

基于旋转调制技术的高精度陀螺寻北仪

薛海建, 郭晓松, 周召发

(第二炮兵工程大学 兵器发射理论与技术国家重点学科实验室, 陕西 西安 710025)

摘要: 陀螺动态寻北算法目前普遍采用动态测试结合数据拟合的方法, 针对此方法处理动态测试数据存在去噪效果不强、数据存储运算量大的缺点, 提出一种基于互相关函数消噪的快速动态寻北方案, 推导了寻北原理公式。该方法先利用连续恒速的机械旋转将激光陀螺和加速度计的输出信号调制成一定频率的三角调幅波; 然后, 根据互相关函数同频相关, 不同频不相关的性质, 取两路相同频率的基准信号分别计算与陀螺和加速度计输出信号的互相关函数, 以消除惯性器件漂移和噪声对寻北精度的影响。仿真结果表明, 新算法可实现全姿态下的高精度陀螺寻北, 30 s 的方位角和姿态角误差小于 0.01° 。寻北实验结果表明, 该算法对惯性器件测量过程中的各类噪声有很好的抑制作用, 5 min 寻北标准差达到 $32.7''$, 基本满足高精度寻北的需求。

关键词: 寻北仪; 旋转调制; 激光陀螺; 互相关函数

中图分类号: U666.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2015)04-1323-06

High-precision gyro north finder based on rotation-modulation technology

Xue Haijian, Guo Xiaosong, Zhou Zhaofa

(State Key Discipline Laboratory of Armament Launch Theory and Technology,
The Second Artillery Engineering University, Xi'an 710025, China)

Abstract: Dynamic test data fitting method was widely used in Gyro dynamic north algorithm at present. In this study, rapid dynamic north method based on cross-correlation function was presented to overcome the shortcomings of the weak denosing effect and large amount of data in dynamic test data fitting method and to deduce find north principle formula. This method firstly modulated the output signal of a ring laser gyro and accelerometer to create a certain frequency triangular amplitude modulation wave by continuous constant speed rotation. Then, calculated the cross-correlation function of two lines with the same frequency reference signal and the output signal of gyro and accelerometer separately, based on the nature of the cross-correlation function associated with the frequency, which to eliminate the accuracy effect of find north by inertial device drift and noise. The simulation results show that the new algorithm can realize all-attitude north finding in high precision and the error of azimuth angle and attitude angle is less than 0.01° after 30 s find north. The experiment on the north-finder results indicates that this algorithm can effectively restrain all kinds of noise in the measurement process of inertial devices, and

收稿日期: 2014-08-11; 修订日期: 2014-09-03

基金项目: 国家自然科学基金(41174162)

作者简介: 薛海建(1986-), 男, 博士生, 主要从事定位定向与基准传递方面的研究。Email: xhaijian2012@126.com

导师简介: 郭晓松(1957-), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事定位定向技术、光电瞄准技术等方面的研究。Email: gxs202@126.com

the standard deviation is about 32.7" for 5 min, which can basically satisfy the requirement of high precision north-finding.

Key words: north finder; rotating modulation; ring laser gyro; cross-correlation function

0 引言

陀螺寻北仪是一种能在静态下全天候自动指示方位的高精度惯性仪表,在军事和民用领域都有广阔的应用前景。目前,寻北仪普遍采用二位置寻北法^[1-3]、四位置寻北法^[4-5]和多位置寻北法^[6-7]。动态寻北算法是一种新的惯性定位方法^[8-11],目前尚处于探索阶段且倍受国内外研究学者的重视,它是指惯性测量单元以恒定的角速度连续旋转,同时采集陀螺仪敏感轴数据和两个加速度计数据来解算出偏北方位角的方法。相比于传统的静态寻北法,它利用连续恒速的机械旋转使陀螺输出信号受到周期性调制,再结合适当的解算方法,可有效地抑制陀螺漂移,显著缩短寻北时间,提高寻北精度。

动态寻北算法目前普遍采用动态测试结合数据拟合方法进行寻北^[12-13],针对该方案存在的陀螺输出信噪比低、数据存储运算量大等问题,文中提出了基于互相关函数的寻北方案。相比于数据拟合方法,互相关函数算法是一种非常适合动态测试数据处理的方法,具有运算速度快、数据存储量小等优点,可有效抑制陀螺和加速度计输出信号的各种噪声,也不存在传统 IIR/FIR 滤波的相位滞后问题。仿真实验结果表明:新算法对惯性器件测量过程中的各类噪声都有很好的抑制作用,可实现全姿态下的高精度陀螺寻北,30 s 的方位角和姿态角进入 0.01° 误差带。寻北实验结果表明:5 min 的寻北标准差达到 32.7",基本满足高精度寻北的需求。

