

## 基于四象限 APD 的相位法测距系统实现跟踪可行性分析

蒲磊<sup>1,2</sup>, 刘恩海<sup>1</sup>, 钟建勇<sup>1</sup>, 王选钢<sup>1</sup>

(1. 中国科学院光电技术研究所, 四川 成都 610200; 2. 中国科学院大学, 北京 100049)

**摘要:** 现有的相位法测距系统均是用来测量距离的, 并没有提供方位角和俯仰角相关信息以实现目标的自动跟踪, 从而使得相位法的应用受到限制。针对上述现象, 在不考虑回波光斑非均匀性和噪声的条件下, 提出了基于接收器为四象限 APD 的相位法激光测距系统实现跟踪的想法, 并通过理论分析和仿真实验证明, 通过对四象限的四路信号进行 FFT 提取幅值信息, 可以计算得到方位角和俯仰角, 从理论上使得相位法测距系统可以在不需要其他设备辅助的条件下自动跟踪目标。

**关键词:** 相位式测距系统; 跟踪; 四象限 APD; FFT

**中图分类号:** TN249 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2015)02-0601-05

## Feasibility analysis of phase-shift range system based on four-quadrant APD for tracking

Pu Lei<sup>1,2</sup>, Liu Enhai<sup>1</sup>, Zhong Jianyong<sup>1</sup>, Wang Xuangang<sup>1</sup>

(1. Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu 610200, China;  
2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract:** The existing distance ranging systems based on the method of measuring phase do not provide information of the azimuth angle and elevation angle to achieve the target tracking, so it makes this system's application limited. In response to this phenomenon, under the conditions of not considering echo spot of non-uniformity and noise, the idea of using laser ranging system based on the receiver of four-quadrant APD to achieve tracking was proposed. Through theoretical analysis and simulation test, its result show that, the amplitude information extracted from the four quadrant signal's FFT, can calculate the azimuth angles and elevation angles; so in theory ranging system based on phase method on the conditions of not needing auxiliary equipment to provide information, can achieve automatic tracking.

**Key words:** ranging system based on phase method; tracking; four-quadrant APD; FFT

收稿日期: 2014-06-05; 修订日期: 2014-07-09

基金项目: 国家 973 计划(2014CB744200)

作者简介: 蒲磊(1986-), 男, 博士生, 主要从事激光雷达回波信号数字处理方面的研究。Email: pl408367247@163.com

导师简介: 刘恩海(1964-), 男, 研究员, 主要从事信息与信号处理方面的研究。Email: leh@ioe.ac.cn

## 0 引言

相位法激光测距相比于脉冲测距具有抗干扰能力强、测距精度高、可达毫米级的优势,并且实际工程有具体应用。在国外,如 1997 年日本的工程试验卫星(ETS-VII)<sup>[1]</sup>和欧空局(ESA)研制的交会激光雷达<sup>[2]</sup>、日本制的全站仪都利用相位法实现了距离测量;在国内,如哈尔滨工业大学设计的实时测距系统<sup>[3]</sup>和中国科学院光电研究院的基于欠采样的激光测距系统<sup>[4-5]</sup>。而现有的相位法测距系统需要借助其他的辅助设备使激光器对准目标,完成测距。文中提出基于接收器为四象限 APD 的相位法激光测距系统通过 FFT 变换得到幅值信息,提取脱靶量,实现自动跟踪测距,为相位法在跟踪方面的研究和应用奠定了基础。为了更好地说明该原理,在此先介绍一些相关的基础知识。

## 1 脱靶量和方位角、俯仰角之间的关系

图 1 为利用偏移量计算回波的俯仰角和方位角的示意图。其中  $H$  表示光敏面和视场光阑的距离,  $d$  表示视场光阑上圆孔的直径,  $L$  表示光敏面上有效的正方形区域边长的一半,大多数场合取  $d=L$ <sup>[6]</sup>。图 2 为是四象限测角基本原理示意图。以  $O$  为中心的两个坐标轴将光敏面等分为四个象限,分别记为 A、

