

大气闪烁的时间频域特性研究

沈 红, 范承玉, 于龙昆

(中国科学院安徽光学精密机械研究所 中国科学院大气成分与光学重点实验室, 安徽 合肥 230031)

摘 要: 为了深入认识大气闪烁的时间频域特性, 给在大气中工作的光学系统的工程设计和性能评估提供参考, 理论推导了大气闪烁功率谱的通用解析表达式, 数值研究了不同传输条件下大气闪烁的时间频域特性。孔径接收下, 对于水平均匀路径, 平面波闪烁功率谱高频区近似呈现 $-17/3$ 幂率, 球面波近似呈现 $-11/3$ 幂率; 对于整层下行路径, 高频区均近似呈现 $-17/3$ 幂率, 低频区与高频区之间存在一缓变区, 孔径越大, 缓变区越宽。典型大气条件下低频区加上缓变区的频谱宽度约为 150 Hz。

关键词: 大气光学; 大气闪烁; 功率谱

中图分类号: TN929.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2015)04-1301-05

Characteristics of the temporal spectrum of atmospheric scintillation

Shen Hong, Fan Chengyu, Yu Longkun

(Key Laboratory of Atmospheric Composition and Optical Radiation, Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics,
Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031 China)

Abstract: In order to thoroughly understand the characteristics of the temporal spectrum of atmospheric scintillation and provide references for engineering design and performance evaluation of the optics system employed in the atmosphere, the generally analytic expression of the atmosphere scintillation power spectrum was theoretically deduced and the frequency domain characteristics of atmospheric scintillation under different propagation conditions was numerically investigated. For horizontal path with an aperture receiver, in the high frequency area, the scintillation power spectrum of the plane wave obeys the power law with an exponent of $-17/3$, while the scintillation power spectrum of the spherical wave obeys the power law with an exponent of $-11/3$; for the whole layer downlink path, the scintillation power spectra obey the power law with an exponent of $-17/3$ in the high frequency area, and there is a slow transformation area between the low frequency area and the high frequency area. The larger the aperture becomes, the wider the slow transformation area grows; besides the frequency spectrum width of the low frequency area and the slow transformation area is about 150 Hz under typical atmosphere conditions for plane wave.

Key words: atmospheric optics; atmospheric scintillation; power spectrum

收稿日期: 2014-08-12; 修订日期: 2014-09-14

作者简介: 沈红(1988-), 女, 博士生, 主要从事激光大气传输和空间光通信方面的研究。Email: shustc@mail.ustc.edu.cn

导师简介: 范承玉(1965-), 男, 研究员, 博士生导师, 博士, 主要从事激光大气传输及校正研究。Email: cyfan@aiofm.ac.cn

0 引言

大气闪烁是光波大气传输产生的主要湍流效应之一,严重影响大气光通信系统的性能。为了减小大气闪烁的影响,闪烁的孔径平滑效应和时间平滑效应被广泛地运用在大气光通信的探测系统中^[1-2]。大气光通信的瞄准捕获跟踪子系统(Acquisition, Pointing and Tracking, APT)利用时间平滑效应减小粗跟踪子系统所需的衰落冗余,通信子系统利用孔径平滑效应提高信噪比,降低误码率。大气闪烁的时间功率谱对在大气中工作的光学系统(如光通信、自适应光学等)的设计和性能评估具有指导意义。大多数文献对闪烁功率谱的研究局限在理想化的水平湍流、风速均匀路径^[3-4],而考虑实际传输路径上湍流和风速起伏的闪烁频谱研究很少。

文中首先基于 Kolmogorov 湍流和泰勒冻结假设^[2],推导了弱起伏条件下大气闪烁功率谱的通用解析表达式;然后数值研究了水平均匀路径与整层下行路径下的闪烁功率谱特征。