1 寻北原理

设惯性坐标系(*i*系):其原点取在地球的中心*O*,*z_i*轴沿地球的极轴并指向北极,*x_i*轴和*y_i*轴在赤道平面内,但不参与地球的自转,*x_i*、*y_i*和*z_i*三轴组成右手直角坐标系;地理坐标系(*n*系):其原点取地球表面的某点,*ON*(*Ox_n*)轴指北,*OW*(*Oy_n*)轴指西,*OT*(*Oz_n*)轴指天,惯性坐标系与地理坐标系之间的方位关系如图 1 所示。

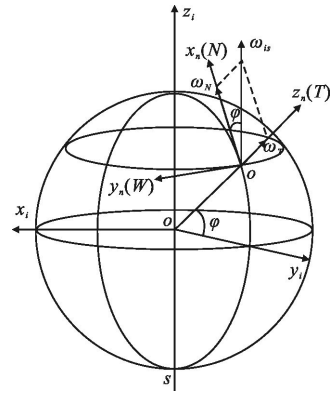


图 1 惯性坐标系与地理坐标系之间的方位关系

Fig.1 Position relation between inertial coordinate system and geographical coordinate system

台体坐标系(*b*系):地理坐标系与台体坐标系之间的方位关系如图 2 所示,初始时与地理坐标系重合,寻北仪台体的姿态角 α 、 θ 、 γ 分别表示方位角、俯仰角和横滚角,它表示 *n* 系先以角速度 $\dot{\alpha}$ 绕 *z_n* 轴旋转角 α 到坐标系 *Ox₁y₁z₁*,然后再分别以角速度 $\dot{\theta}$ 和 $\dot{\gamma}$ 绕 *y₁* 和 *x₁* 轴旋转 θ 和 γ 角得到 *b* 系;惯性测量坐标系(*m*系):*x_m* 轴与陀螺的 *x* 测量轴重合,*y_m* 轴与陀螺的 *y* 测量轴重合,*z* 轴指向旋转轴。

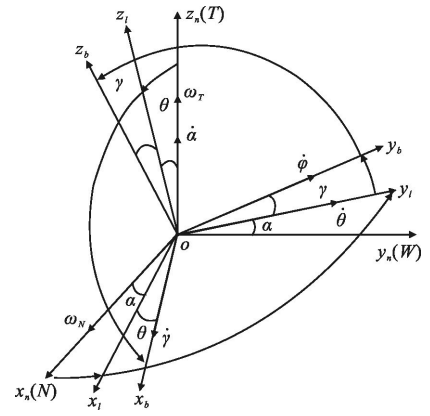


图 2 地理坐标系与台体坐标系的相对关系

Fig.2 Relative relationship between the geographical coordinate system and the turntable coordinate system

地理坐标系到陀螺载体坐标系的转换矩阵为:

$$C_n^b = \begin{bmatrix} \cos\alpha\cos\theta & \sin\alpha\cos\theta & -\sin\theta \\ \cos\alpha\sin\theta\sin\gamma - \sin\alpha\cos\gamma & \sin\alpha\sin\theta\sin\gamma + \cos\alpha\cos\gamma & \cos\theta\sin\gamma \\ \cos\alpha\sin\theta\cos\gamma + \sin\alpha\sin\gamma & \sin\alpha\sin\theta\cos\gamma - \cos\alpha\sin\gamma & \cos\theta\cos\gamma \end{bmatrix} \quad (1)$$

当惯性测量单元相对台体以 Ω 的转速旋转时, 惯性测量坐标系相对于台体坐标系的转换矩阵为:

$$C_b^m = \begin{bmatrix} \cos\Omega \cdot t & \sin\Omega \cdot t & 0 \\ -\sin\Omega \cdot t & \cos\Omega \cdot t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

地球重力加速度在地理坐标系下表示为:

$$f^n = [0 \ 0 \ -g]^T \quad (3)$$

地球自转角速度为在地理坐标系下表示为:

$$\omega_{ie}^n = [\omega_{ie}\cos L \ 0 \ \omega_{ie}\sin L]^T \quad (4)$$

台体各轴的比力为:

$$f^b = C_n^b f^n = [g\sin\theta \ -g\cos\theta\sin\gamma \ -g\cos\theta\cos\gamma]^T \quad (5)$$

