

## 多视场星敏感器数学模型与精度分析

李健,张广军,魏新国

(北京航空航天大学 仪器科学与光电工程学院,北京 100191)

**摘要:**多视场星敏感器与传统单视场星敏感器相比不仅具有更高的可靠性和自主性,也具有更高的精度和动态性能,是未来星敏感器发展的重要趋势之一。为获得最佳性能,需要对多视场星敏感器的视场大小和布局进行优化。为此,首先建立了多视场星敏感器的数学模型,重点介绍了星点成像和姿态计算。然后推导了多视场星敏感器测量精度的数学表示,分析了影响精度的因素。通过仿真分析了多视场星敏感器视场大小和布局对各因素和精度的影响。仿真结果表明,视场大小对星敏感器精度的影响取决于星敏感器的运动情况,当角速度较小时,视场越小,精度越高;当角速度较大时,视场越大,精度越高。而各视轴相互正交的视场布局下,多视场星敏感器的测量精度最高。

**关键词:**星敏感器; 多视场; 数学模型; 精度分析

**中图分类号:** V448.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2015)04-1223-06

## Modeling and accuracy analysis for multiple heads star tracker

Li Jian, Zhang Guangjun, Wei Xinguo

(School of Instrumental Science and Opto-electronics Engineering, BeiHang University, Beijing 100191, China)

**Abstract:** As an important trend in the future, multiple heads star tracker is not only of higher reliability and autonomy, but also of higher precision and dynamic performance than classical star tracker. In order to achieve the best performance, system parameters optimization for multiple heads star tracker is needed. A mathematical model of multiple heads star tracker was developed firstly, particularly on the star imaging and attitude determination. Then an analytic expression of accuracy was deduced, and the error sources affecting the attitude accuracy were analyzed. Finally, the effects of the field of view and the relative alignment on the accuracy were discussed systematically based on the simulation results. The results show that the relation between field of view and accuracy depends on the angular rate. The accuracy is improved with smaller field of view at lower angular rate, while with larger field of view at higher angular rate. And multiple heads star sensor reaches the highest precision when the boresights are orthogonal.

**Key words:** star tracker; multiple heads; modeling; accuracy analysis

收稿日期:2014-08-08; 修订日期:2014-09-13

基金项目:国家自然科学基金(61378052)

作者简介:李健(1986-),男,博士生,主要从事天体敏感器方面的研究。Email:lijian\_0355@163.com

导师简介:张广军(1965-),男,教授,博士生导师,博士,主要从事激光精密测试、机器视觉与天体敏感器方面的研究。

Email:gjzhang@buaa.edu.cn

## 0 引言

星敏器是以恒星为参考基准的姿态敏器, 由于具有精度高, 无漂移等优点, 已在各类航天器中得到了广泛的应用。

典型的星敏器具有一个观测视场, 还存在一些不足。第一, 姿态角不能等精度输出, 垂直光轴方向的误差大约是沿光轴方向的 6~16 倍<sup>[1]</sup>。第二, 数据更新率低, 一般不超过 10 Hz。第三, 动态性能较差, 由于运动造成在成像过程中星点能量的分散, 星敏器对星等敏感能力急剧下降, 无法确保正常的姿态输出。第四, 可靠性不够, 星敏器受杂散光及空间辐射等影响无法稳定可靠地进行姿态输出。

针对以上不足, 国内外开展了多视场星敏器的研究。对多个视场的观测信息进行融合处理, 不仅有效提高了动态性能和数据更新率, 还改善了姿态精度和可靠性。国外一些研究机构对多视场星敏器的研究已经取得了一定的成果。比如法国 Sodern 公司的 Hydra 星敏器<sup>[2]</sup>, 美国 BALL 公司的 FSC-701 星敏器<sup>[3]</sup>, 日本三菱电机的 SIS 星敏器<sup>[4]</sup>以及丹麦科技大学的  $\mu$ ASC 星敏器<sup>[5]</sup>。

