

## 改进剥层法实现 FBG 非均匀应变传感解调

沈小燕, 张良岳, 孙 杰, 胡佳成, 李东升

(中国计量学院 计量测试工程学院, 浙江 杭州 310018)

**摘 要:** 剥层法是重构光纤 Bragg 光栅(FBG)参数的常用方法,利用剥层法可以解调 FBG 非均匀应变。常规剥层法获得的 FBG 复耦合系数存在误差,为提高非均匀应变解调精度,提出基于剥层法的复耦合系数幅值修正改进方法。新方法在剥层求解当前层复耦合系数后,保留耦合系数相位,对耦合系数幅值进行修正,构成新的复耦合系数用于下一层反射谱的剥层求解。给出了改进算法求解非均匀应变的详细步骤和过程,并进行了仿真实验研究。利用传输矩阵法模拟仿真无应变、应变线性增大、应变线性减小以及二次曲线应变下的 FBG 反射谱,分别使用常规方法和改进的方法对各反射谱进行应变解调。结果表明:改进的方法获得的应变结果与理论应变有更高的一致性;不同理论应变下,改进的方法获得应变最大误差均值约为原始方法的 1/5,均方根误差的均值约为原始方法的 1/7,改进的方法解调误差远小于原始方法。

**关键词:** 非均匀应变检测; 复耦合系数修正; 剥层法; 光纤 Bragg 光栅

**中图分类号:** TN214 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2015)12-3734-06

## Improved layer peeling algorithm to realize FBG non-uniform strain sense demodulation

Shen Xiaoyan, Zhang Liangyue, Sun Jie, Hu Jiacheng, Li Dongsheng

(College of Metrology & Measurement Engineering, China Jiliang University, Hangzhou 310018, China)

**Abstract:** Layer peeling algorithm is a common method of fiber Bragg grating (FBG) parameter reconstruction, which can be used to demodulate the inhomogeneous strain applying on FBG. The study found that conventional layer peeling algorithm cannot figure out the exact value of complex coupling coefficient, to increase the non-uniform strain demodulation precision, a improved layer peeling algorithm called complex coupling coefficient amplitude correction method was proposed. The improved method retained the phase of coupling coefficient, corrected the amplitude of coupling coefficient, and used the modified complex coupling coefficient on layer peeling calculation of the reflection spectrum. The following 4 reflection spectrums of FBG were obtained by the transfer matrix simulating method: without strain, strain increasing linearly, strain decreasing linearly and strain of quadratic curve, the strain results were calculated by both the conventional method and the improved method. The experiment shows that the strain results of the improved method are consistent with the input strain; With different theoretical strains, mean of the largest error of improved method is about 1/5 of conventional method, the mean of root mean square error is about 1/7 of the conventional one, the error is obviously much smaller.

收稿日期:2015-04-11; 修订日期:2015-05-18

基金项目:国家自然科学基金(61205082);浙江省自然科学基金(LQ14F050004)

作者简介:沈小燕(1982-),副教授,硕士生导师,博士,主要从事 FBG 传感研究。Email:xyshen@cjlu.edu.cn

**Key words:** non-uniform strain detection; correction of complex coupling coefficient; layer peeling algorithm; fiber Bragg grating

## 0 引言

光纤 Bragg 光栅(Fiber Bragg Grating, FBG)作为一种光学传感器,由于其体积小、质量轻、抗干扰能力强、防电磁干扰、易于光纤耦合等优点,被广泛应用于航空航天等大型工程中<sup>[1]</sup>。为了降低光损耗,FBG 传感使用 1 550 nm 波段的红外宽带光源作为系统输入光源。应变检测是 FBG 最基础的传感应用,应变的变化引起 FBG 结构参数变化,从而导致 FBG 反射谱发生改变。应变为均匀应变时,FBG 反射率最大值对应的波长也就是 Bragg 波长在频谱上发生线性漂移,通过滤波法<sup>[2]</sup>、干涉法<sup>[3]</sup>等解调方式可以检测出该漂移量,从而计算应变大小。随着科研试验的需求,一些非均匀应变的场合,如结构精细或受力复杂部件的非均匀应变检测,需要 FBG 来实现,此时应变为沿 FBG 轴向非均匀分布的应变,检测方法也发生改变。Coric Dragan 等<sup>[4]</sup>采用 OLCR 技术实现了均匀和非均匀载荷下 FBG 反射谱的检测;Gagliardi G 等<sup>[5]</sup>采用射频调制光谱技术获得了 FBG 应变传感结果。目前 FBG 非均匀应变解调的主要研究方向是解调算法的优化和解调设备的改进<sup>[6]</sup>。参考文献[7]指出剥层法是实现非均匀应变解调的基础算法,其本质是实现 FBG 的参数重构,即通过 FBG 反射谱计算获得 FBG 结构参数,相比其他重构算法,如傅里叶变换法<sup>[8]</sup>、GLM 算法<sup>[9]</sup>,剥层法由于其解算精度高、运行速度快,得到了广泛应用,然而在重构强反射光栅时,精度会明显下降,并且变得不稳定;而且所求解的反射谱必须是与之严格对应的脉冲响应的傅里叶变换,否则将无法求解准确值。王静等<sup>[10]</sup>做了剥层法优化研究,将智能算法引入剥层法中,但是算法的解算精度和解算速率是难以调和的矛盾。