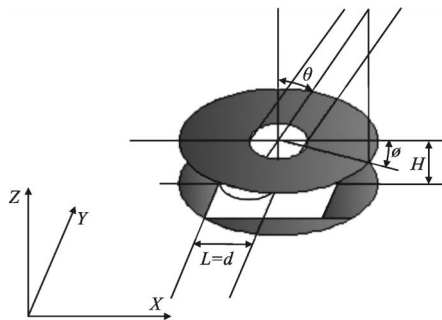


图 1 利用偏移量计算回波光的俯仰角和方位角<sup>[7]</sup>

Fig.1 Using the offset to calculate pitching angle and azimuth of echo<sup>[7]</sup>

B、C、D 象限。光斑通过图 1 中的视场光阑照射到光敏面上,在光敏面上形成类似于图 2 的图形,在不考虑光斑非均匀性的条件下,根据四象限的光电转换原理可知,四象限输出的四路电流值与照射到光敏面上各象限的有效面积成正比。设比例系数为  $k_i$ , A、

B、C、D 象限的有效面积分别记为  $S_A$ 、 $S_B$ 、 $S_C$ 、 $S_D$ , 四象限对应输出的电流值为  $I_A$ 、 $I_B$ 、 $I_C$ 、 $I_D$ , 则有  $I_i=k_i S_i$ , 其中  $i \in \{A, B, C, D\}$ 。

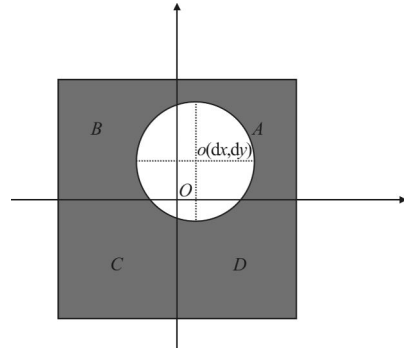


图 2 四象限测角基本原理<sup>[6]</sup>

Fig.2 Basic principle of measuring angle of four quadrant angle<sup>[6]</sup>

通过图 2, 可以利用这四个面积值求取光斑中心  $o$  相对于光敏面的有效面元中心  $O$  的偏移量坐标  $(dx, dy)$ , 即脱靶量, 再将该坐标带入如下公式就可以求取方位角  $\varphi$  和俯仰角  $\theta$ <sup>[8]</sup>:

$$\varphi = \arctan \frac{dx}{dy}, \theta = \arctan \frac{\sqrt{dx^2 + dy^2}}{H} \quad (1)$$

四象限跟踪原理就是利用这两个量控制激光器底座中的转动电机, 从而实现跟踪。

### 1.2 传统脱靶量计算值和实际脱靶量值之间的关系

传统脱靶量计算方法<sup>[9]</sup>得到的脱靶量为  $(dx_1, dy_1)$ , 则

$$dx_1 = \frac{I_A - I_B - I_C + I_D}{I_A + I_B + I_C + I_D}, dy_1 = \frac{I_A + I_B - I_C - I_D}{I_A + I_B + I_C + I_D} \quad (2)$$

$dx_1, dy_1$  和  $dx, dy$  之间的关系为:

$$dx_1 = \frac{1}{\pi} (2\arcsin dx + \sin(2\arcsin dx)) \quad (3)$$

$$dy_1 = \frac{1}{\pi} (2\arcsin dy + \sin(2\arcsin dy)) \quad (4)$$

## 2 理论分析

### 2.1 近似条件

#### 2.1.1 目标沿 X 轴方向的运动对脱靶量的影响

在目标跟踪测距的应用过程中, 目标的运动速度一般与探测器的斜率有关, 当目标距离接收器较远时, 速度较高, 当距离较近时, 速度较低。设发射频率为  $f$ , 则周期为  $T$ , 目标在视场光阑坐标系中沿 X 轴方向的速度为  $V_x$ , 在 Z 轴方向上的距离为  $Z_0$ , 视场光阑到光敏面的距离为  $H$ , 则得出沿 X 轴方向的速度