1 闪烁频谱

大多数情况下,归一化光强方差(闪烁指数)与对数振幅起伏方差有如下关系式^[5-6]:

$$\frac{\sigma_s^2}{S^2} = \exp[4\sigma_A^2] - 1 \quad (1)$$

式中: S 为光强; A 为对数振幅起伏。一般将湍流大气传输中的光强起伏称之为大气闪烁,由于光强起伏本质上是对数振幅起伏,对数振幅起伏也被称之为大气闪烁^[7],文中讨论的闪烁频谱即指对数振幅起伏的频谱,由公式(1)可知对数振幅起伏的频谱特性也可用来研究光强的起伏。在弱起伏条件下,利用 Sasiela 发展的解析方法^[7]推导出空间对数振幅起伏协方差函数为:

$$B_A(\rho) = 1.303k^2 \int_0^L dz C_n^2(z) \int_0^\infty J_0(\kappa\gamma\rho) \kappa^{-8/3} \cdot \sin^2\left(\frac{\kappa^2\gamma z}{2k}\right) F(\gamma\kappa) d\kappa \quad (2)$$

上式将观测平面 $z=0$ 作为坐标起点,其中 ρ 为空间间距; k 为光波波数; C_n^2 为折射率结构常数; L 为湍流路径传播距离; κ 为空间波数; J_0 为第一类零阶贝塞

尔函数; γ 为传播因子,对于平面波, γ 为 1,对于球面波, γ 为 $1-z/L$; $F(\kappa)$ 为孔径滤波函数,对于直径为 D 的圆孔接收 $F(\gamma\kappa)$ 为 $[2J_1(\kappa\gamma D/2)/(\kappa\gamma D/2)]^2$, J_1 为第一类一阶贝塞尔函数。利用泰勒湍流冻结假设可得时域对数振幅起伏协方差函数为:

$$B_A(\rho, \tau) = 1.303k^2 \int_0^L dz C_n^2(z) \int_0^\infty J_0(\kappa(\gamma\rho - v(z)\tau)) \kappa^{-8/3} \cdot \sin^2\left(\frac{\kappa^2\gamma z}{2k}\right) F(\gamma\kappa) d\kappa \quad (3)$$

式中: τ 为延迟时间; $v(z)$ 为路径上的风速函数。对于单孔径接收($\rho=0$),利用积分

$$\int_0^\infty \cos(2\pi f\tau) J_0(\kappa v\tau) d\tau = \begin{cases} [(\kappa v)^2 - (2\pi f)^2]^{-1/2}, & (\kappa v > 2\pi f) \\ 0, & (\kappa v < 2\pi f) \end{cases} \quad (4)$$

则公式(3)经傅里叶变换可得对数振幅起伏的时间功率谱密度(Power Spectral Density, PSD)为:

$$W_A(f) = 5.21k^2 \int_0^L dz C_n^2(z) \int_{\frac{2\pi f}{v(z)}}^\infty [(\kappa v(z))^2 - (2\pi f)^2]^{-1/2} \kappa^{-8/3} \cdot \sin^2\left(\frac{\kappa^2\gamma z}{2k}\right) F(\gamma\kappa) d\kappa \quad (5)$$

从上式可知闪烁频谱与传播路径上的风速、湍流强度、接收孔径及传播因子有关,为此来分析功率谱的湍流路径积分权重项,即上式的波数积分项。波数积分项可依次分为四部分:风速项 $[(\kappa v(z))^2 - (2\pi f)^2]^{-1/2}$ 、湍流谱项 $\kappa^{-8/3}$ 、振幅项 $\sin^2(\kappa^2\gamma z/2k)$ 以及滤波函数。可以看出,风速项表明波数为 $2\pi f/v$ 的湍涡对功率谱贡献最大,波数小于 $2\pi f/v$ 的湍涡被截止,对功率谱无贡献;湍流谱项表明波数越小(尺度越大)的湍涡对功率谱贡献越大;振幅项表明尺度为 $\sqrt{\lambda\gamma z/(n+1/2)}$ (n 为自然数)的湍涡对功率谱贡献最多,其中 z 表明路径不同位置处起主要贡献的湍涡尺度也不同;滤波函数 $F(\gamma\kappa)$ 是一个低通滤波函数,对于圆孔接收,尺度小于 $2\gamma D$ 的湍涡对功率谱贡献较小,且不同小尺度的湍涡对功率谱的贡献呈现震荡情况,大部分小湍涡贡献小,而一些特定尺度的湍涡贡献较大。综合四项能得到一些定性的结论:尺度量级为 $\sqrt{\lambda L}$ 的湍涡对功率谱贡献最大,当频率大于拐点频率^[4] ($f > v/\sqrt{\lambda L}$) 时,由于起主要贡献的小波数湍涡未参与积分,功率谱密度迅速下降,孔径接收时,由于参与积分的小湍涡再次受到孔径抑制,高频区频谱将以阶梯状的形式更快地下降(见下节数值结果),当孔径大于菲涅耳尺度 ($D > \sqrt{\lambda L}$) 时,决定拐点频率的湍