多视场星敏器的视场大小及布局与精度密切相关。如何对这两个参数进行优化, 提高姿态测量精度, 是急需解决的关键问题。在已有的文献中对此研究较少。参考文献[6]分析了静态时视场布局和测量精度的关系, 没有涉及对动态精度的影响。因此, 此文建立了多视场星敏器的数学模型, 通过理论分析和仿真实验, 得出了不同角速度下视场大小和布局对姿态测量精度的影响, 用于指导选取合适的光学参数使多视场星敏器性能指标达到最优。

## 1 数学模型

文中涉及的多视场星敏器由多个光学传感单元和一个电子信息处理单元组成, 每个光学传感单元构成一个观测视场, 电子信息处理单元对各视场获取的恒星观测信息进行融合, 完成星图识别和姿态计算, 从而获得姿态结果。

数学模型如图 1 所示, 设定任意的姿态和角速度, 视场大小和布局为待优化的参数, 将他们输入成像模型模拟生成各视场的模拟星图, 对这些图像进

行处理得到姿态的最优估计, 最终以姿态估计误差来评价星敏器精度。

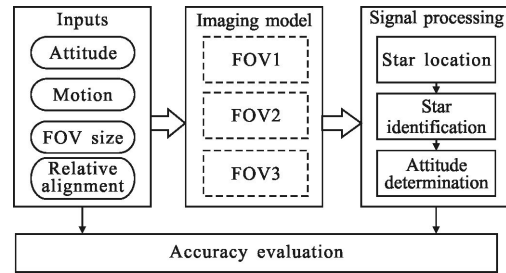


图 1 多视场星敏器数学模型

Fig.1 Mathematical model of multiple heads star tracker

### 1.1 成像模型

已知曝光中心时刻视场  $i$  测量坐标系在天球坐标系下的姿态矩阵  $R_0$  和恒星在天球中的方位矢量  $u$ , 可以得到此时恒星在测量坐标系下的矢量表示  $v_0$ :

$$v_0 = R_0 u \quad (1)$$

设  $v_0 = [v_{0x} \ v_{0y} \ v_{0z}]$ , 曝光中心时刻恒星在图像坐标系中的坐标为  $(X_0, Y_0)$ , 则有:

$$X_0 = -fv_{0x}/v_{0z}, \quad Y_0 = -fv_{0y}/v_{0z} \quad (2)$$

式中:  $f$  为视场的焦距, 决定了视场的大小。

设曝光中心时刻测量坐标系下的角速度为  $w = [w_x \ w_y \ w_z]$ , 曝光时间内恒星在测量坐标系下的运动可表示为:

$$v(t) = \begin{bmatrix} 1 & -w_z t & w_y t \\ w_z t & 1 & -w_x t \\ w_y t & w_x t & 1 \end{bmatrix} v_0 \quad (3)$$

式中:  $t \in [-T/2, T/2]$ ;  $T$  为曝光时间。

恒星在图像坐标系中的坐标  $(X(t), Y(t))$  为:

$$\begin{aligned} X(t) &= \frac{X_0 + (-w_z Y_0 - w_y f) t}{1 + (w_y X_0 - w_x Y_0) t / f} \\ Y(t) &= \frac{Y_0 + (w_z X_0 - w_x f) t}{1 + (w_y X_0 - w_x Y_0) t / f} \end{aligned} \quad (4)$$

恒星可以视为点光源, 其点扩散函数满足高斯分布。曝光时间内接收到的总能量为:

$$\mu(X, Y) = \frac{E(Mv) \tau D^2}{8\sigma_D} \int_{-T/2}^{T/2} \exp\left[-\frac{(X-X(t))^2 + (Y-Y(t))^2}{2\sigma_D^2}\right] dt \quad (5)$$

式中:  $Mv$  为恒星的仪器星等;  $E(Mv)$  为恒星照度;  $\tau$  为光学镜头的透过率;  $D$  为光学镜头的孔径;  $\sigma_D$  为弥散半径。

