r \cos(\theta - \varphi) + r^2]\right\} \rho d\rho d\theta \quad (n=0, 1, 2, \dots) \quad (2)$$

式中: r, φ, z 为衍射场中某点的径向、角向和纵向坐标。

利用以下公式^[14]

$$\int_0^{2\pi} \exp(im\theta) \exp\left\{\frac{ik}{z} \rho r \cos(\theta - \varphi)\right\} d\theta = 2\pi i^m J_m\left(\frac{k\rho r}{z}\right) \exp(im\varphi) \quad (3)$$

则公式(2)可以进一步简化为:

$$E(r, \varphi, z) = \left(\frac{ik}{z}\right) i^m \exp(im\theta) \exp(-ikz) \exp\left(-\frac{ik}{2z} r^2\right) \times \sum_{n=0}^{[N/2]} \int_{\sqrt{2n}a}^{\sqrt{2n+1}a} J_m\left(\frac{k\rho r}{z}\right) J_m(\beta\rho) \exp\left(-\frac{\rho^2}{w^2}\right) \exp\left(-\frac{ik}{2z} \rho^2\right) \rho d\rho \quad (n=0, 1, 2, \dots) \quad (4)$$

衍射场中的光强分布, 可以通过以下式子计算得到:

$$I(r, \varphi, z) = E(r, \varphi, z) \times E^*(r, \varphi, z) \quad (5)$$

其中星号表示复共轭。从公式(4)、(5)可以看出, 衍射场的电场及光强分布与入射贝塞尔高斯光束的阶数 m 和光束参量 β , 以及菲涅尔波带片的环数有关, 利用公式(4)、(5)可以对贝塞尔高斯光束经过菲涅尔波带片衍射后的光强分布进行数值模拟, 在模拟中采用以下参量: $w=3\text{ mm}, \lambda=633\text{ nm}, a=0.5\text{ mm}$, 根据菲涅尔波带

片焦距的定义 $f=a^2/\lambda$, 可以计算得到其焦距为 0.395 m。在文中的分析中, 笔者研究的范围为 z 从 $0.8\sim 1.2f$, 即 $0.316\sim 0.474$ m, 满足公式(2)的适用条件。

2 数值计算

首先看一下入射光斑大小与菲涅尔波带片大小之间的关系。图 2 描绘了不同阶数的贝塞尔高斯光束的光强分布与菲涅尔波带片中三个特殊的环所对应的位置。图中的竖线从中心往外分别对应的是菲涅尔波带片的第 20, 40 和 60 个环所处的位置。从图中可以看出, 贝塞尔高斯光束的阶数 m 和光束参量 β 决定了其光强分布。当光束阶数 m 为零时, 其中心光强最大, 当 β 较小时, 其光强呈单环的高斯型分布; 当 β 较大时, 则光强为多环圆对称分布。而当 m 不为零时, 其中心光强为零。