涡尺度将是孔径尺寸 D , 因而大孔径接收下拐点频率 f_c 正比于 v/D 。由于公式的复杂性, 下面利用数值计算的方法来分析频谱的特性, 以期得到一些定量的描述。

2 数值结果及讨论

2.1 水平湍流、风速均匀路径

对于水平湍流、风速均匀路径, 为了考察闪烁频谱的一般特性, 计算了点接收情况下, 平面波闪烁功率谱随风速的变化, 结果如图 1 所示, 计算中频率以对数间隔在 0.1~1000 Hz 范围内取值, 选取路径长度 $L=1$ km, 湍流强度 $C_n^2=1 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$, 波长 $\lambda=650$ nm, 风速分别为 0.5、1、5 m/s。由图 1 可知, 对于点接收, 平面波闪烁频谱存在拐点频率 $f_c=v/\sqrt{\lambda L}$, 频谱在低频段 ($f < f_c$) 约为常量, 在高频段 ($f > f_c$) 呈 $-8/3$ 幂率, 这点与现有的结论相符^[3-4]; 风速增大时, 拐点频率变大(图中表现为右移), 高频比重增加, 低频比重下降以维持功率谱密度在整个频域上的积分(即对数振幅起伏方差)不变。

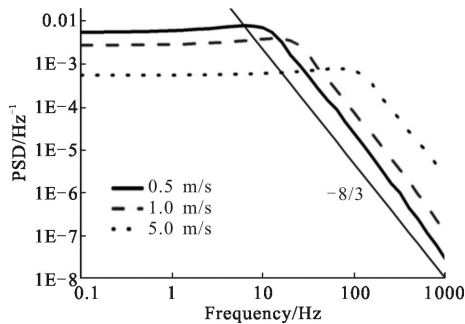


图 1 水平路径不同风速下点接收的闪烁功率谱

Fig.1 Power spectra of scintillation with a point receiver for a range of wind speeds in horizontal paths

在实际应用中, 接收孔径总是有限的, 为了考察孔径大小与传播因子对闪烁频谱的影响, 计算了不同孔径接收情况下平面波和球面波的功率谱, 并与点接收情况进行了对比, 计算结果如图 2 所示, 计算中风速固定为 1 m/s, 孔径分别选为 2.55、10 cm, 2.55 cm 对应为传输中的菲涅耳尺度 $\sqrt{\lambda L}$ 。由图 2 可知, 球面波闪烁频谱特征与平面波相似, 不同的是低频段的值小于平面波, 且拐点频率略高于平面波; 随着接收孔径的增大, 高频谱以更快的幂率下降, 当接收孔径接近菲涅耳尺度时, 球面波的高频段呈现 $-11/3$ 的

幂率, 当孔径进一步增大时, 低频段向高频段的过渡越来越平缓, 这点与现有的结论相符^[3-4]; 平面波的高频段特征比较复杂, 是以一种类似阶梯状的形式下降的, 整体来说近似呈现 $-17/3$ 的幂率。

