

基于结构函数的子孔径拼接算法研究

安其昌^{1,2}, 张景旭¹, 杨飞¹, 张科欣³

- (1. 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033;
2. 中国科学院大学, 北京 100049; 3. 东北师范大学 环境学院, 吉林 长春 130117)

摘要: 为了更好地评价大口径反射光学元件在不同尺度下的起伏情况, 提出了一种基于结构函数的子孔径拼接算法。首先, 对于算法的基本原理与步骤进行了描述, 从理论分析的角度对于计算误差的特性进行了分析; 之后针对口径为 1.23 m 的大型反射镜面形数据, 应用文中所提出的方法, 利用结构函数进行子孔径拼接并对于其误差特性进行了检验, 验证了所提出方法的可行性。最后, 将该方法应用于 30 m 望远镜三镜(TMT M3)的面形仿真数据, 得到了其在不同评价尺度下的起伏情况。文中的工作对于 TMT M3 的最后完成有着重要的意义, 并且对于与 TMT M3 类似的大口径平面镜面形评价有着一定指导价值。

关键词: 结构函数; 大口径反射镜; 子孔径拼接; 30 m 望远镜

中图分类号: TH751 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2015)03-0929-05

Sub-aperture stitching algorithm based on structure function

An Qichang^{1,2}, Zhang Jingxu¹, Yang Fei¹, Zhang Kexin³

- (1. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;
2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China; 3. School of Environmental Science, Northeast Normal University, Changchun 130117, China)

Abstract: In order to specify the ripple of the large reflecting optical item in different scale, the algorithm based on the structure function was investigated. Firstly, the concrete steps of the algorithm were presented. Secondly, the error composition character was discussed in theory. Furthermore, the method proposed here was applied to the mirror figure data of a 1.23 meter mirror, making the conclusion that the simplification was correct and application was feasible. Lastly, the application to the thirty meter telescope tertiary mirror was processed, the ripple of the mirror figure in different levels was specified. This work will guide the way to the large flat mirror specification.

Key words: structure function; large aperture reflecting mirror; sub aperture stitching; TMT

收稿日期: 2014-06-10; 修订日期: 2014-07-13

基金项目: 中国科学院三期重大科研专项

作者简介: 安其昌(1988-), 男, 硕士生, 主要从事空间机构学方面的研究。Email: anjj@mail.ustc.edu.cn

导师简介: 张景旭(1964-), 男, 研究员, 博士生导师, 博士, 主要研究方向为大型光电望远镜结构总体技术。

Email: zhangjx@ciomp.ac.cn

0 引言

随着科学技术的不断发展,大口径光学系统在天文光学、空间光学、地基空间目标探测与识别等高新技术领域得到了越来越广泛的应用,其表面面形的检测与评价直接影响着其制造精度与成像质量^[1-10]。

结构函数最初是 20 个世纪在自适应光学领域提出的数学概念,是对于不同尺度的大气湍流进行评价的有力工具;近年来,欧美的一些专家将此方法应用于大口径反射镜面形的评价之中,来描述不同尺度上反射镜面形的起伏情况,即重力的印透效应,取得了不错的效果^[11-18]。

但是,随着光电系统的口径增加,原来基于整镜检验的结构函数评价算法已经不能满足要求,比如由美国加州理工学院(Caltech)、加州大学系统(UC)和加拿大大学天文研究联盟联合发起的 30 m 望远镜(TMT)计划。其中中国承担的三镜系统主镜为椭圆形平面镜,长轴为 3.594 m,短轴为 2.536 m。对于如此巨大的平面镜,传统上使用的整镜检测技术已经不再适用^[19-20]。

对于上述问题,子孔径拼接算法是一种较为经济的解决方案。利用小口径干涉仪每次仅检测整个光学元件的一部分区域(子孔径),待完成全孔径测量后,再使用适当的算法“拼接”就可得到全孔径面形信息。

文中在总结前人工作的基础之上,提出了一种基于结构函数的子孔径拼接算法。在提出具体算法之后,从理论上分析了其误差叠加特性,得出文中算法可以对于非相关误差进行抑制的结论;然后利用 1.23 m 口径反射镜的面形数据进行了验证;最后将此文的方法应用于 TMT 三镜的仿真数据,得到了 TMT 三镜面形在不同尺度的起伏情况。