则曝光时间内图像传感器第  $(m, n)$  个像元获得的总光电子数为:

$$\mu(m, n) = \int_{m-0.5}^{m+0.5} \int_{n-0.5}^{n+0.5} QE\mu(X, Y) dx dy \quad (6)$$

式中:  $QE$  为成像传感器的量子效率。

成像传感器噪声  $N$  包括信号散粒噪声, 光响应不均匀, 暗电流噪声, 暗电流散粒噪声, 暗电流不均匀, 固定模式噪声, 复位噪声和量化噪声。

最后输出的图像信号为:

$$I(m, n) = K_{ADC}(\mu(m, n) + N) \quad (7)$$

式中:  $K_{ADC}$  为模数转换增益。

## 1.2 信息处理

采用阈值分割算法在仿真星图中提取星点目标, 采用传统的质心算法<sup>[7]</sup>计算星点坐标。参考文献[8]证明该算法适用于星敏感器匀角速度运动的情况。然后利用星点定位得到的观测星信息进行星图识别, 得到观测星在星表中的对应匹配, 文中利用迭代算法进行星图识别<sup>[9]</sup>。

设第  $i$  个视场的测量坐标系为  $O_i-x_i y_i z_i$ , 该视场测量得到的第  $j$  个恒星矢量表示为  $\mathbf{v}_j^i$ , 对应的导航星在天球坐标系下的矢量表示为  $\mathbf{u}_j^i$ 。为了对各视场的测量信息进行融合, 取某一固定坐标系作为基准, 称之为星敏感器坐标系, 记为  $O_s-x_s y_s z_s$ 。设第  $i$  个视场的测量坐标系到星敏感器坐标系的旋转矩阵为  $\mathbf{R}_{si}$ 。设第  $i$  个视场的观测矢量在星敏感器坐标系下的表示为  $\mathbf{v}^i$ ,

$$\mathbf{v}^i = \mathbf{R}_{si} \mathbf{v}_j^i \quad (8)$$

当识别的恒星个数大于等于 2 时, 可利用 QUEST 算法<sup>[10]</sup>计算星敏感器的姿态。

## 2 星敏感器精度分析

星敏感器坐标系的选取是任意的。任取两个坐标系作为星敏感器坐标系, 分别称为星敏感器坐标系 1 和星敏感器坐标系 2。设坐标系 1 到坐标系 2 的旋转矩阵为  $\mathbf{S}$ 。

设星敏感器坐标系 1 误差为  $\delta\theta_1 = (\delta\theta_{11}, \delta\theta_{12}, \delta\theta_{13})^T$ , 星敏感器坐标系 2 误差为  $\delta\theta_2 = (\delta\theta_{21}, \delta\theta_{22}, \delta\theta_{23})^T$ 。

$$\delta\theta_2 = \mathbf{S} \delta\theta_1 \quad (9)$$

星敏感器坐标系 1 的三轴精度一般不等价, 而  $\mathbf{S}$  是任意的, 星敏感器坐标系 2 姿态精度会随着  $\mathbf{S}$  的变化而变化。而  $\langle \delta\theta_1^T \delta\theta_1 \rangle = \langle \delta\theta_2^T \delta\theta_2 \rangle$ , 星敏感器坐标

系的姿态误差协方差矩阵  $\mathbf{P}_{\theta\theta}$  的迹不变。因此, 采用  $\sqrt{\text{tr}(\mathbf{P}_{\theta\theta})}$  作为星敏感器的精度指标, 该指标与坐标系的选取无关。仿真实验中令视场 1 测量坐标系与星敏感器坐标系一致,

$$\xi = \sqrt{\text{tr}(\mathbf{P}_{\theta\theta})} \equiv \sqrt{\delta\theta_{11}^2 + \delta\theta_{12}^2 + \delta\theta_{13}^2} \quad (10)$$

