

基于用几何光学和米散射法的球形粒子前向散射特性 计算研究

张学海^{1,2}, 魏合理^{1,3}

- (1. 中国科学院安徽光学精密机械研究所 中国科学院大气成分与光学重点实验室,
安徽 合肥 230031; 2. 中国科学院大学, 北京 100049;
3. 中国科学技术大学 环境光学学院, 安徽 合肥 230031)

摘要: 分别用几何光学(GOM)、Lorenz-Mie 散射方法计算了 0.55 μm 波段球形粒子的散射特性, 并对两种计算方法的准确性进行了分析。研究了粒子尺度参数、折射率虚部对粒子 0° 散射相函数的影响。结果表明: 在粒子尺度参数大于 60 时, GOM 计算的球形粒子的散射特性与 Mie 非常接近。在粒子尺度参数小于 1 000 时, 两种方法得到的前向散射相函数与粒子尺度参数均成二次方关系, 且计算结果基本一致; 随着粒子尺度参数的增大, 前向散射与尺度参数之间将逐步失去二次方关系。当粒子尺度参数大于 10 000 时, 采用 GOM 方法得到的结果要比 Mie 散射方法的结果偏大; 当粒子尺度一定时, 0° 散射相函数与折射率虚部之间呈先增大后减小的规律。

关键词: 前向散射相函数; 复折射率; 尺度参数; Mie; GOM

中图分类号: O43; P40 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2015)05-1485-06

Forward scattering properties of spherical particles based on the geometrical optics method and Mie scattering

Zhang Xuehai^{1,2}, Wei Heli^{1,3}

- (1. Key Laboratory of Atmospheric Composition and Optical Radiation, Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031, China;
2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;
3. School of Environmental Sciences and Optoelectronic Technology, University of Science and Technology of China, Hefei 230031, China)

Abstract: The geometrical optics method (GOM) and Lorenz-Mie method were used to study the scattering properties of spherical particles at the wavelength of 0.55 μm , and the accuracy of the two methods were analyzed. The impacts of particle size parameter and the imaginary part of the refractive index on the forward scattering phase function of spherical particles were investigated. The results show that the scattering properties of spherical particles calculated by GOM and Mie are very close when the particle size parameter is greater than 60. When the particle size parameter is less than 1 000, the

收稿日期: 2014-09-05; 修订日期: 2014-10-03

基金项目: 国家自然科学基金(61077081)

作者简介: 张学海(1987-), 男, 博士生, 主要从事非球形粒子散射特性方面的研究。Email: zhangxuehai2012@163.com

导师简介: 魏合理(1965-), 男, 研究员, 博士生导师, 主要从事红外辐射大气传输、卷云红外辐射特性方面的研究。

Email: hlwei@aiofm.ac.cn

relationship of the forward scattering phase function with the particle size parameter can be described with a quadratic formula, and the results of GOM and Mie are identical with the increase of the particle size parameters, they gradually lose their quadratic relationships. When the particle size parameter is larger than 10 000, the GOM result is larger than that of Mie's result. For a particle size parameter, the forward scattering phase function firstly increases and then decreases with the imaginary part of refractive index.

Key words: forward scattering phase function; complex refractive index; size parameter; Mie; GOM

0 引言

大气气溶胶的尺度测量是大气气溶胶粒子光学特性及其对光电工程应用和辐射传输问题研究最重要的内容之一,虽然有空气动力学等方法测量粒子尺度,但利用光散射方法进行测量从大气光学研究的角度无疑极具吸引力,这方面的研究工作已经开展了很长时间,利用特定角的散射光能量与粒子尺度的关系,从测得的散射光能量来推出粒子尺度为基本原理,产生了多种类型的测量仪器^[1-5]。但是由于实际光路的限制和直射光的影响,在正前方(0°散射角)的散射测量不到,因而肯定会影响到测量结果的准确性。大气气溶胶粒子的折射率虚部是大气气溶胶吸收特性的一个重要参量。它决定了大气气溶胶在辐射和气候效应中的作用是加热还是冷却^[6]。而在实际大气中,由于气溶胶粒子化学成分的不同导致折射率虚部的变化范围相当大。文中通过分析特定角度(前向 0°散射角)的散射相函数,研究尺度参数和粒子性质对散射特性的影响,为提高实验的准确性提供理论基础。采用 Mie 散射和 GOM 方法,通过计算不同尺度参数和折射率虚部下粒子的散射相函数来讨论此问题。入射波长采用 0.55 μm 波段,折射率实部为 1.33。