通过文中算法既利用了子孔径的低成本特性,又可以凭借结构函数的数学特征分析大尺度的镜面面形波动。文中的工作对于大口镜面形检测与评价有着较好的指导意义。

1 基本算法

1.1 基本推导

设有随机过程 $\{X(t), t \in T\}$, 对于任一 $t \in T, X(t)$

的一阶矩 $E[X(t)]$ 及二阶矩 $E[X^2(t)]$ 都存在, 则称 $\{X(t), t \in T\}$ 为二阶矩过程。

考虑到在镜面没有发生破坏以及测量没有较大误差的情况下,通过光学仪器测得反射镜表面的波像差 $\phi(x)$ 的能量为有限情况,即一阶矩 $E[\phi(x)]$ 及二阶矩 $E[\phi^2(x)]$ 一定存在,故由反射镜表面波像差组成的随机序列为二阶矩过程。

为了从不同空间频率上(尤其是中频)研究光学反射镜表面面形,国外的一些学者提出了利用结构函数来评价面形。

$$SF^2(r) = \langle (\phi(x+r) - \phi(x))^2 \rangle_x \quad (1)$$

具体来说,对于实际的反射镜表面的波像差 $\phi(x)$,由之前分析可知,为二阶矩过程,那么对公式(1)可做如下变形:

$$\begin{aligned} SF^2(r) &= \langle (\phi(x+r) - \phi(x))^2 \rangle_x = \\ &= 2(\sqrt{\sigma_x^2 \sigma_{x+r}^2} - \text{cov}(\phi(x+r), \phi(x))) = \\ &= 2\sigma_x^2 - 2\text{cov}(\phi(x+r), \phi(x)) \end{aligned} \quad (2)$$

由公式(2)可得, $2\sigma_x^2$ 其实等于表面方均根平方的二倍,而对于后面一项 $2\text{cov}(\phi(x+r), \phi(x))$,当 r 足够大,两个观测值的相关函数为 0。故在检测孔径比较大的表面时, RMS 为较大评价尺度 r 值对应 SF 的 $\sqrt{2}$ 倍。

通过以上分析可得,当且仅当两个二阶矩过程 $\phi(x+r)$ 与 $\phi(x)$ 互相之间为严格线性关系时,两者的方差几何平均数等于两者协方差,即当镜面的起伏十分接近线性关系时,结构函数本身的值就会趋于零;反之,如果表面由于印透效应产生起伏时,结构函数也会有相应起伏。

1.2 算法描述

首先考虑整镜检测的情况,假设检测的数据含有白噪声 δ ,对于面形检测数据进行结构函数分析:

$$\begin{aligned} \langle (\phi(x+r) - \phi(x) + \delta)^2 \rangle_x &= \langle (\phi(x+r) - \phi(x))^2 \rangle_x + \sigma^2 + \\ &= 2\langle (\phi(x+r) - \phi(x)) \times \delta \rangle_x = \langle (\phi(x+r) - \phi(x))^2 \rangle_x + \sigma^2 \end{aligned} \quad (3)$$

由公式(3)可得:当面形数据仅含有高斯白噪声时,得到的结构函数线只会产生整体的移动。而对于结构函数,其最本质的分辨各个印透峰的能力并没有降低;另一方面,如果通过其他手段先验地获得了面形噪声数据,那么就可以得到更为准确的结构函数信息。

进一步考虑,通过子孔径拼接得到面形数据的情况,对于检测到的子孔径数据分别去除刚体位移,之后经过加窗,得到有残余刚体位移的波前数据并对其进行结构函数分析。

$$\begin{aligned} \langle (\phi(x+r)+\delta(x+r)-\phi(x)-\delta(x))^2 \rangle_x &= \langle (\phi(x+r)-\phi(x))^2 \rangle_x + \\ &\langle (\delta(x+r)-\delta(x))^2 \rangle_x + 2\langle (\phi(x+r)-\phi(x)) \times \\ &(\delta(x+r)-\delta(x)) \rangle_x = \langle (\phi(x+r)-\phi(x))^2 \rangle_x + \\ &\langle (\delta(x+r)-\delta(x))^2 \rangle_x \end{aligned} \quad (4)$$

对于公式(4),需要分为两种情况讨论。首先是评价尺度小于子孔径尺寸的情况,误差主要由刚体位移引入,而各个子孔径的残余刚体位移假设为独立同分布,那么公式(4)可以变形为:

$$\begin{aligned} \langle (\phi(x+r)+\delta(x+r)-\phi(x)-\delta(x))^2 \rangle_x &= \\ \langle (\phi(x+r)-\phi(x))^2 \rangle_x + \theta^2 \times r^2 \end{aligned} \quad (5)$$