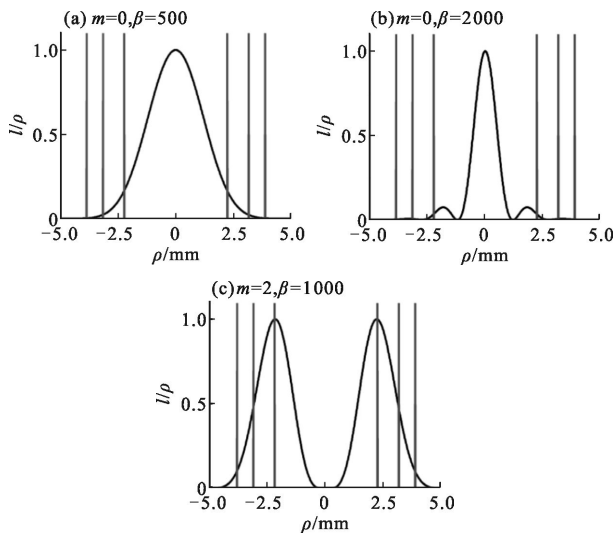


图 2 入射贝塞尔高斯光束的光强分布

Fig.2 Intensity distribution of Bessel-Gauss beam

不同阶数的贝塞尔高斯函数经过环数为 40 的菲涅尔波带片后焦点附近的光强分布如图 3 所示。当贝塞尔函数的参量 $\beta=1\ 000$ 时, 聚焦场中出现了在一定范围内保持不发散的空心光强分布。入射光和菲涅尔波带片都是圆对称结构, 在聚焦区域所获得是一种具有很好柱对称性的空心光强分布。光束中间空心区域的宽度和入射光束的拓扑荷数有很大的关系, 当光束的拓扑荷数越大, 所获得的中空区域也就越大。这主要是因为入射光束的空心大小随着光束的拓扑荷数的增加而逐渐增加, 因此如果要获得空心区域更大的聚焦光束, 可以进一步增加入射

光束的拓扑荷数。此外, 随着拓扑荷数的增加, 空心区域的长度也有所增加。

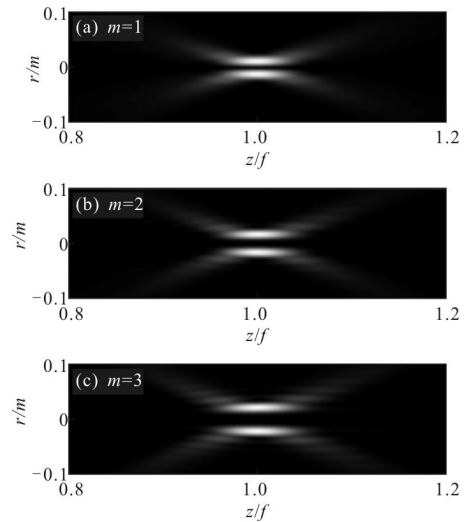


图 3 不同阶数贝塞尔高斯光束的入射光经过 40 个环的菲涅尔波带片衍射后, 在焦点附近的光强分布

Fig.3 Intensity distribution in the vicinity of focus of Fresnel zone plate formed by Bessel-Gauss beam

菲涅尔波带片的环数会对衍射结构产生重要的影响, 图 4 以拓扑荷数 $m=2$ 的光束为例, 研究了菲

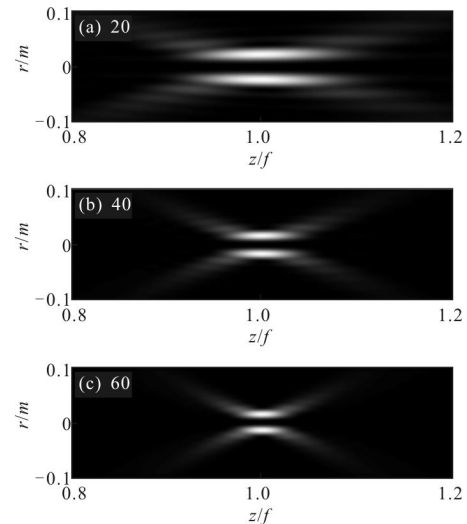


图 4 二阶贝塞尔高斯光束经菲涅尔波带片衍射后, 在焦点附近的光强分布

Fig.4 Intensity distribution in the vicinity of focus of Fresnel zone plate formed by 2th-order Bessel-Gauss beam

涅尔波带片的环数对聚焦场光强分布的影响。其中图 4(a)~(c)菲涅尔波带片的环数分别为 20, 40 和 60, 很显然, 随着菲涅尔波带片环数的增加, 空心区域的长度逐渐变短。图 4(a)中, 光强衰减为中心光强极大

值 20% 的位置为 $z=1.095f$, 图 4(b) 和 (c) 所对应的位置为 $z=1.043f$ 和 $1.03f$ 。此外, 随着环数的增加, 其空心区域的宽度有所减小。这是由于菲涅尔波带片的聚焦效应所引起的, 当环数越多, 波带片所对应的数值孔径越大, 因此导致了聚焦光斑的变小。可见, 通过控制波带片的数目可以有效地调控所获得空心区域的长度。