度  $V_x$  在光敏面上的归一化的投影速度  $V_l$  可由以下公式得出

$$V_l = \frac{HV_x}{Z_0 R} \quad (5)$$

式中:  $R=L-\frac{d}{2}$ 。则在一个采样周期中,实际归一化脱靶量  $dx$  的变化量

$$\Delta dx = V_l T = \frac{HV_x T}{Z_0 R} = \frac{HV_x}{Z_0 f R} \quad (6)$$

由图 1 可知,  $H/R$  由系统内部结构决定, 为固定常数, 由手册中给出的视场角极限参数可求得, 如视场角为  $60^\circ$ , 则  $H/R=0.866$ ,  $V_x/Z_0$  一般很小, 而  $f$  较大, 通常在几十千赫兹以上, 因此  $\Delta dx$  的数量级远小于  $10^{-3}$ ; 在  $Y$  方向的计算同理。所以在一个采样周期内, 可以假定光敏面上的中心不变, 即目标在一个采样周期内是瞬间静止的。

### 2.1.2 目标沿 Z 轴方向的运动对脱靶量的影响

当目标沿 Z 轴飞行时, 采样初时刻的目标在视场光阑坐标系中的坐标为  $(X_0, Y_0, Z_0)$ , 在一个采样周期内, Z 轴上的变化量为  $\Delta Z$ , 分析该变化量对 X 方向上脱靶量的影响, 如图 3 所示。

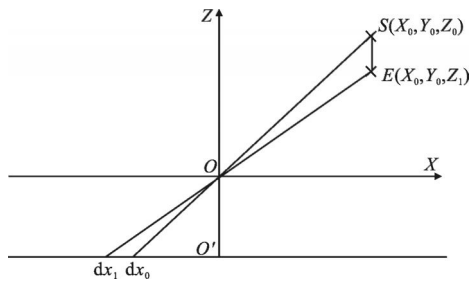


图 3 目标在 Z 轴上的变化对光敏面上脱靶量 X 的影响

Fig.3 Variation of the target on Z axis effects on miss distance X of photosensitive surface

目标在  $1/f$  的时间内从 S 点开始运动到 E 点, 光斑中心在 X 轴上的分量从  $dx_0$  运动到  $dx_1$ , 则归一化的变化量

$$\Delta dx = dx_1 - dx_0 = \frac{(Z_0 - Z_1)HX_0}{Z_l Z_0 R} = \frac{V_z H X_0}{Z_l Z_0 f R} \quad (7)$$

其中,  $X_0/Z_0$  远小于 1, 假设一直处于跟踪阶段, 则  $X_0$  的值相对于  $Z_0$  的值非常小;  $V_z/f$  也远小于 1, 因为  $V_z$  在较远处为几十米每秒, 而  $f$  一般为几十千赫兹;  $H/R$  由系统内部结构所定, 为固定常数, 小于 1;  $1/Z_l$

的值由运动后的在 Z 轴方向的分量决定, 在较远处该值也很小。综上所述,  $\Delta dx$  值很小, 所以可以假定在  $1/f$  时间内, 认为脱靶量中心没有变化, 则认定目标在这段时间内是相对静止的。通过上述分析, 可以对模型做如下简化: 假设目标在一个采样周期内, 认定目标的光斑中心是没有变化的, 即认定目标在该采样周期内是瞬间静止的。