当评价尺度大于子孔径尺寸时,由于局部刚体位移引入的误差可以由类似公式(3)的方法得到

$$\begin{aligned} \langle (\phi(x+r)+\delta(x+r)-\phi(x)-\delta(x))^2 \rangle_x &= \\ \langle (\phi(x+r)-\phi(x))^2 \rangle_x + \sigma^2 \end{aligned} \quad (6)$$

综上所述,使用文中提出的算法,误差随着评价尺度的扩大逐渐趋于一个定值。算法分辨各个印透峰的能力并没有降低;类似地,如果先验地获得了面形噪声数据,那么亦可对得到的结构函数信息做出修正。文中提出算法不仅利用了子孔径的低成本特性,又可以凭借结构函数的数学特征分析大尺度的镜面面形波动。

2 实验验证

下面以口径为 1.23 m 大口径反射镜检测数据为例,来验证文中理论的正确性与方法的可行性。其结构函数如图 2 所示。

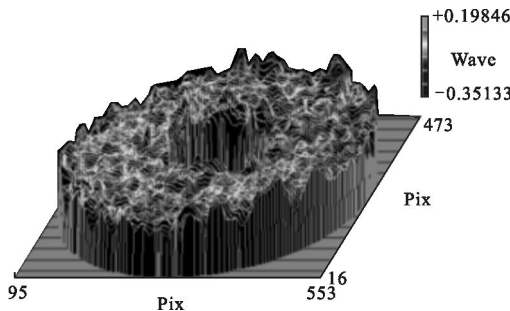


图 1 1.23 米镜面面形
Fig.1 Mirror figure of 1.23 m

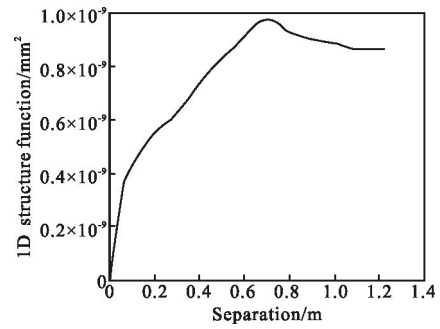


图 2 1.23 m 镜面结构函数
Fig.2 SF of 1.23 m

假设图中曲线的最后结构函数稳定值为 $0.9 \times 10^{-9} \text{ mm}^2$, 换算为 RMS 为 21 nm, 与由 zygo 干涉仪得到的表面 RMS(23 nm), 对比可证明推导的正确性, 另一方面, 由图可知当评价尺度大于 0.7 m 时, 结构函数已经趋于平稳, 即镜面已经没有大尺度的起伏 (大于 0.7 m), 根据情况选择是否调整支撑方式或者继续精磨。

利用服从高斯分布的刚体位移对镜面数据进行污染, 得到的效果如图 3 所示。可以看出由于刚体位移, 各个子孔径之间出现了断层, 刚体位移量标准差为整镜波峰-波谷值(P-V 值)的 5%, 通过文中算法得出的结构函数如图 4 所示, 结构函数线的抬高并

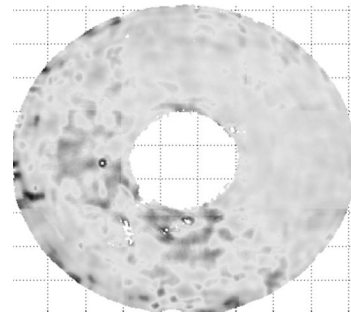


图 3 子孔径拼接波前

Fig.3 Wavefront sketch of sub aperture stitching

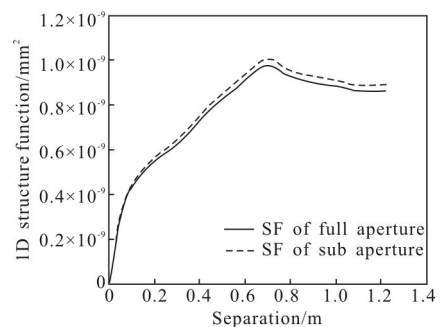


图 4 子孔径拼接结果

Fig.4 Result of sub aperture stitching

没有影响对于系统重力印透的评价。相反,由于利用结构函数进行反射镜面形评价时,多采用 NTP(not to pass)曲线的方式,故提升的部分可以作为保险系数,提高算法的安全性。

3 TMT M3 中的应用

30 m 望远镜(TMT)计划于夏威夷莫纳克亚峰建造一个世界领先的 30 m 巨型光学——红外观测设备。中国承担了三镜系统部分的设计与制造。其三镜为椭圆形平面镜(3.594 m×2.536 m)。对于如此巨大的平面镜,传统上使用的整镜检测技术已经不再适用。

