

## 改进的数字天顶仪定位方法

张新帅,周召发,黄先祥

(第二炮兵工程大学 202 教研室,陕西 西安 710025)

**摘要:** 针对数字天顶仪原有方法计算过程复杂和计算过程中存在误差的问题,通过改变时间补偿方式和优化迭代核心,提出了一种改进的数字天顶仪定位方法。该方法在切平面中进行均值过程,消除了原方法运算中引入的误差,也避免了切平面变换和反变换的反复计算,从而大幅简化了计算流程。通过实验比较了传统方法与改进方法的计算效率和精度,结果表明:改进方法的计算效率比原方法提高了至少 6 倍;改进方法赤纬的计算精度比原来的 15 米左右提高了约 1.05 m。因此,改进方法能够在一定程度上提高定位的精度。

**关键词:** 数字天顶仪; 定位方法; 定位效率; 定位精度

**中图分类号:** P222 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2015)04-1254-06

## Improved positioning method for digital zenith camera

Zhang Xinshuai, Zhou Zhaofa, Huang Xianxiang

(202 Research Institute, The Secondary Artillery Engineering University, Xi'an 710025, China)

**Abstract:** The original positioning method for digital zenith camera has the problems that its calculation process is complicated and during the process some errors are introduced. By changing the way of time compensation and optimizing the iteration core, an improved positioning method was proposed. The mean in tangent plane is calculated by this method, so it can eliminate the errors in original method. Besides, by this method, the positioning process can also be simplified by avoiding the repeated calculation of tangent transformation and inverse tangent transformation. The efficiency and accuracy of these two methods were compared through experiments. The result shows that, the efficiency of improved method is more than 6 times higher than the original one; the declination calculated by improved method is 1.05 m more accurate than the original 15 m. Therefore, compared with the original method, the positioning accuracy is improved with the improved method.

**Key words:** digital zenith camera; positioning method; positioning efficiency; positioning accuracy

收稿日期:2014-08-07; 修订日期:2014-09-28

基金项目:国家自然科学基金(41174162)

作者简介:张新帅(1990-),男,硕士生,主要从事大地测绘方面的研究。Email:zxs\_gary@163.com

作者简介:周召发(1973-),男,副教授,硕士生导师,博士,主要从事地面定位定向方面的研究。Email:ZZFTXY@163.com

### 0 引言

数字天顶仪系统是一种高精度的天文定位系统,它主要由光学望远镜、CCD 传感器、GPS 接收机、调平系统、控制系统和数据处理系统等构成,能够高精度、高自动化和实时地测量定位,在大地测量等方面有着非常重要的应用价值<sup>[1-2]</sup>。德国 Hannover 大学自上世纪 80 年代已经开始研究天顶仪,但限于当时技术,均为模拟数字天顶仪且自动化程度非常低,精度最高约为 0.5"。2000 年 CCD 技术出现后,先后有慕尼黑大学、维也纳大学等开始研究数字天顶仪技术,但普遍精度不高,在 1"~2"。直到 2004 年左右,德国 Hannover 大学在原模拟天顶仪基础上研制了数字天顶仪,使精度达到 0.1"~0.3"后与瑞士苏黎世理工大学合作研制了另一套更高自动化的数字天顶仪系统。目前,这两所大学对数字天顶仪的研究最为成熟<sup>[3-6]</sup>。而国内对数字天顶仪的研究才刚刚起步,最好精度在 0.3"~0.5"<sup>[7-9]</sup>之间。虽然国内外发展速度有所差别,但是在定位过程中所使用的定位方法的原理基本一致。现有的数字天顶仪定位方法主要存在两个问题:(1) 计算过程较复杂,在计算过程中需反复进行三角函数和反三角函数的运算。(2) 计算中存在一定的误差无法消除,即使在理想状态下这些误差仍存在。因此,针对这些问题提出了一种改进的数字天顶仪定位方法。