利用剥层法进行应变解调时,通过计算各分层光栅的复耦合系数,然后求解 FBG 的轴向非均匀应变分布。研究中发现,应变只与复耦合系数相位相关,而与耦合系数幅值无关,利用这一特性,提出 FBG 非均匀应变传感解调新方法。新方法只对复耦合系数相位求解,结合修正后的复耦合系数幅值进行反射谱

剥层,从而提高 FBG 非均匀应变的解调精度。

## 1 FBG 非均匀应变解调原理和数学模型

光纤光栅折射率调制模型可以用公式(1)表示:

$$n(z)=n_0+\Delta n_{ac}(z)\cos\left(\frac{2\pi}{\Lambda_d}z+\theta(z)\right)+\Delta n_{dc} \quad (1)$$

式中: $n_0$ 为光纤纤芯折射率; $\Delta n_{ac}(z)$ 、 $\Delta n_{dc}(z)$ 为纤芯折射率交流调制幅度和直流调制幅度; $\Lambda_d$ 为设计的栅格周期; $\theta(z)$ 为光栅相位啁啾。若光纤光栅  $\Delta n_{ac}$ 、 $\Delta n_{dc}$  为常量,且=0,该光纤光栅就是光纤 Bragg 光栅。对应的光纤 Bragg 波长  $\lambda_B=2n_{\text{eff}}\Lambda_d$ ,  $n_{\text{eff}}=n_0+\Delta n_{dc}$ 。

耦合模理论是光纤光栅所有理论算法的基础。耦合模理论认为光在光纤光栅中的前向和后向传播光复振幅  $u(z, \delta)$ 、 $v(z, \delta)$ 符合公式(2):

$$\begin{cases} du(z, \delta)/dz=+i\delta u+q(z)v \\ dv(z, \delta)/dz=-i\delta v+q^*(z)u \end{cases} \quad (2)$$

式中: $\delta$ 为波数失谐量,即波数 $\beta$ 与设定波数 $\beta_B$ 之差,有 $\delta=\beta-\beta_B=2\pi n_{\text{eff}}(1/\lambda-1/\lambda_B)$ ;  $z$ 表示光纤光栅位置,取值 $0\sim L$ ,  $L$ 为光纤光栅长度; $q(z)$ 为复耦合系数,其幅值和相位与光纤光栅结构参数相关:

$$|q(z)|=\eta\pi\Delta n_{dc}(z)/\lambda_B \quad (3)$$

$$\phi_q(z)=\frac{\pi}{2}+\theta(z) \quad (4)$$

式中: $\eta$ 为纤芯模态功率系数,理想情况可取为 1,此时  $\Delta n_{ac}=\Delta n_{dc}$ 。由公式(3)、公式(4)可知复耦合系数  $q(z)$ 中包含光纤光栅  $\Delta n_{ac}(z)$ 、 $\Delta n_{dc}(z)$ 和  $\theta(z)$ 等结构参量。除此之外,当 FBG 做非均匀应变传感时,原始栅格周期受非均匀应变作用而发生变化,此时定义各个位置栅格周期为有效栅格周期  $\Lambda_{\text{eff}}(z)$ ,该值同样与耦合系数相关,如公式(5)所示。

$$\Lambda_{\text{eff}}(z)=\Lambda_d\left(1+\frac{\Lambda_d}{2\pi}\frac{d\phi_q(z)}{dz}\right) \quad (5)$$