除了柱形空心光束外, 利用零阶贝塞尔高斯光束, 还产生了另外两种具有特殊光强分布的光束。图 5 为光束参量 $\beta=500$ 的零阶贝塞尔高斯光束, 经过不同环数菲涅尔波带片衍射后, 焦点附近的光强分布。从图中看出, 所获得的光束呈现中间较强而旁边较弱的狭长型聚焦光斑, 这种光强分布也称为“针形光斑”, 并且随着菲涅尔波带片数量的增加, 聚焦场的光斑也逐渐减小。与高阶贝塞尔高斯光束类似, 随着菲涅尔波带片数量的增加, 衍射效应变强, 因此聚焦区的光斑更小。通过对比入射光束的光强分布与菲涅尔波带片的结构发现, 当光束参量 $\beta=500$ 时, 在所选取的菲涅尔波带片的透光范围内, 入射光束仅包含了中心光斑, 即光束的光强呈现高斯分布, 因此聚焦区的轴上光强并不为零。

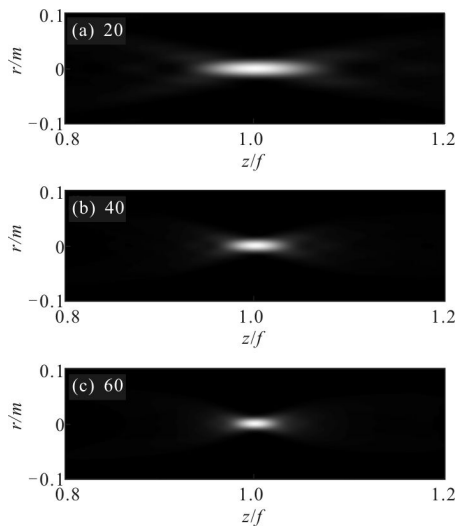


图 5 零阶贝塞尔高斯光束经菲涅尔波带片衍射后, 在焦点附近的光强分布

Fig.5 Intensity distribution in the vicinity of focus of Fresnel zone plate formed by zero-order Bessel-Gauss beam

图 6 描绘了光束参量 $\beta=2000$ 的零阶贝塞尔高斯光束经菲涅尔波带片衍射后, 在聚焦区域所形成的光强分布。从图中可以看出, 聚焦场产生了局域空

心光束。当波带片的环数为 20 时, 局域空心光束呈现圆柱形光强分布, 当波带片环数为 60 时, 光束呈椭球形光强分布。当光束参量 $\beta=2000$ 时, 此时所选取的菲涅尔波带片透光范围内, 除了中心光环外, 还包括外围的一个光环, 两个光环之间的干涉以及波带片的衍射效应造成聚焦场出现了局域空心(Bottle beam)光强分布。

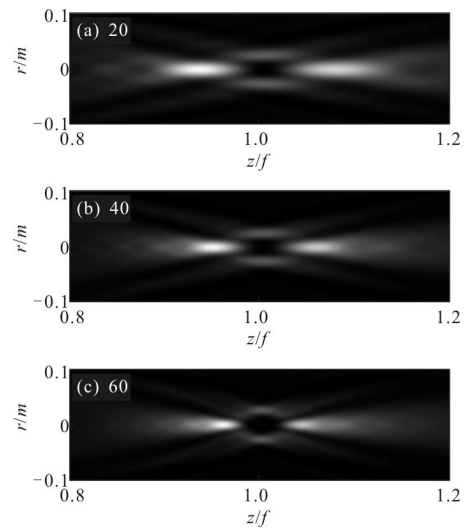


图 6 零阶贝塞尔高斯光束经菲涅尔波带片衍射后, 在焦点附近的光强分布

Fig.6 Intensity distribution in the vicinity of focus of Fresnel zone plate formed by zero-order Bessel-Gauss beam