## 2.2 理论证明

### 2.2.1 连续信号

在某一时刻  $t_0$ , 设落在第一、二、三、四象限的信号强度为  $x_A(t_0), x_B(t_0), x_C(t_0), x_D(t_0)$ , 因为回波是激光器发射的正弦波遇见目标发生反射而产生的, 所以回波信号也是正弦信号。设该回波信号为  $x_R(t) = y_R \sin(\omega_s t + \theta_0)$ , 其中  $\omega_s$  为回波信号的角频率, rad/s;  $\theta_0$  为回波信号的初相位, rad,  $y_R$  为  $x_R(t)$  的幅值。在  $t_0$  时刻, APD 上四个象限总的信号强度为  $x_R(t_0)$ , 则落在 A 象限的信号强度为:

$$x_A(t_0) = \frac{S_A}{S_A + S_B + S_C + S_D} x_R(t_0) = \frac{S_A}{S_A + S_B + S_C + S_D} y_R \sin(\omega_s t_0 + \theta_0)$$

$$y_A = \frac{S_A}{S_A + S_B + S_C + S_D} y_R \rightarrow y_A \sin(\omega_s t_0 + \theta_0) \quad (8)$$

式中:  $y_A$  为第一象限信号的幅度。然后对  $x_A(t_0)$  在一个周期内进行 CFT (Continuous Fourier Transform):

$$X_A(k\Omega_0) = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x_A(t_0) e^{-jk\Omega_0 t_0} dt_0 \quad (9)$$

式中:  $T = \frac{2\pi}{\omega_s}$ ;  $\Omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ 。得到  $\Omega_0 = \omega_s$ 。

将公式(8)带入公式(9)中可得:

$$X_A(k\Omega_0) = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} y_A \sin(\omega_s t_0 + \theta_0) e^{-jk\Omega_0 t_0} dt_0$$

$$\xrightarrow{\Omega_0 = \omega_s, T = \frac{2\pi}{\omega_s}} \frac{y_A}{jT} \left[ \frac{e^{j\theta_0} \sin[\pi(1-k)]}{\omega_s(1-k)} - \frac{e^{-j\theta_0} \sin[\pi(1+k)]}{\omega_s(1+k)} \right]$$

当  $k \neq \pm 1$  时,  $X_A(k\Omega_0) = 0$ ; 当  $k=1$  时,  $X_A(\Omega_0) = \frac{y_A e^{j\theta_0}}{2j} \Rightarrow y_A = 2|X_A(\Omega_0)|$ ; 当  $k=-1$  时,  $X_A(-\Omega_0) = \frac{y_A e^{-j\theta_0}}{-2j} \Rightarrow y_A = 2|X_A(-\Omega_0)|$ 。同理可得:  $y_B = 2|X_B(\Omega_0)|$ ;  $y_C = 2|X_C(\Omega_0)|$ ;  $y_D = 2|X_D(\Omega_0)|$ ; 其中  $y_B, y_C, y_D$  分别为第二、三、四象限信号的幅值。

设在  $t_0$  时刻, 利用传统算法计算出的 x 轴方向的偏移量

$$\Delta X(t_0) = k \frac{x_A(t_0) + x_D(t_0) - x_C(t_0) - x_B(t_0)}{x_A(t_0) + x_B(t_0) + x_C(t_0) + x_D(t_0)} = k \frac{y_A \sin(\omega_s t_0 + \theta_0) + y_D \sin(\omega_s t_0 + \theta_0) - y_C \sin(\omega_s t_0 + \theta_0) - y_B \sin(\omega_s t_0 + \theta_0)}{y_A \sin(\omega_s t_0 + \theta_0) + y_D \sin(\omega_s t_0 + \theta_0) + y_C \sin(\omega_s t_0 + \theta_0) + y_B \sin(\omega_s t_0 + \theta_0)} = k \frac{y_A + y_D - y_C - y_B}{y_A + y_D + y_C + y_B} \quad (10)$$

将  $y_A = \frac{S_A y_R}{S_A + S_B + S_C + S_D}$  等带入公式(10)中可得:

$$\Delta X(t_0) = k \frac{S_A + S_D - S_B - S_C}{S_A + S_D + S_B + S_C} \stackrel{\text{def}}{\rightarrow} \Delta X \quad (11)$$