1 研究方法

1.1 Lorentz-Mie 方法

对于一束平面线极化光照射到粒子上,球形粒子对光的散射吸收可以用 Lorentz-Mie 散射理论来处理(以下简称 Mie 理论),Mie 散射理论给出了球形粒子在远场条件下的散射场振幅 a_n 、 b_n 以及粒子内部电磁场振幅 c_n 、 d_n 的计算表达式,称为 Mie 散射系

数,具体形式为^[7-8]:

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{\psi_n'(y)\psi_n(x) - m\psi_n(y)\psi_n'(x)}{\psi_n'(y)\zeta_n(x) - m\psi_n(y)\zeta_n'(x)} \\ b_n &= \frac{m\psi_n'(y)\psi_n(x) - \psi_n(y)\psi_n'(x)}{m\psi_n'(y)\zeta_n(x) - \psi_n(y)\zeta_n'(x)} \\ c_n &= \frac{m[\psi_n'(x)\zeta_n(x) - \psi_n(y)\zeta_n'(y)]}{\psi_n'(y)\zeta_n(x) - m\psi_n(y)\zeta_n'(x)} \\ d_n &= \frac{m[\psi_n'(x)\zeta_n(x) - \psi_n(y)\zeta_n'(y)]}{m\psi_n'(y)\zeta_n(x) - \psi_n(y)\zeta_n'(x)} \end{aligned} \quad (1)$$

式中: x 为尺度参数, $x=2\pi a/\lambda$,且 $y=mx$, a 为球的半径, m 为微粒外部的相对折射率。 $\psi_n(x)$ 和 $\zeta_n(x)$ 分别为 Bessel 函数和 Hankel 函数。

1.2 几何光学法(GOM)

几何光学方法(以下简称 GOM)假定光线按直线传播,考虑的物理过程包括三部分,几何反射和折射以及夫琅和费衍射。几何光学原理适用于其尺度远大于入射光波长的粒子的光散射。为了避免常规几何光学的一系列缺点,Yang 和 Liou 等提出了一种改进的几何光学方法。这种方法将入射光的波前分成很多的碎波,并假设这些碎波在散射体内部沿直线传播,只有在散射体的表面传播的偏差由 Snell 定律确定。整体场由入射场和由于散射体存在而产生的散射场的线性叠加。然后通过严格的电磁场理论得到远场解。改进的几何光学方法的近似来自在散射体表面的计算,因而光波从近场到远场的传播的计算是准确的^[9-10]。

2 研究内容

2.1 GOM 和 Mie 对球形粒子散射特性计算结果的比较

图 1 是采用 GOM 和 Mie 散射方法计算的 0.55 μm 波段各光学散射参量(散射效率因子 Q_e 、单次散射反照率 w 、和不对称因子 g)随粒子尺度参数的变化

以及 GOM 计算的光学散射参量相对于 Mie 方法的计算误差,粒子复折射率 $m=1.33-i1.0e-5$ 。图中定义的尺度参数为: $x=2\pi r/\lambda$, 其中 r 为粒子半径, λ 为入射波长。从图中可以看出,采用 GOM 方法得到的消光效率因子在粒子小尺度参数范围内震荡起伏比较大,而采用 Mie 散射方法计算的结果起伏较小,随着粒子尺度参数的增大,两者都趋向于 2。