文中介绍了数字天顶仪的定位原理,分析了原定位方法存在的问题,给出了一种改进的定位方法,最后,通过实验和仿真比较了两种方法的计算效率和精度。

### 1 数字天顶仪的定位方法

图 1 中,坐标系  $XO'Y$  为切平面坐标,它是天球在概略天顶点  $O'(\alpha_0, \delta_0)$  处的切平面, $X$  轴指向东, $Y$  轴指向北。地球上的坐标系  $xoy$  为 CCD 像平面坐标。

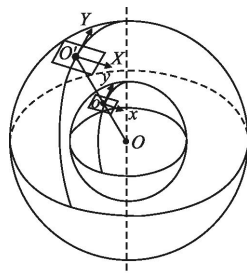


图 1 数字天顶仪定位原理图

Fig.1 Positioning theory of digital zenith camera

数字天顶仪先拍摄星图,然后进行星图识别得到恒星在天球中的坐标  $(\alpha_i, \delta_i)$ ,并计算恒星在  $XO'Y$  中的坐标<sup>[5]</sup>:

$$\begin{cases} X = \frac{\tan(\alpha_i - \alpha_0) \cot \delta_i \cos(\alpha_i - \alpha_0)}{\cos \delta_0 \cot \delta_i \cos(\alpha_i - \alpha_0) + \sin \delta_0} \\ Y = \frac{1 - \cot \delta_i \cos(\alpha_i - \alpha_0) \tan \delta_0}{\cot \delta_i \cos(\alpha_i - \alpha_0) + \tan \delta_0} \end{cases} \quad (1)$$

式中: $i$  为恒星编号。根据 Helmert 变换式:

$$\begin{cases} X = a_1 + bx - cy \\ Y = a_2 + cx + by \end{cases} \quad (2)$$

利用恒星在  $xoy$  和  $XO'Y$  中的坐标,计算  $xoy$  和  $XO'Y$  之间的转换关系。在理想状况下, $xoy$  的原点  $o$  即为测站所在位置,故将中心点坐标  $(0, 0)$  代入公式(2),可得到  $o$  在  $XO'Y$  中的坐标  $(a_1, a_2)$ ,代入切平面反变换公式(3):

$$\begin{cases} \alpha_i = \alpha_0 + \arctan \frac{X_i}{\cot \delta_0 - Y_i \sin \delta_0} \\ \delta_i = \arctan \frac{(Y_i + \tan \delta_0) \cos(\alpha - \alpha_0)}{1 - Y_i \tan \delta_0} \end{cases} \quad (3)$$

计算得到  $o$  在天球上的坐标  $(\alpha_{ccd}, \delta_{ccd})$ ,作时间补偿后即可得到测站的天文坐标<sup>[7]</sup>:

$$\begin{cases} \Phi = \delta_{ccd} \\ \Lambda = \alpha_{ccd} - \Theta \end{cases} \quad (4)$$

式中: $\Theta$  为春分点格林时角。

但这是在理想状态下数字天顶仪的定位过程,由于数字天顶仪存在光轴偏差,因此,在实际定位中采用同时求解两幅星图并均值的方式来消除光轴偏差的影响。计算流程如图 2 所示,此流程需迭代多次才能完成一次定位过程。

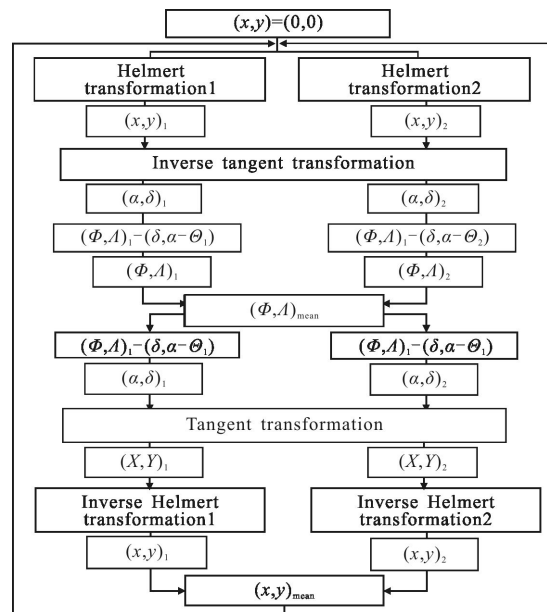


图 2 数字天顶仪定位流程图

Fig.2 Positioning flow chart of digital zenith camera

## 2 数字天顶仪的改进定位方法

假设数字天顶仪在位置 1 和位置 2 各拍摄一幅星图,理想状况下,两个位置相距 180°,且  $o_1$  和  $o_2$  关于  $O$  严格对称,两像平面坐标在切平面坐标中的位置如图 3 所示。