从上式可以看出,  $\Delta X(t_0)$  只与照射到 APD 的各象限的面积有关, 与时间无关。在目标和激光器不移动的条件下,  $\Delta X(t_0)$  为常数, 可以定义  $\Delta X(t_0) \stackrel{\text{def}}{\rightarrow} \Delta X$ , 则

$$\Delta X = k_0 \frac{y_A + y_D - y_C - y_B}{y_A + y_D + y_C + y_B} = k \frac{|X_A(\Omega_0)| + |X_D(\Omega_0)| - |X_B(\Omega_0)| - |X_C(\Omega_0)|}{|X_A(\Omega_0)| + |X_D(\Omega_0)| + |X_B(\Omega_0)| + |X_C(\Omega_0)|} \quad (12)$$

因此, 可以通过 CFT 变换得到各象限信号的幅值, 利用公式(12)可以计算出传统算法脱靶量值。传统算法脱靶量的计算值  $\Delta X$  与实际  $x$  轴上的偏移量  $\Delta X_R$  有如下关系:

$$\Delta X = k_0 \left[ 2 \arcsin \frac{\Delta X_R}{R} + \sin \left( 2 \arcsin \frac{\Delta X_R}{R} \right) \right] / \pi$$

同理可得  $\Delta Y$  及  $\Delta Y_R$ 。证明了在连续条件下, 可以通过 CFT 来计算光斑中心和光敏面中心之间的偏移量(即脱靶量), 从而可以实现跟踪。

### 2.2.2 离散化

在离散条件下, 对上述四个象限的连续信号在一个周期内进行  $N$  点的均匀采样, 采样周期为  $T_c = T_s/N$ , 则可知采样频率  $f_c = \frac{1}{T_c}$ , 采样角频率  $\omega_c = 2\pi f_c = 2\pi/T_c$ 。以第一象限信号为例, 其他三象限的信号也做类似处理。第一象限信号离散后的表达式为:

$$x_A(nT_c) = y_A \sin(\omega_c nT_c + \theta_0) = y_A \sin \left( \frac{2\pi\omega_c}{\omega_c} n + \theta_0 \right) \stackrel{\text{def}}{\rightarrow} x_A(n) \quad (13)$$

式中:  $n=1, 2, \dots, N-1$ 。对公式(13)进行  $N$  点 DFT (Discrete Fourier Transform), 则

$$X_A(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x_A(n) e^{-2\pi jkn/N}$$

令

$$F(k) = \sum_{n=0}^{N-1} [e^{j\theta_0} e^{jn(2\pi\omega_c/\omega_c - 2\pi k/N)} - e^{-j\theta_0} e^{-jn(2\pi\omega_c/\omega_c + 2\pi k/N)}] / 2j$$

$$\xrightarrow{T_c=T_s/N} F(k) = \sum_{n=0}^{N-1} [e^{j\theta_0} e^{j2\pi n(1-k)/N} - e^{-j\theta_0} e^{-j2\pi n(1+k)/N}] / 2j \quad (14)$$

由公式(14)可知, 当  $k=1$  或  $k=N-1$  时,  $|F(k)|=N \neq 0$ , 则可推出  $X_A(1) = y_A F(1) \Rightarrow |X_A(1)| = y_A |F(1)| = N y_A$ , 其中  $|X_A(1)|$  为  $x_A(n)$  进行 DFT 变换之后第一条谱线所对应的幅值。可推出  $y_A = |X_A(1)|/|F(1)|$ , 同理可以推出

$$y_B = |X_B(1)|/|F(1)|; y_C = |X_C(1)|/|F(1)|; y_D = |X_D(1)|/|F(1)|。$$

代入得到:

$$\Delta X = k_0 \frac{y_A + y_D - y_C - y_B}{y_A + y_D + y_C + y_B} = k_0 \frac{|X_A(1)| + |X_D(1)| - |X_B(1)| - |X_C(1)|}{|X_A(1)| + |X_D(1)| + |X_B(1)| + |X_C(1)|}$$