此时,FBG 各点上 Bragg 波长为  $\lambda_B'(z)=2n_{\text{eff}}\Lambda_{\text{eff}}(z)$ 。结合 FBG 受轴向应变作用模型<sup>[11]</sup>:

$$\Delta\lambda_B/\lambda_B=(\lambda_B'(z)-\lambda_B)/\lambda_B=(1-p_e)e(z)$$

得轴向应变分布的数学模型为:

$$e(z)=\frac{\Lambda_d}{2\pi(1-p_e)}\frac{d\phi_q(z)}{dz} \quad (6)$$

公式(6)建立 FBG 所受非均匀应变与耦合系数相位的关系, 通过反射谱进行 FBG 非均匀应变解调, 关键是获得复耦合系数的相位  $\phi_q(z)$ 。剥层法是一种很好的实现耦合系数求解的手段。

## 2 基于剥层法的应变解调方法及其改进

剥层法通过 FBG 反射谱求解 FBG 各个位置耦合系数, 其求解过程需要对 FBG 进行离散近似, 即将 FBG 分成若干层, 并认为每层 FBG 都为均匀的。剥层法将长为  $L$  的 FBG 分成  $N$  层, 那么每层长度  $\Delta=L/N$ 。相邻两层 FBG 的前向光和后向光的复振幅可用一个矩阵  $T_j$  联系起来, 有:

$$\begin{bmatrix} u_{j+1}(\delta) \\ v_{j+1}(\delta) \end{bmatrix} = T_j \begin{bmatrix} u_j(\delta) \\ v_j(\delta) \end{bmatrix} \quad (7)$$

此时, 每层光栅的复反射系数幅值表示为:

$$r_j(\delta) = v_j(\delta) / u_j(\delta) \quad (8)$$

为了提高计算效率, 将每一层的传输矩阵进一步拆分成两个矩阵的形式<sup>[10]</sup>, 有:

$$T_j = T_{\Delta,j} \cdot T_{\rho,j} = \begin{bmatrix} \exp(i\delta\Delta) & 0 \\ 0 & \exp(i\delta\Delta) \end{bmatrix} \cdot (1 - |\rho_j|^2)^{-1/2} \begin{bmatrix} 1 & -\rho_j^* \\ -\rho_j & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中: 矩阵  $T_{\Delta,j}$  表示光在某个 FBG 分层中的传输; 矩阵  $T_{\rho,j}$  表示光在某个 FBG 分层中的反射。  $\rho_j$  为第  $j$  层 FBG 复反射系数, 它与复耦合系数关系为:

$$\rho_j = -\tanh(|\rho_j| \Delta) \frac{q_j^*}{|q_j|} \quad (10)$$

此时, 每层光栅的复反射系数幅值进一步表示为:

$$r_{j+1}(\delta) = \exp(-i2\delta\Delta) \frac{r_j(\delta) - \rho_j}{1 - \rho_j r_j(\delta)} \quad (11)$$

剥层法的求解逻辑如图 1 所示。利用 FBG 反射谱  $r_1(\delta)$  求解首层复反射系数  $\rho_1$ , 再利用公式(10)解得  $q_1$  的值; 将  $\rho_1$  代入公式(11)剥去第一层的作用解得  $r_2(\delta)$ , 得到第 2 层复反射系数  $\rho_2$ , 进行  $q_2$  的计算; 重复上述过程进行  $q_j$  的计算, 直至对整层 FBG 求解完成。下面介绍如何求解得到首层复反射系数  $\rho_1$ 。

与反射光谱相对应的脉冲响应函数  $h(\tau)$  在  $\tau=0$  的值只和首段 FBG 复反射系数  $\rho$  有关, 因为光没有足够的时间传播至第二层以及更后面的层。这就好

像只有 FBG 的第一层存在, 则有<sup>[10]</sup>:

$$\rho_1 = h_1(0) = \frac{\Delta}{\pi} \int_{-\pi/2\Delta}^{\pi/2\Delta} r_1(\delta) d\delta \quad (12)$$