在此情况下,若  $O'$  在天球坐标上的坐标为  $(\alpha_0, \delta_0)$ ,并忽略时间补偿问题,则由原方法公式(3), $o_1$  和  $o_2$  在天球中坐标的均值如公式(5)。

$$\begin{cases} \alpha_{\text{mean}} = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} = \alpha_0 + \frac{\arctan \frac{\alpha_1}{\cos \delta_0 - \alpha_2 \sin \delta_0} - \arctan \frac{\alpha_1}{\cos \delta_0 + \alpha_2 \sin \delta_0}}{2} \\ \delta_{\text{mean}} = \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} = \frac{\left( \arctan \frac{(\alpha_2 + \tan \delta_0) \cos(\alpha_{\text{mean}} - \alpha_0)}{1 - \alpha_2 \tan \delta_0} + \arctan \frac{(-\alpha_2 + \tan \delta_0) \cos(\alpha_{\text{mean}} - \alpha_0)}{1 + \alpha_2 \tan \delta_0} \right)}{2} \end{cases} \quad (5)$$

因在理想情况下,所以无需图 2 中的迭代过程,上述均值即为测站位置。理论上,公式(6)应成立,

$$\begin{cases} \alpha_{\text{mean}} = \alpha_0 \\ \delta_{\text{mean}} = \delta_0 \end{cases} \quad (6)$$

但由公式(6)可知,这并不成立,而是存在一定的误差。赤经  $\alpha_{\text{mean}}$  引入了一项加性误差,相对较小;赤纬  $\delta_{\text{mean}}$  不但有本身计算上的误差也引入了赤经的误差,而且赤经赤纬中的误差是始终存在的。由于时间补偿方法的关系,原方法在分别计算两幅星图作均值时,必须在运算过程中作时间补偿。而时间补偿是与天球坐标相关的,因此原方法不得不在运算过程中作切平面反变换以实现时间误差的补偿,如图 2。而由上述分析可知,误差正是由公式(3)切平面反变换式引入的。此外,由图 2 可知运算过程中反复的切平面变换和切平面反变换还降低了计算的效率。

数字天顶仪拍摄时每幅图像都有唯一的高精度时间标签,这些时间信息是计算拍摄时刻恒星坐标的关键信息,也是决定定位精度的关键信息。时间补偿的主要目的是将坐标信息从天球坐标系转换到地球固联坐标系中,如图 4 所示, $XYZ$  为地球固联坐标系, $X'Y'Z$  为天球坐标系。因为数字天顶仪的坐标是在地球固联坐标系中定义的。