利用文中算法,对于归一化后的三镜仿真数据进行分析。与上节的计算方法类似,刚体位移量标准差为整镜波峰-波谷值(P-V 值)的 5%如图 5 所示,通过文中算法得出的结构函数如图 6 所示。

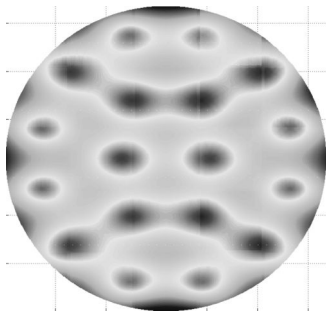


图 5 TMT 三镜面形数据

Fig.5 Data of TMT M3

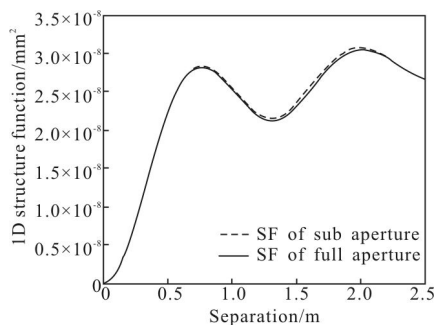


图 6 TMT 三镜子孔径拼接

Fig.6 Result of TMT M3 stitching

通过以上分析可得,TMT三镜的主要起伏分布在 0.6m 与 2m 左右的两个尺度,与图中的单个印透区域与若干连接印透区域对应,另一方面,整镜结构函数与子孔径拼接结构函数最大差异量约为 4%。对于实际的科学研究以及工程应用,都可以满足要求。

4 结论

传统的评价方法由于动态范围的影响,对于大口径光学系统的检测与装调都表现出各种不足,对于局部的过采样情况以及大尺度波动都难以详尽描述。在文中,从随机过程的角度,利用已有的数学工具,对于镜面面形数据进行了分析。不仅利用了子孔径的低成本特性,又可以凭借结构函数的数学特征分析大尺度的镜面面形波动。

将文中的方法应用于 TMT 三镜的仿真数据,得到了 TMT 三镜面形在不同尺度的起伏情况,对于 TMT 项目的更好完成有一定的帮助作用。另一方面,文中的工作对于大口镜面形检测与评价也有着较好的指导意义。

参考文献:

- [1] Wang Jing, Wang Zhengfang, Sui Qingmei. Study of FBG stain distribution based on improved genetic algorithm dual constraint [J]. *Chinese J Lasers*, 2012, 39 (3): 03050041 - 0.050046. (in Chinese)
王静,王正方,隋青美.基于改进遗传算法双重约束的应变分布重构研究[J].中国激光,2012,39(3):03050041-0.050046.
- [2] Zhang Liming, Zhang Bin, Yang Fei. Design and test of force actuator in active optical system [J]. *Opt Precision Engineering*, 2012, 20(1): 38-44. (in Chinese)
张丽敏,张斌,杨飞.主动光学系统力促动器设计与测试[J].光学精密工程,2012,20(1):38-44.
- [3] Bi Yong, Zhai Jia, Wu Jinhu, et al. One method for mirror surface figure treatment in optical instrument [J]. *Optical Technique*, 2009, 35(1): 10-17. (in Chinese)
毕勇,翟嘉,吴金虎,等.一种光学仪器镜面面形的处理方法[J].光学技术,2009,35(1):10-17.
- [4] Wang Dong, Yang Hongbo, Chen Changzhen. Computer simulation of the optical surface [J]. *Computer Simulation*, 2007, 24(2): 298-301. (in Chinese)
王栋,杨洪波,陈长征.光学表面面形的计算机仿真[J].计算机仿真,2007,24(2):298-301.
- [5] Zhang Wei, Liu Jianfeng, Long Funian, et al. Study on wavefront fitting using Zernike polynomials [J]. *Optical Technique*, 2005, 31(5): 675-678. (in Chinese)
张伟,刘剑峰,龙夫年,等.基于 Zernike 多项式进行波面拟合研究[J].光学技术,2005,31(5):675-678.
- [6] Lin Xudong, Liu Xinyue, Wang Jianli, et al. Performance of