从上式可以看出, 传统算法计算出来的偏移量可以由四象限信号分别进行 DFT 变换后的某条谱线幅值计算得到。根据公式(3)和(4)可以求出实际偏移量, 通过 DFT 来计算光斑中心和光敏面中心之间的偏移量(即脱靶量), 从而可以实现跟踪。

## 3 仿真

利用 Matlab 中的 Simulink 对以上推导过程进行建模仿真<sup>[10]</sup>, 仿真模型的模块图如图 4 所示。通过该仿真验证上述过程的正确性。

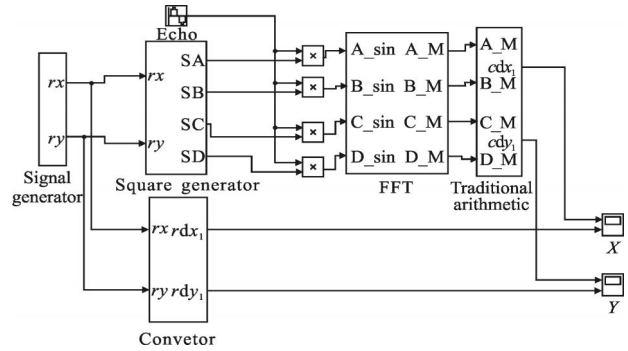


图 4 仿真模型模块图

Fig.4 Block of simulation module

### 3.1 仿真模型及各模块功能介绍

**Signal generator:** 该模块主要用于产生脱靶量实际值,  $rx$  代表实际的光斑中心在  $X$  轴上的偏移量;

**Square generator:** 通过自己设定的脱靶量产生与该脱靶量对应四象限各自的面积值;

**Multiplication(1~4):** 对回波信号强度的进行分解, Echo 代表整体的回波信号, 通过合成之后得到各个象限的回波信号;

**FFT:** 对各个象限的回波信号进行 FFT 变换, 并提取出回波信号频率对应的谱线的幅值信息, 即图中的  $A\_M$ 、 $B\_M$ 、 $C\_M$ 、 $D\_M$ ;

**Traditional arithmetic:** 该模块将得到的四路信号的幅值信息通过传统的脱靶量算法(公式(1))得到计算的  $dx_1, dy_1$ , 即  $cdx_1, cdy_1$ ;

**Convolver:** 将自己设定的脱靶量值转换成对应的  $dx_1, dy_1$ , 即  $rxdx_1, rydy_1$ ;

示波器  $X$  和  $Y$ : 对比  $cdx_1, cdy_1$  和  $rxdx_1, rydy_1$ 。

### 3.2 仿真结果

鉴于四象限的对称性,只考虑  $rx > 0$  和  $ry \geq 0$  的情况。设置当  $ry=0$  时,将  $rx$  从 0~1 按等间距 0.01 离散化,并求得  $cdx_1-rdx_1$ ,得到图 5,该图表示偏移量  $rdx_1$  和计算偏移量  $cdx_1$  之间的误差曲线,数量级达  $10^{-16}$ ,该误差是由计算机的舍入误差造成的。

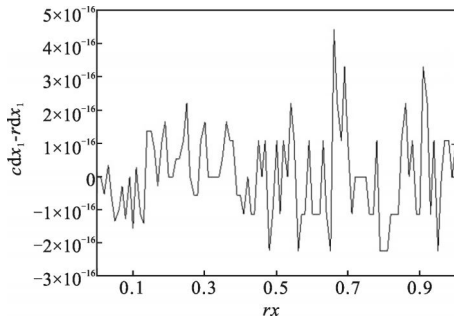


图 5  $cdx_1$  和  $rdx_1$  两者之间的误差

Fig.5 Error between  $cdx_1$  and  $rdx_1$

而在区域  $A=\{rx, ry: rx \in [0, 1], ry \in [0, 1]\}$ ,误差曲面图如图 6 所示。可以看出,在整个误差区域  $A$  内,最大的误差值数量级达  $10^{-16}$ ,这种误差是由于计算过程中计算机的舍入误差引起的,该量非常小,可以忽略不计。