图 1 右边展示了两种方法计算的各个散射参量的相关误差,相对误差定义为:

$$(C_{Mie}-C_{GOM})/C_{Mie}\times 100\%$$

式中: C_{Mie} 代表采用 Mie 方法计算的散射参量, C_{GOM} 代表采用 GOM 方法计算的散射参量。通过相对误差的分析可以看出,在尺度参数小于 60 时,两种方法的消光效率因子和不对称因子的误差较大,当尺度参数大于 60 时,两者的误差较小,消光效率因子的误差在 10% 以内,而不对称因子和单次散射反照率的相对误差在 1% 以内。说明 GOM 可以用来以较高的精度计算大尺度参数($x>60$)粒子的光散射问题。

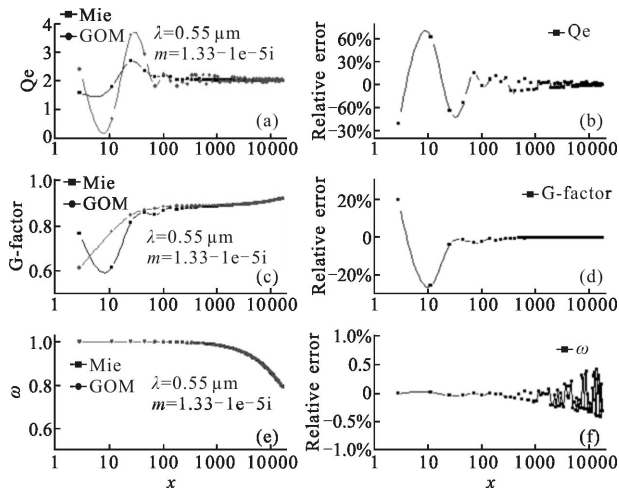


图 1 用 Mie 和 GOM 方法计算的球形粒子光学散射参量随粒子尺度参数变化及其相对偏差

Fig.1 Comparisons of several optical properties for spherical particles using Mie and GOM method, and relative error

图 2 是采用 GOM 和 Mie 散射方法计算的 0.55 μm 波段在 4 种粒子尺度的散射相函数, 粒子复折射率 $m=1.33-i1.0e-5$ 。从图中可以看出, GOM 计算的散射相函数在小尺度参数(图 2(a))时表现为震荡, 与 Mie 相比两者有一定的偏差; 而当粒子尺度参数较大时(图 2(b)、2(c)、2(d)), 除了 Mie 程序计算的散射相函数表现为快速振荡外, 两种方法计算的散射相

函数随散射角的变化非常一致, 说明 GOM 可以用来以较高的精度计算大尺度参数球形粒子的散射相函数。但对于较大的粒子前向很小散射角范围内的散射函数还是有一定的差别(见图 2(d))。

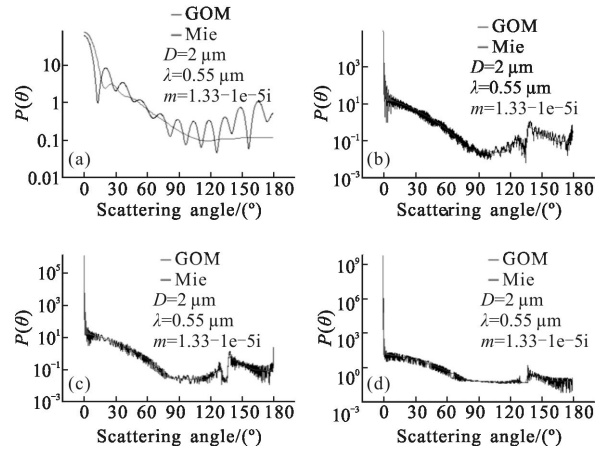


图 2 两种方法散射相函数随散射角的变化对比

Fig.2 Scattering phase function vs scattering angle using GOM and Mie

2.2 Mie 方法对球形粒子前向散射计算结果

图 3 是采用 Mie 散射方法计算的 0.55 μm 波段粒子 0° 角散射相函数与尺度参数之间的关系, 粒子复折射率 $m=1.33-i1.0e-5$ 。从图 3(a)可以看出, 当粒