设两只加速度计测量值分别为 g_1, g_2 , 则可得:

$$\begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_x^m \\ g_y^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\Omega \cdot t & \sin\Omega \cdot t & 0 \\ -\sin\Omega \cdot t & \cos\Omega \cdot t & 0 \end{bmatrix} f^b = \begin{bmatrix} g\sin\theta\cos(\Omega \cdot t) - g\cos\theta\sin\gamma\sin(\Omega \cdot t) \\ -g\sin\theta\sin(\Omega \cdot t) - g\cos\theta\sin\gamma\cos(\Omega \cdot t) \end{bmatrix} \quad (6)$$

以上各式中: ω_{ie} 为地球自转角速度; L 为当地纬度; g 为重力加速度值。台体相对地球无运动, 当惯性测量单元相对台体以 Ω 的转速旋转时, 台体各轴的角速度为:

$$\omega^b = C_n^b \omega_{ie}^n = \begin{bmatrix} \omega_{ie}\cos L\cos\alpha\cos\theta - \omega_{ie}\sin L\sin\theta \\ \omega_{ie}\cos L(\cos\alpha\sin\theta\sin\gamma - \sin\alpha\cos\gamma) + \omega_{ie}\sin L\cos\theta\sin\gamma \\ \omega_{ie}\cos L(\cos\alpha\sin\theta\cos\gamma + \sin\alpha\sin\gamma) + \omega_{ie}\sin L\cos\theta\cos\gamma \end{bmatrix} \quad (7)$$

则陀螺 X 敏感轴感测的角速度为:

$$\omega_x^m = (\omega_{ie}\cos L\cos\alpha\cos\theta - \omega_{ie}\sin L\sin\theta)\cos(\Omega \cdot t) + [\omega_{ie}\cos L(\cos\alpha\sin\theta\sin\gamma - \sin\alpha\cos\gamma) + \omega_{ie}\sin L\cos\theta\sin\gamma]\sin(\Omega \cdot t) \quad (8)$$

这就是陀螺输出的表达式, 它与台体的航向角、姿态角、陀螺敏感轴相对台体的旋转角及当地的地理纬度有关, 其中, 姿态角可根据加速度计的测量值利用公式(5)、(6)计算得到。显然, 理想情况下陀螺的输出

被调制成了一个频率为 $f_t = \Omega/2\pi$ 的周期信号。

2 算法

在不考虑安装误差的情况下, 陀螺和加速度计的实际输出信号可表示为:

$$\omega_x(t) = \omega_x^m + \omega_0 + \omega_f + \varepsilon \quad (9)$$

$$g(t) = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{bmatrix} + g_0 + g_f + \xi \quad (10)$$

式中: ω_0, g_0 分别是陀螺和加速度计输出中的常值漂移部分; ω_f, g_f 分别是陀螺和加速度计输出中频率不为 f_t 的异频噪声分量, 如外界人员走动产生的脉冲噪声、连续旋转过程中产生的较为普遍的谐波噪声等; ε, ξ 分别是陀螺和加速度计输出的随机噪声。

根据互相关函数同频相关, 不同频不相关的性质, 可取两路频率为 f_t 的基准信号: $f_1(t) = \cos(\Omega \cdot t)$, $f_2(t) = \sin(\Omega \cdot t)$, 然后分别计算这两路基准信号与陀螺输出 $\omega(t)$ 的互相关函数:

$$A = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T f_1(t) \omega_x(t) dt = \frac{1}{2} (\omega_{ie}\cos L\cos\alpha\cos\theta - \omega_{ie}\sin L\sin\theta) \quad (11)$$

$$B = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T f_2(t) \omega_x(t) dt = \frac{1}{2} [\omega_{ie}\cos L(\cos\alpha\sin\theta\sin\gamma - \sin\alpha\cos\gamma) + \omega_{ie}\sin L\cos\theta\sin\gamma] \quad (12)$$

同理, 分别计算两路基准信号与加速度计输出 $g(t)$ 的互相关函数可得:

$$C = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T f_1(t) g(t) dt = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} g\sin\theta \\ -g\cos\theta\sin\gamma \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$D = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T f_2(t) g(t) dt = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -g\cos\theta\sin\gamma \\ -g\sin\theta \end{bmatrix} \quad (14)$$