经过仿真结果显示,验证了推导过程的合理性,证明把四象限得到的数据进行 FFT 所得到的幅值信息可以用于求取脱靶量。

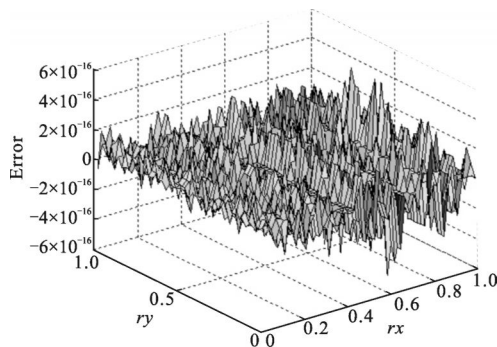


图 6 在整个脱靶量平面内  $cdx_1$  的误差曲面图

Fig.6  $cdx_1$  error curve graph in the miss distance plane

## 4 结论

文中从理论和仿真角度证明了基于四象限的 APD 相位法测距系统能够实现跟踪。在分析和仿真的过程中,在不考虑光斑非均匀性和噪声的条件下,

对求取脱靶量进行了原理性证明;对基于四象限 APD 的相位法测距系统实现闭环跟踪功能提供了理论依据,为进一步利用 FFT 算法提取的幅值信息实现基于四象限 APD 的相位法的测距跟踪系统奠定了原理性基础。

### 参考文献:

- [1] Masaaki Mokuno, Isao Kawano, Takashi Suzuki. In-orbit demonstration of rendezvous laser radar for unmanned autonomous rendezvous docking [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2004, 40(2): 617-626.
- [2] Feng Longling. Simple analysis of signal-processing skill for four-quadrant opto-electronic detective system [J]. *Optical Technique*, 1995, 3: 12-17. (in Chinese)
- [3] Yang Chunping, Wu Jian, He Yi. Application of laser lidar in space rendezvous and docking [J]. *Journal of University of Electronic Science and Technology of China*, 1999, 28 (4): 447-451. (in Chinese)
- [4] Wang Xinyao, Zhang Keshu. Digital phase-shift measuring methods based on sub-sampling in laser range finder [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2013, 42 (5): 1330-1337. (in Chinese)
- [5] Sun Ying, Zhang Keshu. Design and implementation of simulation system for phase-shift laser range-finder [J]. *Computer Simulation*, 2012, 1: 360-363. (in Chinese)
- [6] Jia Fangxiu, Ding Zhenliang, Yuan Feng. Real-time laser range finding system for moving target based on all-phase fourier transform spectrum analysis [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, 10(10): 2928-2934. (in Chinese)
- [7] Zhang Shuqin. Space Rendezvous and Docking Measurement Technology and Engineering Applications[M]. Beijing: China Astronautic Publishing House, 2005: 193-194. (in Chinese)
- [8] Hu Xianlong, Zhou Shichun. Analysis and research on several angle-measurement algorithms based on four-quadrant detector[J]. *Laser & Infrared*, 2007, 37(6): 546-551. (in Chinese)
- [9] Chen Yong, Zhu Tianrui, Li Huangong. Analysis and improvement in angle-measurement algorithm of the four quadrant detector[J]. *Laser & Infrared*, 2009, 39(6): 670-672. (in Chinese)
- [10] Dong Chenhui, Peng Xuefeng. MATLAB 2008 Full Guide [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2009: 421-470. (in Chinese)