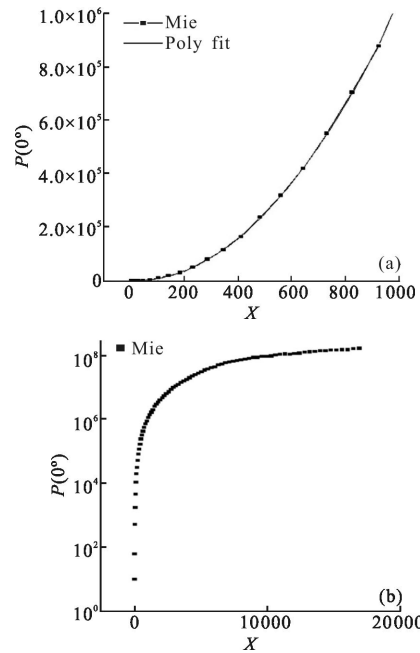


图 3 Mie 散射方法计算的 0.55 μm 波段球形粒子 0° 散射相函数与粒子尺度参数之间的关系

Fig.3 Forward phase function versus size parameter in the wavelength of 0.55 μm using Mie method

子尺度参数小于 1000 时,0°角散射相函数与粒子尺度参数近似成二次方增长关系。从图 3(b)可以看出,随着粒子尺度参数的增大,散射相函数与粒子尺度参数的关系发生变化,不再成二次方关系,而是趋于一定值。这表明在采用 Mie 散射方法计算粒子前向散射时,当粒子尺度参数小于 1000 时,可以简单地通过二次方函数关系来表示 0°角散射相函数。表 1 给出了 0°散射相函数与尺度参数的拟合参数。而当粒子尺度参数大于 10 000 时,Mie 散射方法计算的 0°散射相函数将趋于定值。对于大气中的气溶胶粒子,可见光波段尺度参数一般小于 1000,因此,前向散射计算可以用简单的二次拟合公式来描述,而不必采用繁琐的 Mie 程序计算。

图 4 是采用 Mie 散射方法计算的 0.55 μm 波段、六种折射率虚部的 0°散射相函数与粒子尺度参数的关系。可以看出折射率虚部只影响 0°散射相函数与尺度参数之间的系数,而不影响变化的趋势。

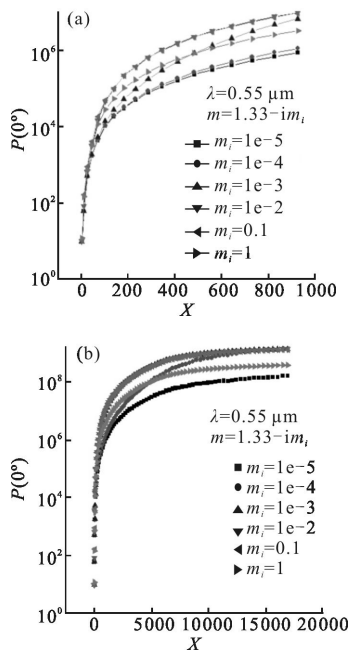


图 4 前向散射相函数与粒子尺度参数的关系
Fig.4 Forward phase function versus size parameter

图 5 是采用 Mie 散射方法计算的两种粒子尺度的 0°散射相函数与折射率虚部的关系,从图 5 中可以看出,粒子 0°散射函数与折射率虚部之间存在着一定的联系,当粒子折射率虚部增大时,散射相函数的值也随之缓缓增大,当达到一定值时,将不再增大,折射率虚部继续增大,则 0°散射相函数的值开