- correction capability of 137-element deformable mirror[J]. *Opt Precision Engineering*, 2013, 21(2): 267-273. (in Chinese)
- 林旭东, 刘欣悦, 王建立, 等. 137单元变形镜的性能测试即校正能力实验[J]. 光学精密工程, 2013, 21(2): 267-273.
- [7] Zhang Jingxu. Overview of structure of technologies of large aperture ground based telescope [J]. *Chinese Optics*, 2012, 5(4): 327-336. (in Chinese)
- 张景旭. 地基大口径望远镜系统结构技术综述[J]. 中国光学, 2012, 5(4): 327-336.
- [8] Ni Mingyang, Gong Yan. Design and analysis of kinematic lens positioning structure in lithographic projection objective [J]. *Chinese Optics*, 2012, 5(5): 476-483. (in Chinese)
- 倪明阳, 巩岩. 光刻投影物镜光学元件运动学支撑结构的设计与分析[J]. 中国光学, 2012, 5(5): 476-483.
- [9] Shao Liang, Yang Fei, Wang Fuguo, et al. Design and optimization of supporting system for 1.2 m lightweight SiC primary mirror[J]. *Chinese Optics*, 2012, 5(3): 229-234. (in Chinese)
- 邵亮, 杨飞, 王富国, 等. 1.2 m 轻量化 SiC 主镜支撑系统优化设计[J]. 中国光学, 2012, 5(3): 229-234.
- [10] Shi Xiaoyu, Feng Yong, Cheng Ying. A novel predictive controller in the Adaptive Optics Control System based on parallelization method [J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(8): 080100501-081001511. (in Chinese)
- 史晓雨, 冯勇, 陈颖. 一种基于并行化方法的自适应光学闭环预测控制器[J]. 光学学报, 2012, 32(8): 080100501-081001511.
- [11] Wang Rudong, Wang Ping, Tian Wei, et al. Design and analysis of compensation of large aperture optical element for gravity deformation [J]. *Chinese Optics*, 2011, 4(3): 259-263. (in Chinese)
- 王汝冬, 王平, 田伟, 等. 大口径光学元件重力变形补偿的设计分析[J]. 中国光学, 2011, 4(3): 259-263.
- [12] Wu Xiaoxia, Wang Minghao, Ming Ming, et al. Calibration of thermal distortion for large aperture SiC lightweight mirror[J]. *Opt Precision Engineering*, 2012, 20(6): 1243-1249. (in Chinese)
- 吴小霞, 王明浩, 明铭, 等. 大口径 SiC 轻量化主镜热变形得定标[J]. 光学精密工程, 2012, 20(6): 1243-1249.
- [13] Lin Xudong, Xue Cheng, Liu Xinyue. Current status and research development of wave front correctors for adaptive telescope[J]. *Chinese Optics*, 2012, 5(6): 337-351. (in Chinese)
- 林旭东, 薛陈, 刘欣悦, 等. 自适应光学波前矫正器技术发展现状[J]. 中国光学, 2012, 5(6): 337-351.
- [14] Zhao Hongchao, Zhang Jingxu, Yang Feng, et al. Preloading eight-van spider for supporting structure of secondary mirror [J]. *Opt Precision Engineering*, 2013, 21(5): 1199-1204. (in Chinese)
- 赵宏超, 张景旭, 杨飞, 等. 预紧式八翼梁次镜支撑结构动力学分析[J]. 光学精密工程, 2013, 21(5): 1199-1204.
- [15] Wolfgang Dierking. RMS slope of exponentially correlated surface roughness for radar applications [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2000, 38(3): 1451-1454.
- [16] Ross Zhelem. Specification of optical surface accuracy using the structure function [C]//SPIE, 2011, 8083: 808310-1-808310-10.
- [17] Wang Qingfeng, Cheng Deweng, Wang Yongtian. Description of free-form optical curved surface using two-variable orthogonal polynomials[J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(9): 092200201-092200210. (in Chinese)
- 王庆丰, 程德文, 王涌天. 双变量正交多项式描述光学自由曲面[J]. 光学学报, 2012, 32(9): 092200201-092200210.
- [18] Wang Xu. Fabrication of SiC mirror in full aperture with optimized fixed abrasive polishing pad [J]. *Opt Precision Engineering*, 2013, 21(2): 267-273. (in Chinese)
- 王旭. 使用优化的固着磨料磨盘全口径加工碳化硅反射镜[J]. 光学精密工程, 2013, 21(2): 267-273.
- [19] Cheng J Q. Principles of Astronomical Telescope Design [M]. Beijing: China Science & Technology Press, 2003. (in Chinese)
- [20] Wang Fuguo, Yang Fei, Zhao Hongchao, et al. Progress in TMT M3 system[J]. *Chinese Optics*, 2013, 10(6): 643-651. (in Chinese)
- 王富国, 杨飞, 赵宏超, 等. TMT 望远镜三镜系统的研究进展[J]. 中国光学, 2013, 10(6): 643-651.