3 结论

文中利用贝塞尔高斯光束经过环形菲涅尔波带片衍射, 在波带片的焦点附近区域获得了多种具有特殊光强分布的光束。利用高阶贝塞尔高斯光束, 在波带片的聚焦区域获得了空心光束, 考虑到入射光束与波带片的圆对称结构, 所获得光束呈现了柱形对称分布。入射光束的阶数越高, 光束空心尺寸越大; 菲涅尔波带片的数目越多, 光束长度越短, 因此可以通过光束的阶数和波带片的环数有效地控制所获得空心光束的大小。利用零阶贝塞尔高斯光束, 在波带片的聚焦区域获得了在一定范围内不发散的“针形光束”, 通过改变波带片的数目, 可以改变“针形光束”的长度。此外, 通过改变入射零阶贝塞尔高斯光束的光束参量, 还可以获得局域空心光束。对于不同条件下所获得特殊光强分布, 进行了相应的分析和解释。

参考文献:

- [1] Durnin J, Miceli J J, Eberly J H. Diffraction-free beams[J]. *Phys Rev Lett*, 1987, 58(15): 1499–1501.
- [2] Durnin J. Exact solutions for nondiffracting beams [J]. *J Opt Soc Am A*, 1987, 4(4): 651–654.
- [3] Litvin I A, McLaren M G, Forbes A. A conical wave approach to calculating Bessel-Gauss beam reconstruction after complex obstacles [J]. *Opt Commun*, 2009, 282(6): 1078–1082.
- [4] Zhang Qian'an, Wu Fengtie, Zheng Weitao, et al. Self-reconstructing properties of high-order Bessel-Gauss beam [J]. *Science in China: Series G*, 2011, 41(10): 1131–1137. (in Chinese)
张前安, 吴逢铁, 郑维涛. 高阶贝塞尔-高斯光束的自重建特性[J]. 中国科学: G辑, 2011, 41(10): 1131–1137.
- [5] Dudley A, Mhlanga T, Lavery M, et al. Efficient sorting of Bessel beams[J]. *Opt Exp*, 2013, 21(1): 165–171.
- [6] Fang Xiang, Wu Fengtie, Cheng Zhiming. Effects of incoherent monochromatic LED light source on formation of Bessel beam[J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(2): 0205001. (in Chinese)
方翔, 吴逢铁, 程治明. 非相干单色 LED 光源对贝塞尔光束形成的影响[J]. 光学学报, 2013, 33(2): 0205001.
- [7] Vasara A, Turunen J, Friberg A T. Realization of general nondiffracting beams with computer-generated holograms[J]. *J Opt Soc Am A*, 1989, 6(11): 1748–1754.
- [8] Fang Xiang, Jiang Xinguang, Wu Fengtie, et al. Design of incoherent light source LED for generating non-diffracting beams [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2013, 42(1): 159–162. (in Chinese)
方翔, 江新光, 吴逢铁, 等. 非相干 LED 白光产生无衍射光的光源设计[J]. 红外与激光工程, 2013, 42(1): 159–162.
- [9] Cheng Zhiming, Wu Fengtie, Zhang Qian'an, et al. New method of generating self-imaged optical bottle beams and particles captured [J]. *Acta Physica Sinica*, 2012, 61(9): 094201–094201. (in Chinese)
程治明, 吴逢铁, 张前安, 等. 自成像局域空心光束产生的新方法及其粒子俘获[J]. 物理学报, 2012, 61(9): 094201–094201.
- [10] Zhang Binzhi, Zhao Daomu. Square Fresnel zone plate with spiral phase for generating zero axial irradiance [J]. *Opt Lett*, 2010, 35(9): 1488–1491.
- [11] Alda J, Gonzalez F J. Polygonal Fresnel zone plates [J]. *J Opt A*, 2009, 11(8): 085707.
- [12] Gori F, Guattari G, Padovani C. Bessel-Gauss beams[J]. *Opt Commun*, 1987, 64(6): 491–495.
- [13] Collins S A. Lens-system diffraction integral written in terms of matrix optics[J]. *J Opt Soc Am*, 1970, 60(9): 1168–1177.
- [14] Gradshteyn I S, Ryzhik I M. Table of Integrals, Series, and Products[M]. US:Academic Press, 1980.