$\sqrt{\text{tr}(\mathbf{P}_{\theta\theta})}$  越小, 则星敏感器的精度越高。

设  $\sigma_v^2$  和  $\sigma_u^2$  分别是观测矢量  $\mathbf{v}$  和参考矢量  $\mathbf{u}$  的方差, 设  $\sigma^2 = \sigma_v^2 + \sigma_u^2$ , 考虑实际情况有

$$\sigma^2 = 2\text{FOV}^2 \cdot E_{\text{centroid}}^2 / n_p^2 \quad (11)$$

式中:  $\text{FOV}$  为单个观测视场的大小;  $n_p$  为成像传感器的数字分辨率;  $E_{\text{centroid}}$  为星点定位误差。

则由参考文献[10]有

$$\mathbf{P}_{\theta\theta} = \frac{\sigma^2}{n_c} \left[ \mathbf{I} - \frac{1}{n_c} \sum_{i=1}^{n_c} \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^T \right]^{-1} \quad (12)$$

进而可得:

$$\xi = \sqrt{\frac{3 \cdot \Phi}{2n_c}} \quad (13)$$

式中:  $\Phi = \frac{3n_c^3 - n_c \Phi_2}{n_c - \Phi_3}$ ,  $\Phi_2 = \sum_{i=1}^{n_c} \sum_{j=1}^{n_c} \varphi_{ij}^2$ ,  $\Phi_3 = \sum_{i=1}^{n_c} \sum_{j=1}^{n_c} \sum_{k=1}^{n_c} \varphi_{ij} \varphi_{jk} \varphi_{ik}$ ,  $\varphi_{ij} = \mathbf{v}_i^T \mathbf{v}_j$ 。可以看出,  $\Phi$  与恒星矢量间夹角有关, 根据仿真结果可知  $\Phi$  反映了观测星矢量的分散程度, 矢量越分散  $\Phi$  越小。

可见, 星敏感器精度与观测矢量误差  $\sigma$ 、恒星矢量数目  $n_c$  及  $\Phi$  有关。而恒星矢量数目  $n_c$ 、观测矢量误差  $\sigma$  以及  $\Phi$  与视场大小和布局密切相关。因此在第 4 部分中通过仿真实验建立了不同角速度下视场大小和布局对  $n_c$ 、 $\sigma$ 、 $\Phi$  以及多视场星敏感器精度的影响。

可见, 星敏感器精度与观测矢量误差  $\sigma$ 、恒星矢量数目  $n_c$  及  $\Phi$  有关。而恒星矢量数目  $n_c$ 、观测矢量误差  $\sigma$  以及  $\Phi$  与视场大小和布局密切相关。因此在第 4 部分中通过仿真实验建立了不同角速度下视场大小和布局对  $n_c$ 、 $\sigma$ 、 $\Phi$  以及多视场星敏感器精度的影响。

## 3 仿真实验结果

仿真使用的图像传感器为 STAR1000。考虑光学系统设计和加工能力约束, 仿真使用的光学系统参数如下: 镜头  $F\#$  为 1.2, 光学透过率为 85%, 弥散圆半径为 0.8 像素。仿真中采用 100 ms 的曝光时间。

### 3.1 视场大小对星敏感器精度的影响

考察了不同角速率下, 视场大小对单个视场测量精度的影响。其中, 仿真中设定的角速度为绕  $x$  轴转动, 这属于对星敏感器影响最为恶劣的情况。

### 3.1.1 视场大小与观测星数 $n_c$ 的关系

图 2 显示了不同角速度下, 单个视场观测星数  $n_c$  随视场大小的变化情况。

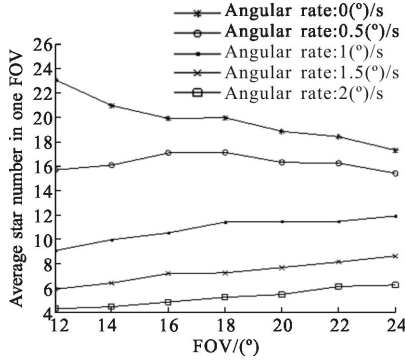


图 2 观测星数目随视场大小的变化情况

Fig.2 Average number of stars detected with different FOV

从图中可以看出, 静态情况下, 视场越小,  $n_c$  越大。这是因为在  $F\#$  数不变的情况下, 小的视场具有较大的光学孔径, 相同的曝光时间可以观测到更暗的恒星, 即更高的星等探测灵敏度。恒星数目随星等增加而指数增加, 光学孔径对观测星数的影响更加显著。