始减小,在折射率虚部为 0.01 处达到最大值。

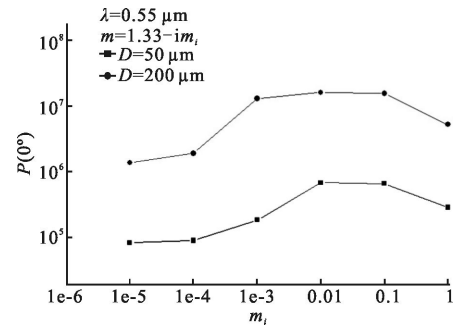


图 5 给定粒子大小的 0°散射相函数与折射率虚部的关系
Fig.5 Forward phase function versus the imaginary part of refractive index for the given dimensions

把不同折射率虚部的前向散射相函数随粒子尺度参数的关系式拟合成二次关系式,即:

$$P(0^\circ) = C_0 + C_1x + C_2x^2, (x < 1000)$$

拟合系数见表 1,拟合相关系数都大于 0.999。

表 1 0°散射相函数与尺度参数拟合参数
(Mie 散射方法)

Tab.1 Fitting coefficient of forward phase function and size parameter

m_i	C_0	C_1	C_2
$1e-5$	310.18	-22.47	1.05
$1e-4$	8 448.91	-183.44	1.52
$1e-3$	225 801.30	-4 303.15	12.04
$1e-2$	67 977.30	-1 997.44	13.87
0.1	65 019.26	-1 873.17	13.30
1	5 325.54	-237.13	4.15

2.3 GOM 方法对球形粒子前向散射计算结果

2.1 节说明了当粒子尺度参数大于 60 时,可以用 GOM 准确地计算球形粒子的散射特性,该节用 GOM 计算了球形粒子的前向散射相函数,并与 Mie 理论计算结果作了比较。图 6 是采用 GOM 方法计算的 0.55 μm 波段粒子 0°角散射相函数与尺度参数之间的关系,粒子复折射率。

从图 6(a)可以看出,当粒子尺度参数小于 1000 时,与前述 Mie 理论计算结果相似,前向散射相函数与粒子尺寸成二次方关系。随着粒子尺度参数的增大,散射相函数也增大,这与 Mie 散射结果略有差异,但增大的速度不再成二次方关系值。这表明在采

用 GOM 方法计算粒子前向散射时,当粒子尺度参数小于 1 000 时,也可以简单地用二次多项式表示球形粒子前向散射随粒子尺度参数的关系,不同折射率虚部的拟合参数见表 2。

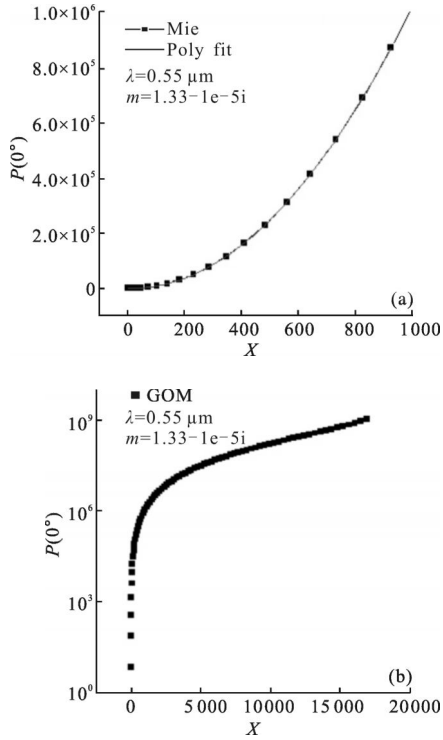


图 6 GOM 方法计算的前向散射函数与粒子尺度参数之间的关系
Fig.6 Forward phase function versus size parameters using GOM

表 2 0° 散射相函数与尺度参数拟合系数
(GOM 方法)