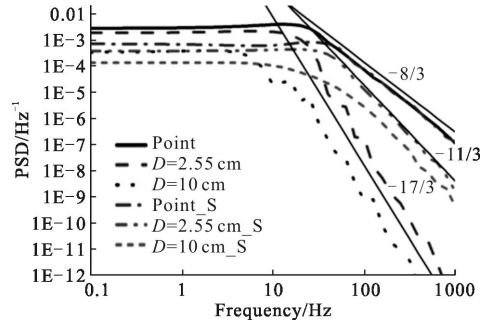


图 2 水平路径不同接收圆孔直径下的闪烁功率谱

Fig.2 Power spectra of scintillation for various diameters of receive aperture in horizontal paths

至此, 不仅得到与前人一致的闪烁频谱特性, 还揭示了一些新的特性。由此验证了通用解析表达式(公式(5))的正确性。

2.2 整层大气垂直传输路径

对于整层大气传输, 路径上的湍流强度和横向风速是不均匀的, 计算中湍流强度和横向风速分别采用 H-V 模型和高斯风速模型, 选取波长 $\lambda=500$ nm, 天顶角 $\varphi=0$ rad。

H-V 模型包含两个参数 A 、 W , 表示为:

$$C_n^2(h) = 5.94 \times 10^{-23} (W/27)^2 h^{10} e^{-h} + 2.7 \times 10^{-16} e^{-2h/3} + A e^{-10h} \quad (6)$$

式中: A 代表近地面湍流强度; W 代表高空湍流强度。

高斯风速模型(Gaussian wind model)为^[8]:

$$V(h) = v_G + v_T \exp[-((h-H_T)/L_T)^2] \quad (7)$$

式中参数依次为: 低空风速 v_G (m/s), 实际对应着整体风速的变化; 对流层顶风速 v_T (m/s); 海拔高度 h (km); 对流层顶高度 H_T (km); 对流层顶厚度 L_T (km)。下面以格式 $v_G-v_T-H_T-L_T$ 表示所选择的高斯风速模型的具体参数。Hughes 风速模型是高斯风速模型的一个特例, 它的各参数依次为 3-17-12.5-4。在计算中所采用的部分 H-V 模型及风速模型值如图 3、4 所示。

为了考察不均匀路径对闪烁功率谱影响的一般特性, 首先计算了典型湍流模型 H-V5/7、风速模型 Hughes 下^[8-9], 不同接收孔径大小时的闪烁功率谱, 孔径大小 D 分别选为 0、0.12、1 m, 计算结果如图 5 所示。由图 5 可知, 非均匀路径下的闪烁功率谱的线

型特征与均匀路径下的基本相似，都有低频常数区和高频幂率下降区，它们之间的不同点主要有：常数区与幂率区之间无明显的拐点，取而代之的是一段缓变区，接收孔径越大，缓变区越宽，低频区加上缓变区的频谱宽度约为 150 Hz；当孔径大小接近菲涅耳尺度或大于菲涅耳尺度时，无论是平面波还是球面波，高频区近似呈现 $-17/3$ 幂率。