原方法中每次计算均需要作一次时间补偿和去

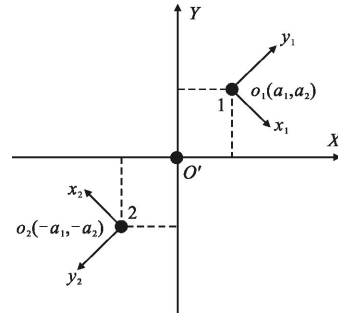


图 3 数字天顶仪观测坐标示意图

Fig.3 Observation coordinates of digital zenith camera

一次时间补偿,如图 2 第六行与第九行,不仅冗余,

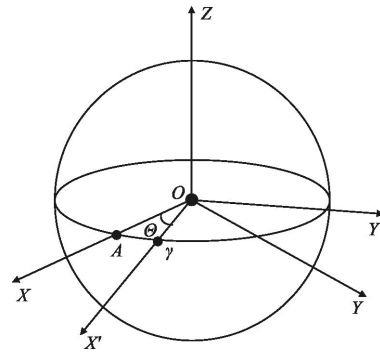


图 4 时间补偿坐标转换示意图

Fig.4 Coordinate transformation of time compensation

而且算法中的时间补偿限制了算法的灵活性,引入了误差。为此,首先改进了时间补偿方式,在星图识别结束后即作时间补偿,如公式(7),把每幅图像中所识别出的恒星的坐标都转换到地球固联坐标系中,从而摆脱对时间的依赖。

$$\begin{cases} \Phi_j = \delta_j \\ \Lambda_j = \alpha_j - \Theta_j \end{cases} \quad (7)$$

式中: $i$  为恒星编号; $j$  为图像编号。

把时间补偿方法改进之后,在后续计算过程中就无需再考虑时间的影响。为消除原方法的误差,提高算法的效率,改进方法剔除了原方法迭代过程中的切平面变换和反切平面变换。只在  $xoy$  和  $XO'Y$  之

间做均值和迭代运算,迭代结束后将得到的 $(X, Y)_{\text{mean}}$ 代入公式(3)中作一次切平面反变换,计算测站的天文坐标 $(\Phi, \Lambda)$ 。改进方法如图 5 所示。

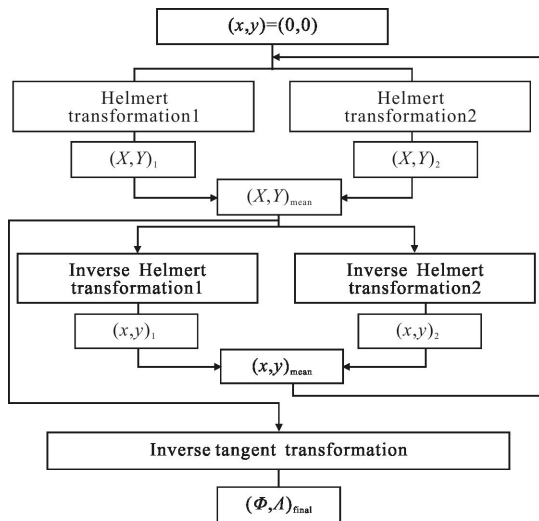


图 5 改进的数字天顶仪定位流程图  
Fig.5 Positioning flow chart of improved method

同样在如图 4 所示情况下,利用改进方法计算,代入 $(0,0)$ ,得到 $o_1$ 和 $o_2$ 在切平面中的坐标分别为 $(a_1, a_2)$ 和 $(-a_1, -a_2)$ ,均值后得到测站在切平面中的坐标为 $(0,0)$ ,代入公式(3)算得测站的坐标为 $(\alpha_0, \delta_0)$ 。因此,改进的数字天顶仪定位方法消除了原定位方法中的固有误差。

改进方法的迭代过程使用下式控制:

$$\sqrt{(x_{k+1}-x_k)^2+(y_{k+1}-y_k)^2} \leq \varepsilon \quad (8)$$

式中: $k$ 为迭代次数,阈值 $\varepsilon$ 可取 $10^{-8} \sim 10^{-10}$ 。当中心点 $(x, y)$ 的后一次解算值与前一次解算值差的平方小于阈值 $\varepsilon$ 时,迭代结束。

### 3 实验仿真分析

在 2013 年 4 月 11 日 12 时 46 分 10 秒到 2013 年 4 月 11 日 13 时 0 分 28 秒,利用数字天顶仪在天文坐标处观测。观测时旋转 8 个方位,共拍摄 16 幅图像,每个方位拍摄两幅。观测时天顶仪顺时针旋转一周,逆时针旋转一周。拍摄结束后使用依巴谷星表进行星图识别,每幅图像可识别星量在 15~25 颗之间。测站所在位置天文坐标的精度低于 $0.3''$ ,拍摄过程示意图如图 6 所示,图中数字为所拍摄星图的编号。