随着角速度的增加,  $n_c$  随着视场的增加而增加。在运动情况下, 星点能量中心在像面移动, 运动由公式(4)表示, 可知, 视场越大, 焦距越小, 能量中心在单个像元的停留时间越长, 则该像元的实际功率积分时间变长, 弥补了大视场像面接收光功率较小的不足, 像元获得的能量增加, 星点信噪比增加, 探测概率增大。此时, 视场大小对观测星数的影响更加显著。

### 3.1.2 视场大小与平均观测矢量误差 $\sigma$ 的关系

图 3 显示了不同角速度下, 观测星的平均观测矢量误差  $\sigma$  随视场的变化情况。可以看出均观测矢量误差  $\sigma$  随着视场增大而增大。

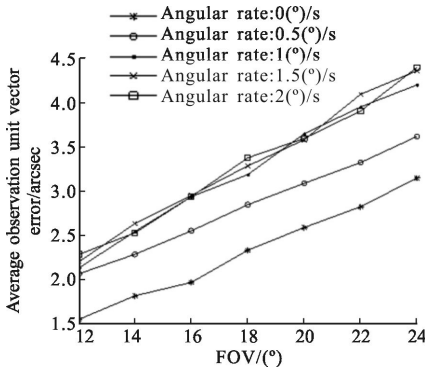


图 3 观测星的平均观测矢量误差随视场大小的变化情况

Fig.3 Average error in observation unit vector with different FOV

### 3.1.3 视场大小与 $\Phi$ 的关系

图 4 显示了不同角速度下,  $\Phi$  随视场的变化情况。随着视场的增大,  $\Phi$  逐渐减小。

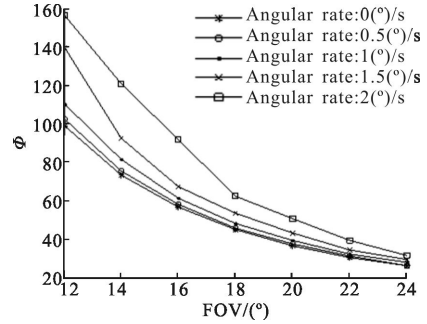


图 4  $\Phi$  随视场大小的变化情况

Fig.4 Value of  $\Phi$  with different FOV

### 3.1.4 视场大小与星敏传感器精度的关系

以上得到了不同视场大小与观测星数目, 星点测量精度和  $\Phi$  的定量关系, 将他们代入公式(13)就可以估计星敏感器的精度。

图 5 表示了星敏传感器精度随视场的变化。可见, 在观测星数目, 星点测量精度和  $\Phi$  这三个因素的共同作用下, 星敏传感器精度与视场随角速度的不同呈现出不同的关系。当角速度较小时, 视场越小, 精度越高; 当角速度较大时, 视场越大, 精度越高。