经过分析可知, 利用公式(10)~(12)可计算光纤光栅上各层复耦合系数值, 再结合公式(7)可以实现从 FBG 反射谱到非均匀应变的求解。

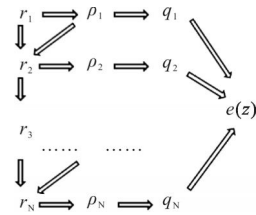


图 1 剥层法的应变解调流程

Fig.1 Strain demodulation process of layer peeling algorithm

模拟 FBG 反射谱, 利用上述步骤解调非均匀应变, 发现结果误差较大。分析该误差出现的原因, 通过实验发现耦合系数的求解存在较大偏差。例如, 针对某一无应变输入 FBG 对应的反射谱, 求解复耦合系数幅值与真实值存在较大偏差, 如图 2 所示。

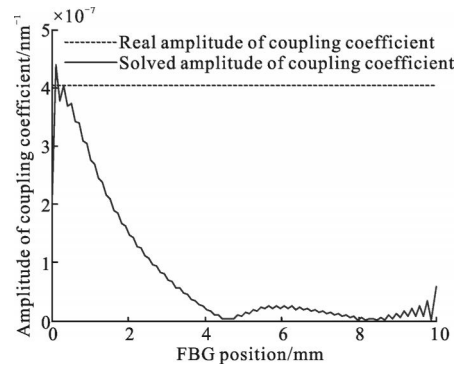


图 2 剥层法解算耦合系数与实际耦合系数比较(幅值)

Fig.2 Comparison of layer peeling algorithm coupling coefficient solution with the actual coupling coefficient(amplitude)

根据公式(6), 应变只与耦合系数相位有关, 但在剥层过程中, 耦合系数幅值误差会给下一层反射谱计算引入误差, 从而影响应变的解算。

针对一个真实的 FBG 反射谱, 剥层法可能会给出错误的耦合系数值, 因为剥层法能够准确解算耦合系数的条件是, 反射谱有与之准确对应的时域脉冲响应。真实的 FBG 反射谱并无与之明确对应的时域脉冲响应, 从而导致求解误差增大。

为了提高应变解调精度, 提出耦合系数幅值修

正法进行 FBG 非均匀应变解调。幅值修正法的提出基于认为耦合系数幅值并不随应变的施加而变化。通过反射谱求解得到复耦合系数后,保持复耦合系数相位不变,并对其幅值进行修正,利用修正后的复耦合系数对反射谱进行剥层计算。其基本解算流程如图 3 所示。

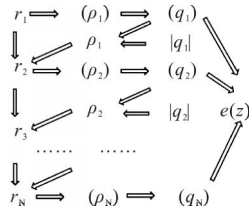


图 3 改进剥层法的非均匀应变解调流程

Fig.3 Strain demodulation process of the new method based on layer peeling algorithm

幅值修正法基于剥层法求解思路,其与剥层法最大的不同是:在利用公式(11)进行下一层反射谱求解时,所代入的复反射系数由公式(10)计算得到,而公式(10)中的耦合系数的相位由公式(13)确定,幅值由公式(14)确定。

$$\phi(q) = (-\phi(\rho))^* = (-\phi \frac{\Delta}{\pi} \int_{-\pi/2\Delta}^{\pi/2\Delta} r_1(\delta) d\delta)^* \quad (13)$$

$$|q| = \frac{\pi \Delta n_{ac}}{\lambda_B} \quad (14)$$

公式(13)由公式(11)、(12)推导得到,而公式(14)则由公式(3)中取  $\eta$  为 1 得到。综上,文中所提出的用于 FBG 非均匀应变传感解调的幅值修正法一般步骤可归纳为:

(1) 利用实验或者仿真方法得到受应变作用时的 FBG 反射谱  $r_1$ 。

(2) 利用反射谱  $r_i$  与反射系数  $\rho_i$  之间的相位关系,即公式(13),计算得到首层 FBG 耦合系数相位  $\phi(\rho_i)$ 。

(3) 判断是否对整个 FBG 进行求解,若是则结束。否则进行步骤(4)。

(4) 利用求解得到的耦合系数相位,结合耦合系数已知的幅值得到耦合系数的值  $q_i$ ,通过公式(10)计算得到反射系数  $\rho_i$ ,并将这个值代入公式(11)得到剥去当前这一层 FBG 的作用得到新的 FBG 反射谱  $r_{i+1}$ ,并重复步骤(2)、(3)。