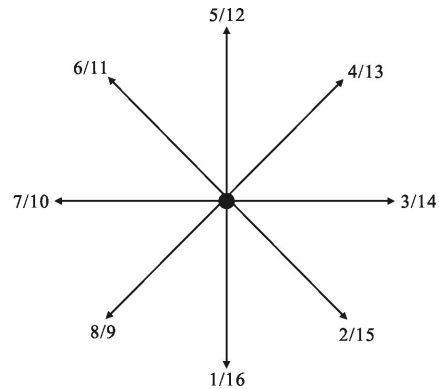


图 6 实验拍摄位置示意图  
Fig.6 Shoot positions in experiment

### 3.1 两方法计算效率比较

将相差 $180^\circ$ 的两幅图像作为 1 组,共分成 8 组。用原方法和改进方法分别解算测站天文坐标,其迭代次数如表 1 所示。从表 1 中可以发现,原方法每解算一组需要将图 3 中的流程计算两次,而改进方法只需要将图 5 的流程计算一次。即每计算一组,原方法需要做 Helmert 变换与反变换各两次,切平面变换与反变换各两次;相比之下,改进方法只需做 Helmert 变换与反变换各一次,切平面反变换一次。

表 1 原方法与改进方法的迭代次数

Group	1	2	3	4	5	6	7	8
Original method	2	2	2	2	2	2	2	2
Improved method	1	1	1	1	1	1	1	1

根据公式(1)、公式(2)和公式(3),对一颗星而言,原方法每完整计算一次,需要计算 36 次三角函数,4 次反三角函数,乘法和加法各 34 次。改进算法每完整计算一次,只需要计算三角函数 5 次,反三角函数 2 次,乘法 8 次,加法 9 次。假设计算一次三角函数与计算一次反三角函数的时间接近,均为 $t_1$ ;计算一次乘法的时间为 $t_2$ ;计算一次加法的时间为 $t_3$ 。则原方法的计算时间 $t_{\text{original}}=40t_1+34t_2+34t_3$ ,改进方法的计算时间为 $t_{\text{improved}}=7t_1+8t_2+9t_3$ 。由于三角函数计算复杂,可以认为 $t_1 \gg t_2$ 且 $t_1 \gg t_3$ ,因此,改进算法的计算效率至少比原方法的计算效率高出约 6 倍。因为原方法在实际计算中的迭代次数一般在 2~5 次,并

非一直保持 2 次不变。

在实际定位过程中，每一次定位过程都需要观测约 40 组以上，80 幅星图，以提高定位精度，每幅星图中可识别的恒星量在 15 到 25 颗。因此，每次观测原方法所花费的解算时间约为  $1500t_{\text{original}} \sim 2000t_{\text{original}}$ ，若用改进的算法则可在实际中将解算时间降低到原有的六分之一约  $250t_{\text{original}} \sim 333t_{\text{original}}$ 。

### 3.2 两方法计算精度比较

下面两幅图为改进方法和原方法所解算的 8 组坐标与真值的误差，图 7 为赤经的误差图，图 8 为赤纬的误差图。由图可知，两种方法的解算结果非常相近，图中的两条曲线几乎重合。将 8 组数值作均值，并补偿倾角误差，与真值的误差如表 2 所示。

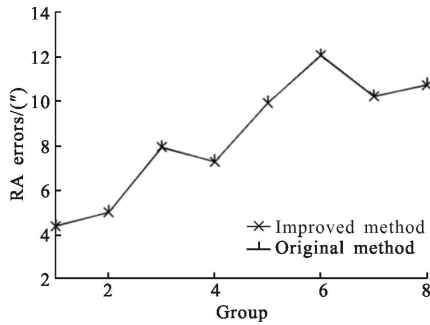


图 7 赤经误差图

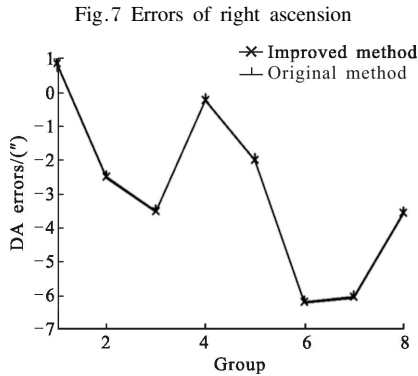


图 8 赤纬误差图

Fig.8 Errors of declination

表 2 位置均值误差

Tab.2 Errors of mean position

	Improved method	Original method	Error
RA/(°)	0.503 065 102	0.500 244 767	0.002 820 33
DA/(°)	-0.473 998 98	-0.508 560 31	0.034 561 33