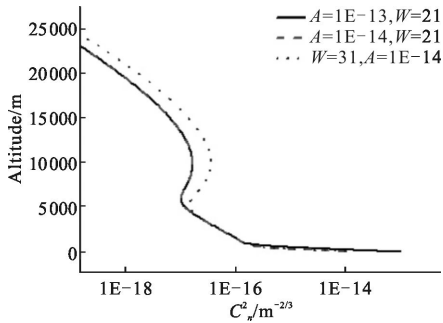


图 3 不同参数的 H-V 湍流模型

Fig.3 H-V turbulence models for various parameters

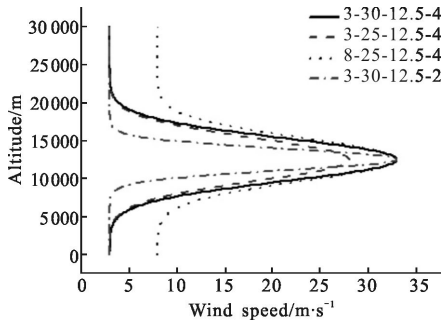


图 4 不同参数的高斯风速模型

Fig.4 Gaussian wind models for various parameters

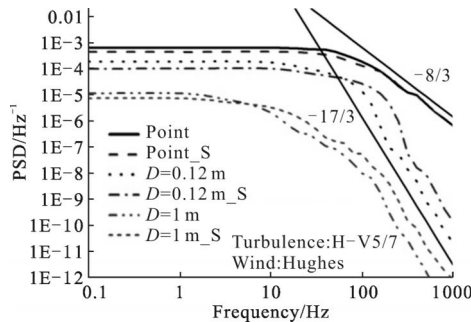


图 5 整层路径不同接收圆孔直径下的闪烁功率谱

Fig.5 Power spectra of scintillation for various diameters of receive aperture in whole layer paths

实际应用中下行路径通常可看成是平面波传输，因而图 6~8 只给出平面波的闪烁频谱。为了考察湍流强度改变对闪烁功率谱的影响，其次计算

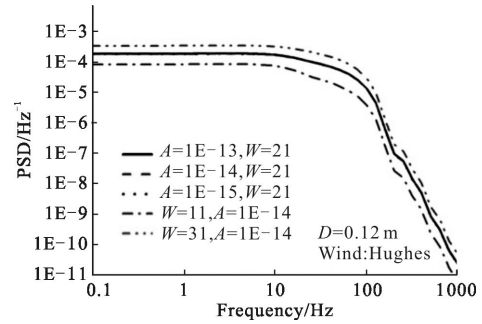


图 6 整层路径传输湍流强度变化时的闪烁功率谱

Fig.6 Power spectra of scintillation for various turbulence intensities in whole layer paths

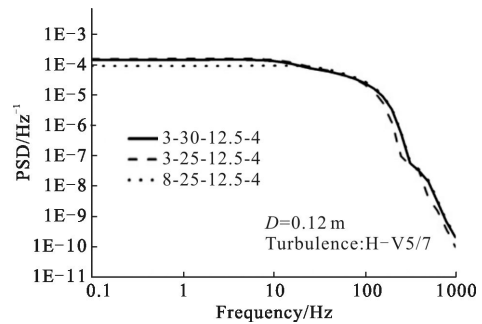


图 7 整层路径不同风速下的闪烁功率谱

Fig.7 Power spectra of scintillation for a range of wind speeds in whole layer paths

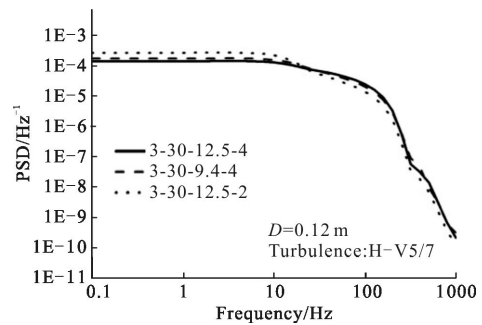


图 8 整层路径不同风速下的闪烁功率谱

Fig.8 Power spectra of scintillation for a range of wind speeds in whole layer paths

了固定风速、固定口径下湍流强度改变时的闪烁功率谱，采用 Hughes 风速模型， $D=0.12\text{ m}$ ，湍流强度的变化通过改变 H-V 模型的两参数 A、W 来实现，结果如图 6 所示；对于理想的水平均匀路径，由公式(5)可知， C_n^2 可以提到积分外，湍流强度的增大或减小会导致整个闪烁频谱的上移或下移，因而湍流强度变化对闪烁功率谱的线型无影响，即各频率分量所占比例不变。由图 3、6 可知，非均匀路径下湍流强度

的变化对闪烁功率谱的线型影响也是微乎其微,低空湍流强度甚至对功率谱密度值的大小都没有影响(图6中不同低空湍流强度A下的频谱曲线基本重合),这表明整层大气闪烁主要受高空湍流影响。