可以看出, 当 T 取足够长时, 处理后陀螺和加速度计输出中的常值漂移部分、异频噪声分量以及随机噪声均趋于零, 只保留了频率为 f_t 的有用信号部分。联立公式(11)、(12)可得:

$$\alpha = \arctan \left[\frac{(2B - \omega_{ie}\cos L\cos\alpha\sin\theta\sin\gamma - \omega_{ie}\sin L\cos\theta\sin\gamma)\cos\theta}{-(2A + \omega_{ie}\sin L\sin\theta)\cos\gamma} \right] \quad (15)$$

式中的姿态角 θ 、 γ 可由公式(13)、(14)利用加速度计的测量值精确计算得到。特殊地,当 $\theta=\gamma=0$,系统处于水平状态时,方位角为:

$$\alpha = \arctan(B/A) \quad (16)$$

系统在非水平状态下时, A 、 B 的值可以通过公式(11)、(12)处理陀螺输出数据得到,方位角可以利用迭代法进行求解,迭代的起始值可取 $\alpha = \arctan(B/A)$,经过若干次迭代后即可精确求得方位角 α 。

在计算机上该算法也能非常简便地加以实现,在实际运算过程中,只需在若干个整周期内对陀螺和加速度计的输出信号进行均匀采样,取离散点信号与两路基准信号的互相关函数即可:

$$\begin{cases} A = \frac{1}{N \cdot n} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^n \omega_{k,l} \cos\{\Omega \cdot [(k-1) \cdot n + l] \cdot T_s\} \\ B = \frac{1}{N \cdot n} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^n \omega_{k,l} \sin\{\Omega \cdot [(k-1) \cdot n + l] \cdot T_s\} \\ C = \frac{1}{N \cdot n} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^n g_{k,l} \sin\{\Omega \cdot [(k-1) \cdot n + l] \cdot T_s\} \\ D = \frac{1}{N \cdot n} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^n g_{k,l} \cos\{\Omega \cdot [(k-1) \cdot n + l] \cdot T_s\} \end{cases} \quad (17)$$

式中: N 为测量周数; n 为每周所测量的数据数; $T_s = 2\pi / (n \cdot \Omega)$ 为采样时间; $\omega_{k,l}$ 、 $g_{k,l}$ 分别为陀螺和加速度计输出信号第 k 周的第 l 个采样值; $\cos\{\Omega \cdot [(k-1) \cdot n + l] \cdot T_s\}$ 和 $\sin\{\Omega \cdot [(k-1) \cdot n + l] \cdot T_s\}$ 是由计算机生成的两路基准信号序列。可以看出,在计算机上这只是一个简单的代数运算过程,计算量小,实时性高,具有运算速度快、数据存储量小等优点。

3 仿真与寻北实验

对上述新算法进行仿真验证,仿真过程中,设 $\Omega = 120$ ($^\circ$)/s, $\alpha = 40^\circ$, $\theta = 10^\circ$, $\gamma = 12^\circ$ 。陀螺常值漂移为 0.1 ($^\circ$)/h,陀螺随机漂移为 0.03 ($^\circ$)/h;加速度计零偏为 $10^{-4} g$,加速度计输出白噪声为 $5 \times 10^{-5} g$ 。根据已知量 $g = 9.78 \text{ m/s}^2$, $\omega_{ic} = 7.29 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$, $L = 32.27^\circ$,建立载体匀速转动运动模型,并根据公式(6)和(8)分别模拟加速度计和陀螺的实际输出,对加速度计和陀螺分别与两路基准信号根据公式(11)~(14)进行积分,实际计算过程中根据公式(17)进行离散化处理,最后根据公式(13)~(15)计算获得 α 、 θ 、 γ 。