由表可知，改进方法与原方法所解算的赤经值并无明显差别，若换算成米，原方法比改进方法精度只高出约 0.09 m；而改进方法所解算的赤纬值的精度要比原方法高约 1.05 m。改进方法消除了原方法本身算法上存在的误差，精度相较与原方法有所提高，但主要为赤纬精度的提高。

表 3 为迭代次数与均值误差之间的关系，从表中可以看出随着迭代次数的增加，改进方法计算结果的精度并没有进一步地显著提升，因此，在使用改进方法时没有必要再进一步增加迭代次数，一次迭代就已经足够。

表 3 迭代次数与误差

Tab.3 Iteration and errors

Iteration	1	2	3
RA/(°)	8.443 065 10	8.443 065 10	8.443 065 10
DA/(°)	-2.893 998 9	-2.893 998 9	-2.893 998 9

## 4 结 论

提出了一种改进的天顶仪定位方法，此方法的计算效率相比于原方法提高了至少六倍，此外，改进方法还消除了原方法存在的计算误差，较显著地提高了赤纬的计算精度。在硬件方面，改进方法降低了对硬件性能的需求，从而降低了硬件成本；在应用方面，它使得数字天顶仪能够以更快的速度、更高的精度完成定位，节约了观测时间。

### 参考文献：

- [1] Hirt C, Bürki B, Guillaume S. Digital zenith cameras-state-of-the-art astrogeodetic technology for Australian Geodesy [C]//Proceedings FIG International Congress, 2010.
- [2] Hirt C. The digital zenith camera TZK2-D—a modern high-precision geodetic instrument for automatic geographic positioning in real-time [C]//Astronomical Data Analysis Software and Systems XII, 2003, 295: 156.
- [3] Deniz R, Özener H. Digital zenith camera system for Astro-Geodetic applications in Turkey[J]. *Journal of Geodesy and Geoinformation*, 2013, 1(2): 115-120.
- [4] Hirt C. Automatic determination of vertical deflections in real-time by combining GPS and digital zenith camera for solving the [C]//Proceedings of the 14th International

- Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 2001), 2001: 2540–2551.
- [5] Somieski A E. Astrogeodetic geoid and isostatic considerations in the North Aegean Sea, Greece [D]. Eidgenössische Technische Hochschule ETH Zürich, Nr. 17790, 2008.
- [6] Hirt C, Seeber G. Accuracy analysis of vertical deflection data observed with the Hannover digital zenith camera system TZK2–D[J]. *Journal of Geodesy*, 2008, 82(6): 347–356.
- [7] Huang Yuan, Wang Kedong, Liu Bao. INS/CNS integration schemes for a maneuvering spacecraft[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, 41(6): 1622–1628. (in Chinese)
- 黄远, 王可东, 刘宝. 机动天基平台惯性/天文导航组合模式研究[J]. *红外与激光工程*, 2012, 41(6): 1622–1628.
- [8] Li Baohua. Autonomous star tracking algorithm with high dynamic spacecraft [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, 41(1): 190–195. (in Chinese)
- 李葆华. 星敏传感器高动态下自主星跟踪算法[J]. *红外与激光工程*, 2012, 41(1): 190–195.
- [9] Qiao Peiyu. Calibration of high-accuracy star sensor[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, 41(10): 2779–2784. (in Chinese)
- 乔培玉. 高精度星敏传感器的标定 [J]. *红外与激光工程*. 2012, 41(10): 2779–2784.