为了考察风速改变对整层闪烁功率谱的影响,最后计算了固定湍流模型、固定口径下不同风速条件时的闪烁功率谱,风速的变化通过改变高斯风速模型中的各参数来实现,结果如图7、8所示。由图4、7可知,影响高频分量的主要为高空风速,影响低频分量的主要为低空风速,高空风速变大,高频段上移显著(图中实线相对于虚线),低空风速变大,低频段下移显著(图中点线相对于实线),整体风速变大,低频段下移与高频段上移都较为显著(图中点线相对于虚线)。由图8可知,对流层顶的厚度对闪烁频谱影响较大,对流层顶高度对频谱影响甚微,对流层顶变厚对应的效果(图中实线相对于点线)类似于整体风速变大。

需要说明的是,文中的结果是在以下假定下得出的:理想的内尺度为零外尺度无穷大的Kolmogorov谱,泰勒冻结假设,弱起伏条件,H-V模型及高斯风速模型。

3 结论

文中研究了不同传输条件下大气闪烁的时间功率谱特性。结果表明尺度量级为 $\sqrt{\lambda L}$ 或 D (当 $D > \sqrt{\lambda L}$ 时)的湍流对功率谱贡献最大,频谱的高频特性受小湍流、风速和孔径影响,与湍流强度基本无关,拐点频率与贡献最大的湍流尺度成反比,与风速成正比。点接收情况下,球面波和平面波在高频区均呈现 $-8/3$ 幂率。孔径接收情况下,当接收孔径大小接近菲涅耳尺度或大于菲涅耳尺度时,球面波在水平均匀路径下高频呈现 $-11/3$ 幂率,在非均匀路径下呈现 $-17/3$ 幂率,平面波高频呈现 $-17/3$ 幂率。由于实际传输路径的非均匀性,低频常数区与高频幂率区之间存在一缓变区,接收孔径越大,缓变区越宽。文

中所得结果可为大气光通信系统的设计提供参考。

参考文献:

- [1] Yuan Xiuhua, Zhao Ming, Zhao Yanli. Analysis and resolution for wireless optical communication in turbulent atmosphere[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, 41(2): 415-422. (in Chinese)
元秀华, 赵茗, 赵彦立. 湍流大气对无线光通信影响分析及解决方案[J]. 红外与激光工程, 2012, 41(2): 415-422.
- [2] Andrews L C, Phillips R L. *Laser Beam Propagation through Random Media* [M]. Berlin: SPIE, 2005.
- [3] Clifford S F. Temporal-frequency spectra for a spherical wave propagating through atmospheric turbulence[J]. *Opt Soc Am*, 1971, 61(10): 1285-1292.
- [4] Rao Ruizhong. *Light Propagation in the Turbulent Atmosphere*[M]. Hefei: Anhui Science and Technology Press, 2005. (in Chinese)
饶瑞中. 光在湍流大气中的传播[M]. 合肥: 安徽科学技术出版社, 2005.
- [5] Vetelino F S, Young C, Andrews L, et al. Aperture averaging effects on the probability density of irradiance fluctuations in moderate-to-strong turbulence [J]. *Appl Opt*, 2007, 46(11): 2099-2108.
- [6] Lou Yan, Jiang Huilin, Chen Chunyi, et al. Analysis of experimental data of the scintillation fluctuation and spot area in atmosphere laser communication [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2011, 40(3): 515-519. (in Chinese)
娄岩, 姜会林, 陈纯毅, 等. 激光大气湍流传输光强起伏及光斑面积实验分析[J]. 红外与激光工程, 2011, 40(3): 515-519.
- [7] Sasiela R J. *Electromagnetic wave propagation in turbulence* [M]. Berlin: SPIE, 2007.
- [8] Tyson R K, Frazier B W. *Field Guide to Adaptive Optics* [M]. Berlin: SPIE, 2004.
- [9] Li Xiaofeng. *The Principle and Technology of the Satellite-to-ground Laser Communication Links*[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2007: 129-130. (in Chinese)
李晓峰. 星地激光通信链路原理与技术[M]. 北京: 国防工业出版社, 2007: 129-130.