图 3 所示为方位角的仿真计算过程,经过若干次迭代以后,方位角可以高精度地计算出来,有效抑

制输出信号各类噪声。从图中可以看出,一般 15 次左右的迭代即可保证方位角计算达到稳定。

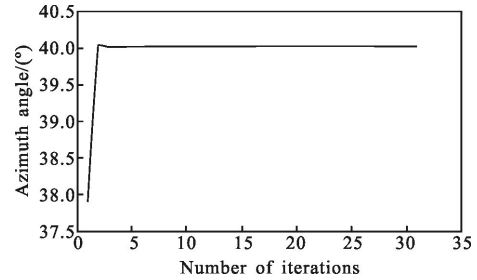


图 3 方位角的仿真计算过程

Fig.3 Simulation calculation process of azimuth angle

图 4 所示为三个姿态角误差的收敛过程,图 4(a)为全局收敛过程,图 4(b)是对图 4(a)的局部放大所给出的收敛过程。从图中可以看出,三个姿态角在 30 s (10 个周期) 左右即基本达到稳定值,且 30 s 以后的方位角和姿态角误差均小于 0.01° 。表 1 所示为三个姿态角 90 s 的仿真计算结果。

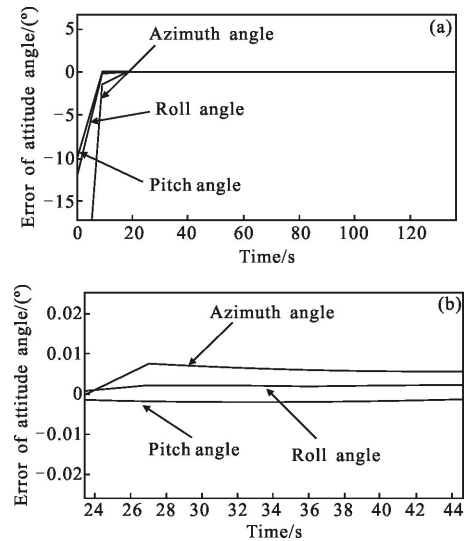


图 4 姿态角误差曲线

Fig.4 Error curve of attitude angle

表 1 仿真计算结果

Tab.1 Simulation calculation results

Attitude angle	Calculation results
α ($^\circ$)	40.006 3
θ ($^\circ$)	10.005 9
γ ($^\circ$)	12.005 4

为验证以上仿真分析,选用国防科学技术大学

自主研制的90型二频机械抖动激光陀螺进行寻北实验,陀螺的零偏稳定性和重复性均优于 $0.005(^{\circ})/h$,随机游走系数不大于 $0.0015(^{\circ})/\sqrt{h}$,寻北时间为5min。对此激光陀螺寻北仪样机在同一位置进行7次寻北实验,分别使用最小二乘法和文中算法进行寻北解算,并记最小二乘法计算结果为 M_1 ,文中算法寻北计算结果为 M_2 ,所得寻北实验结果如表2所示。

表2 寻北实验结果

Tab.2 Results of north-finding experiments

Number	M_1	M_2
1	41°8'9"	41°7'31"
2	41°6'28"	41°6'49"
3	41°7'12"	41°7'3"
4	41°6'35"	41°6'4"
5	41°6'13"	41°6'17"
6	41°7'44"	41°7'13"
7	41°5'51"	41°6'18"
Mean value	41°6'53"	41°6'45"
Standard deviation/ σ	50.2"	32.7"

由表2可以看出:文中基于互相关函数的寻北解算方法比最小二乘法的计算结果精密度高,尽管同一位置多次寻北的均值基本一致,但寻北标准差由50.2"缩小到32.7"(1 σ),明显高于最小二乘法的寻北精度。

4 结论

针对动态测试结合数据拟合方法进行寻北存在陀螺输出信噪比低、数据存储运算量大的现实问题,文中提出了基于互相关函数的寻北方案,易于计算机实现且可有效消除惯性器件漂移和各类噪声对寻北精度的影响。设计了基于旋转调制技术的高精度陀螺寻北模型,推导了寻北解算公式,理论上可以实现全姿态寻北。仿真结果表明:该模型能够实现精确的全姿态寻北,30s后的寻北和姿态角解算进入 0.01° 误差带。

在对寻北数据进行方位角解算时发现,采用文中算法相比于最小二乘法在同一位置多次寻北的均

值基本一致,但标准差明显优于最小二乘法,达到 $32.7"(1\sigma)$,寻北精度得以明显改善且易于实现,基本满足高精度寻北的需求。

参考文献:

- [1] Jiang Qingxian, Ma Xiaohui, Chen Xiaobi, et al. North determining scheme by two-position for a FOG north seeker [J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2006, 14(3): 1-5. (in Chinese)
蒋庆仙, 马小辉, 陈晓璧, 等. 光纤陀螺寻北仪的二位置寻北方案[J]. 中国惯性技术学报, 2006, 14(3): 1-5.
- [2] Yang J H, Zhang Q L, Yang H R, et al. The improvement of FOG north-seeker two-position north determining scheme [C]//IEEE international Conference on Information and Automation, 2010: 2248-2251.
- [3] Long Wenqiang, Qin Jirong. Design and realization of two-position digitized strapdown north seeker [J]. *Fire Control and Command Control*, 2007, 32(4): 97-111. (in Chinese)
龙文强, 秦继荣. 二位置数字捷联寻北仪的设计与实现[J]. 火力与指挥控制, 2007, 32(4): 97-111.
- [4] Shen Jun, Miao Lingjuan, Wu Junwei, et al. Application and compensation for startup phase of FOG based on RBF neural network [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2013, 42(1): 119-124. (in Chinese)
沈军, 缪玲娟, 吴军伟, 等. 基于RBF神经网络的光纤陀螺启动补偿及应用[J]. 红外与激光工程, 2013, 42(1): 119-124.
- [5] Liu Yubo, Gao Limin, Zhao Tianyu. The generally error analysis of FOG north-seeker [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2007, 36(S): 570-573. (in Chinese)
刘宇波, 高立民, 赵天宇. 光纤陀螺寻北仪误差系统分析[J]. 红外与激光工程, 2007, 36(S): 570-573.
- [6] Li Ming, Wang Zhiqian, Huang Bo. Design and realization of multi-position strap-down north-seeking instrument based on dynamically tuned gyro [J]. *Instrument Technique and Sensor*, 2010(5): 19-21. (in Chinese)
李敏, 王志乾, 黄波. 基于动调陀螺的多位置捷联寻北仪研制[J]. 仪表技术与传感器, 2010(5): 19-21.
- [7] Shen Chengwu, Wang Zhiqian, Liu Chang, et al. Application of BP neural network to multi-position strap-down north seeking system [J]. *Optics Precision Engineering*, 2009, 17(8): 1890-1895. (in Chinese)

- 沈铖武, 王志乾, 刘畅, 等. BP神经网络在多位置捷联寻北系统中的应用[J]. 光学精密工程, 2009, 17(8): 1890–1895.
- [8] Xu Haigang, Guo Zongben. Design of a practical rotation modulated gyro north-finder [J]. *Acta Armamentarii*, 2010, 31(5): 616–619. (in Chinese)
- 徐海刚, 郭宗本. 一种实用旋转调制式陀螺寻北仪的设计[J]. 兵工学报, 2010, 31(5): 616–619.
- [9] Zou Xiangyang, Sun Qian, Chen Jiabin, et al. A north-finder algorithm and its signal processing of continuous rotary north-finder [J]. *Transactions of Beijing Institute of Technology*, 2004, 24(9): 804–807. (in Chinese)
- 邹向阳, 孙谦, 陈家斌, 等. 连续旋转式寻北仪的寻北算法及信号处理[J]. 北京理工大学学报, 2004, 24(9): 804–807.
- [10] Bai Yunchao, Li Xueqin, Ma Xiaohui, et al. High-precision north determining scheme based on rotation-modulation technology [J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2010, 18(4): 421–424. (in Chinese)
- 白云超, 李学琴, 马小辉, 等. 采用旋转调制技术的高精度陀螺寻北方案[J]. 中国惯性技术学报, 2010, 18(4): 421–424.
- [11] Zhang Yan, Wu Wenqi, Wu Meiping. Online estimation for scale factor of north-finder based on rate biased ring laser gyroscope [J]. *Optics Precision Engineering*, 2011, 19(1): 146–152. (in Chinese)
- 张岩, 吴文启, 吴美平. 速率偏频激光陀螺寻北仪标度因数的在线估计[J]. 光学精密工程, 2011, 19(1): 146–152.
- [12] Li Xudong, Meng Fanwei, Lin Yurong. All-attitude accelerometer north finder based on arithmetic of correlation filtering algorithm[J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2008, 16(1): 44–48. (in Chinese)
- 李旭东, 孟范伟, 林玉荣. 基于相关滤波算法的全姿态加速度计寻北方案[J]. 中国惯性技术学报, 2008, 16(1): 44–48.
- [13] Liu Dongbo, Liu Jianye, Lai Jizhou. Study of single-cycle fast dynamic north-seeking algorithm based on fiber-optic gyroscope [J]. *Transducer and Microsystem Technologies*, 2007, 26(11): 61–64. (in Chinese)