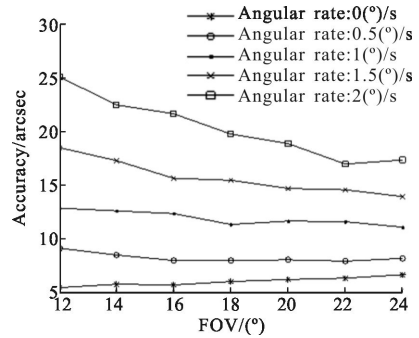


图 5 星敏传感器精度随视场大小的变化情况

Fig.5 Attitude accuracy with different FOV

因此, 大的视场可提高星敏感器的动态情况下的精度, 同时, 视场增大, 往往意味着镜头的重量和体积减小, 有利于星敏感器的小型化。

## 3.2 视场布局对多视场星敏传感器性能的影响

仿真选取了三个观测视场的配置, 视场大小为  $20^\circ$ 。视场布局是指三个视场光轴两两之间的夹角,

仿真中设定三个夹角相等,并且选取视场 1 测量坐标系作为星敏感器坐标系,角速度方向为绕星敏感器坐标系  $x$  轴。

### 3.2.1 视场布局与观测星数 $n_c$ 的关系

图 6 显示了不同角速度下,多视场星敏感器所有视场总观测星数  $n_c$  随视场布局的变化情况。从图中可以看出,静态情况下,视场布局对  $n_c$  影响很小。动态情况下,受视场布局的影响,不同视场内观测星运动形式不同,探测概率不同。由公式(4)可知,相同大小的角速率下, $z$  轴分量越大,能量中心在单个像元的停留时间越长,该像元的实际功率积分时间越长,星点信噪比增加,探测概率增大。三视场光轴正交时,三个视场分别绕各自视场测量坐标系的  $x$ 、 $y$ 、 $z$  轴转动,其中绕  $z$  轴转动的视场内,恒星探测概率最高,该视场观测星数最多,而其余两个视场观测星数目变化不大,因此,动态情况下  $n_c$  在三视场光轴正交时最大。

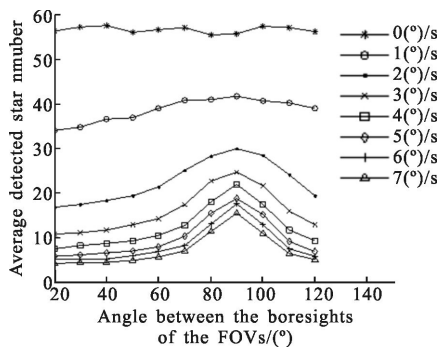


图 6 观测星数目随视场布局的变化情况

Fig.6 Average number of stars detected with different relative alignments

### 3.2.2 视场布局与平均观测矢量误差的关系

图 7 显示了不同角速度下,多视场星敏感器探

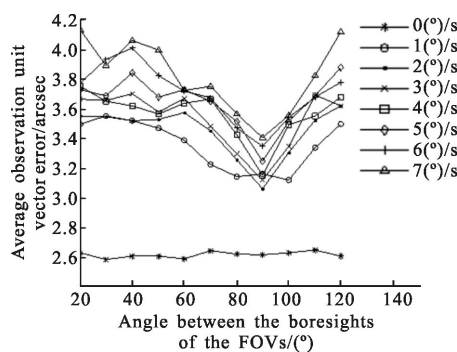


图 7 观测星的平均观测矢量误差随视场布局的变化情况

Fig.7 Average error in observation unit vector with different relative alignments

测到恒星的平均观测矢量误差  $\sigma$ 。同样,静态情况下,视场布局对  $\sigma$  影响很小;动态情况下  $\sigma$  在三视场光轴正交时最大,这主要是由于绕  $z$  轴转动的视场内,星点能量集中,平均信噪比较高。

### 3.2.3 视场布局与 $\Phi$ 的关系

图 8 显示了不同角速度下, $\Phi$  随视场布局的变化情况。可见在三视场光轴正交时  $\Phi$  达到最小值。

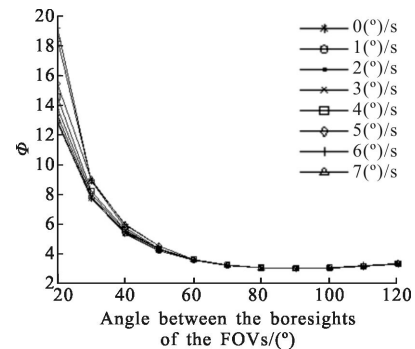


图 8  $\Phi$  随视场布局的变化情况

Fig.8 Value of  $\Phi$  with different relative alignments

### 3.2.4 视场布局与多视场星敏感器精度的关系

图 9 表示了多视场星敏感器精度随视场布局的变化情况。可见,随着各视场光轴之间夹角增大,多视场星敏感器的精度增加,并在三视场光轴正交时达到最大值,然后又随着夹角的增大而减小。