Tab.2 Fitting coefficient of forward phase function vs size parameters(GOM)

m_i	C_0	C_1	C_2
1e-5	794.82	-30.02	1.05
1e-4	9 053.63	-192.02	1.51
1e-3	229 505.51	-4 365.95	12.10
1e-2	62 006.27	-1 989.27	13.84
0.1	60 155.64	-1 888.13	13.33
1	3 420.94	-230.53	4.12

图 7 是采用 GOM 方法计算的 0.55 μm 波段下,六种折射率虚部的粒子尺度参数与前向散射相函数的关系。可以看出折射率只影响尺度参数与 0° 散射相函数之间的系数,而不影响变化的趋势。

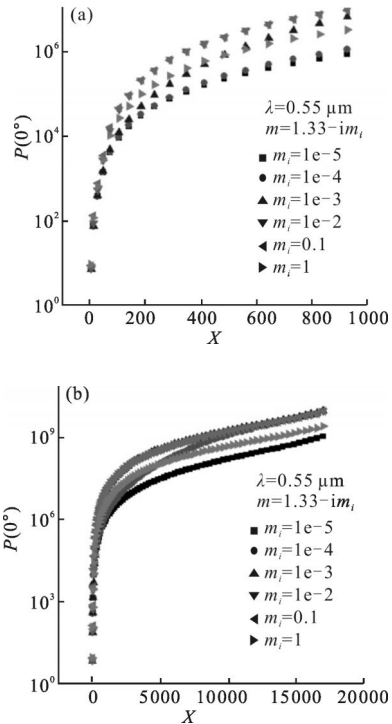


图 7 前向散射相函数与粒子尺度参数的关系
Fig.7 Forward phase function versus size parameter

从图 8 中可以看出与图 5 一样的现象,粒子 0°角散射函数与折射率虚部存在着一定的联系,当粒子折射率虚部增大时,0°散射相函数的值也随之增大,当达到一定值时,将不再增大,折射率虚部继续增大,则散射相函数的值略有减小。说明 0° 散射相函数与粒子尺度和折射率虚部确实存在着一定的关系。

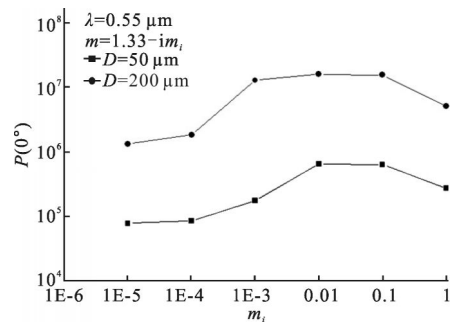


图 8 给定粒子大小的 0° 相函数与折射率虚部的关系
Fig.8 Forward phase function versus the imaginary part of refractive index for the given dimensions

表 2 给出了 x 小于 1 000 时 0° 散射相函数与尺度参数的拟合参数。通过表 1 和表 2 的对比,可以发现,采用 GOM 方法所得到的拟合参数与由 Mie 散射方法得到的拟合参数基本相等,这也说明了 GOM 方法在计算前向散射时的准确性。

图 9 比较了 Mie 和 GOM 计算的前向散射函数随尺度参数的变化。从图 9(a)可以看出,在尺度参数小于 1000 时,两者结果非常一致,0°相函数都与尺度参数成二次方关系,这也说明了 GOM 方法在计算粒子前向散射时的准确性。粒子尺度参数在 6000 以内,GOM 和 Mie 计算结果非常一致。随着粒子尺度参数的增加,两者的计算结果开始发生变化(见图 9(b)),Mie 计算结果趋向一个渐近值,而 GOM 随着随着粒子尺度参数的增加继续增加,说明 GOM 计算的散射能量更趋向于前向。

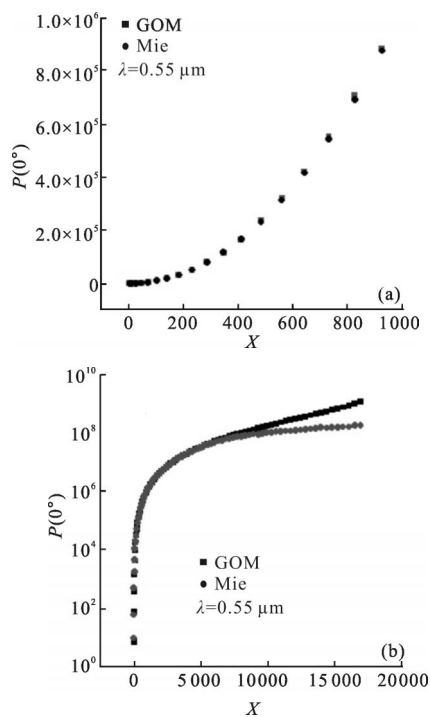


图 9 GOM 和 Mie 散射计算的 0°相函数

Fig.9 Forward phase function versus size parameter using Mie and GOM

3 结论

文中分别用 GOM 和 Mie 散射方法,计算了球形粒子在不同尺度参数下的散射特性,得到了以下结果:

(1) 两种计算方法所得出的粒子的散射特性基本一致,消光效率因子的相关误差保持在 10% 以内,单次散射反照率和不对称因子的相关误差保持在 1% 以内,当粒子尺度参数大于 60 时,可以用 GOM 计算球形粒子的散射特性。

(2) 当粒子的折射率虚部一定时,在尺度参数小

于 1000 的粒子范围内,GOM 和 Mie 计算的粒子的 0°散射相函数与尺度参数都符合二次方关系,两者的拟合系数基本一致。随着尺度参数的继续增加,不再符合二次方关系。

(3) 当尺度参数小于 6000 的粒子范围内,Mie 散射和 GOM 方法计算的 0°的散射相函数吻合的较好,随着粒子尺度再增大,GOM 计算的前向散射比 Mie 计算结果大。

(4) 当粒子的尺度参数一定时,随着折射率虚部的增加,粒子 0°散射相函数增强,当达到一定值时,散射相函数的值将会降低。即折射率虚部通过影响粒子的吸收而影响散射强度,进而改变散射相函数与粒子尺度参数的关系。

参考文献:

- [1] Rao R Z. Modern Atmospheric Optics [M]. Beijing: Science Press, 2012. (in Chinese)
- [2] Hodkinson J R, Greenfield J R. Response calculation with application to remote sensing of turbulence [J]. *Applied Optics*, 1965, 17: 3608–3612.
- [3] Li Li, Gao Zhiyun, Wang Xia, et al. Effects of forward-scattering of fog on range-gated imaging system[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2004, 33(6): 562–566. (in Chinese)
- [4] Li Hao, Sun Xuejin. Theoretical analysis on measurement error of forward scattering visibility meter [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2009, 38(6): 1094–1098. (in Chinese)
- [5] Sun Guozheng, Sun Qiang, Ren Zhibin. Analysis of the radius of microsphere particles based on Mie scattering theory [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2008, 34(4): 495–498. (in Chinese)
- [6] Yamamoto G, Tanaka M. Increase of global albedo due to air pollution[J]. *J Atmos Sci*, 1972, 29(8): 1405–1412.
- [7] Bohren C F, Huffman D R. Absorption and Scattering of Light by Small Particles[M]. New York: John Wiley, 1983.
- [8] Liou K N. An Introduction To Atmospheric Radiation[M]. 2nd ed. Beijing: China Meteorological Press, 2004. (in Chinese)
- [9] Yang P, Liou K N. Light scattering by hexagonal ice crystals: Comparison of finite-difference time domain and geometric optics models [J]. *Opt Soc Am A*, 1995, 12(1): 162–176.
- [10] Yang P, Liou K N. Geometric-optics-integral-equation method for light scattering by nonspherical ice crystals[J]. *Applied Optics*, 1996, 35: 6568–6584.