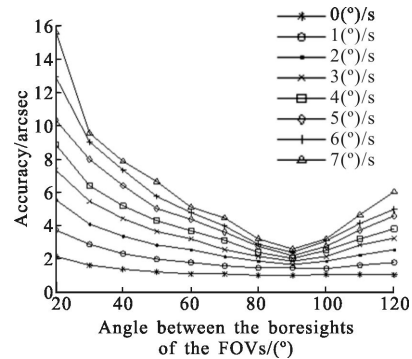


图 9 多视场星敏感器精度随视场布局的变化情况

Fig.9 Attitude accuracy with different relative alignments

综上,视场布局越接近  $90^\circ$  多视场星敏感器的精度越高。而在实际使用时,还应综合考虑遮挡以及杂光干扰等多种因素,最终确定视场布局。

## 4 结论

文中首先建立了多视场星敏感器的数学模型。

然后选取姿态误差协方差矩阵的迹的平方根作为星传感器精度的评价指标,推导其数学表达。通过仿真实验分析了视场大小和布局对多视场星传感器精度的影响。仿真结果表明:

(1) 小视场具有较小的观测矢量误差,而大视场的 $\Phi$ 值较小。观测星数目则随着角速度变化呈现不同的变化趋势。在观测星数目,恒星测量精度和 $\Phi$ 这三个因素的共同作用下,当角速度较小时,小视场精度较高;反之,大视场精度较高。

(2) 当视场布局为 $90^\circ$ 时,即各视轴相互正交时,观测星数目最大,观测矢量误差和 $\Phi$ 均达到最小,多视场星传感器的测量精度也最高。

实际应用中,可以根据载体的运动情况确定星传感器的最大运动角速度,根据星传感器在航天器上的安装位置和轨道参数确定星传感器视场布局范围,将这些输入到仿真模型,优化得到合适的视场大小和视场布局,以满足星传感器的精度指标。

#### 参考文献:

- [1] Liebe C C. Accuracy performance of star trackers—a tutorial [J]. *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, 2002, 38(2): 587–599.
- [2] Gelin B, Chalte C, Majewski L, et al. Multiple heads management and validation in hydra star tracker [J]. *Advances in the Astronautical Sciences*, 2010, 137(29): 2010.
- [3] Randall C R, Speed J F, Blarre L. Design and development of the ball aerospace flexible space camera FSC-701 [C]//Aerospace conference, 2009 IEEE, 2009: 1–7.
- [4] Miyatake K, Shimoji H, Hama K, et al. Development of SIS—satellite controller integrated with star sensors [C]//Proc 7th Int Symp on Artificial Intelligence, Robotics and Automation in Space, 2003.
- [5] Jørgensen J L. MicroASC a miniature star tracker, small satellites for earth observations [C]//Fourth International Symposium of the IAA, 2003.
- [6] Wang Zhen, Wei Xinguo, Zhang Guangjun. Structure optimization for multi-FOV star sensors [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, 40(12): 2469–2473. (in Chinese) 王真, 魏新国, 张广军. 多视场星传感器结构布局优化[J]. *红外与激光工程*, 2012, 40(12): 2469–2473.
- [7] Rufino G, Accardo D. Enhancement of the centroiding algorithm for star tracker measure refinement [J]. *Acta Astronautica*, 2003, 53(2): 135–147.
- [8] Shen J, Zhang G, Wei X. Simulation analysis of dynamic working performance for star trackers[J]. *JOSA A*, 2010, 27(12): 2638–2647.
- [9] Li Jian, Wei Xinguo, Zhang Guangjun. Iterative algorithm for autonomous star identification [J]. *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, 2015, 51(1): 536–547.
- [10] Shuster M D, Oh S D. Three-axis attitude determination from vector observations [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1981, 4(1): 70–77.