显然,当剥层法耦合系数幅值不准确时,采用这种方法设计 FBG 应变解调方案,可以在不牺牲解算速率的前提下,减少应变解调误差。

### 3 仿真解算实验及结果讨论

#### 3.1 仿真实验及结果

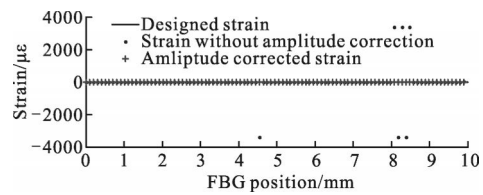
利用传输矩阵法模拟一较为常见易于备置的 FBG,其具体参数如下:栅区长度  $L$  为 10 mm 的 FBG,该 FBG 交流调制幅度  $\Delta n_{ac}$ 、直流调制幅度  $\Delta n_{dc}$  均为 0.000 2,有效折射率  $n_{eff}$  为 1.45。为了使 FBG 特征反射光在传输效率较高波段,设原始栅格周期  $\Lambda$  为 534.5 nm,模拟求解过程中按照参考文献[7]设定 FBG 分层数为 100,设计不同输入应变,利用传输矩阵法得到反射谱。

公式(12)为连续积分的公式,而采集光谱信号为离散信号,将公式(12)变换为公式(15)的形式。

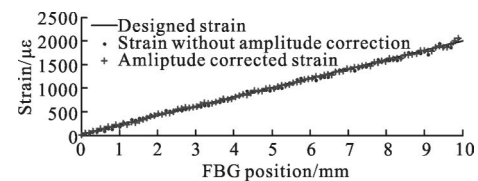
$$\rho_1 = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M r_1(m) \quad (15)$$

式中:  $r_1(m)$  为  $|\delta| \leq \pi/2\Delta$  时反射谱  $r_1(\delta)$  的离散表达式。利用原始剥层法与文中提出的进行幅值修正的剥层法分别解算 FBG 应变分布情况,两种方法具体解算方法和流程见文中第二节。图 4 为 4 种不同输入应变下原始剥层法解算结果与文中提出的新方法结果比较。

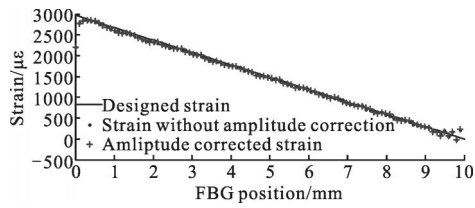
图 4 中实线曲线所示为设计输入应变值,是比较算法解算结果优劣的标准值。‘+’所示为引入幅值修正的剥层法应变解调结果,如图 4 所示,这种方法



(a) 无应变输入  
(a) No strain input

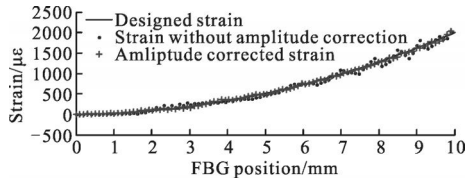


(b) 线性增大应变输入  
(b) Linearly strain input (increase)



(c) 线性减小应变输入

(c) Linearly strain input(decrease)



(d) 二次曲线应变输入

(d) Strain of quadratic curve input

图 4 两种 FBG 应变解调方法求解结果

Fig.4 Results of two FBG strain demodulation methods

解算结果和标准值较为接近。圆点所示为不引入幅值修正的剥层法应变解调结果，将其与引入幅值修正的结果进行比较，发现引入幅值修正的结果更加接近真值。如图 4(a)所示，无应变输入时，原始方法解算结果在某些位置出现大的突变，而引入幅值修正后，则不会出现这种现象。图 4(b)~(d)中，没有进行幅值修正的剥层法应变解算结果随真值上下波动，而进行幅值修正的剥层法应变解算结果则波动不明显。综上所述，进行幅值修正的剥层法的解算结果明显优于没有进行幅值修正的剥层法。

### 3.2 误差分析

设算法求解误差为  $v_i$ ，其中  $i$  为 FBG 各个分层。因为应变求解过程中涉及求导(差分)过程，所以这里  $i=1, 2, 3, \dots, N-1$ 。对两种方法解算结果分别求解最大误差  $v_{max}$  和均方根误差  $\sigma$ ，有：

$$v_{max} = \max(|v_i|) \tag{16}$$

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{N-1} v_i^2 / (N-1)} \tag{17}$$

计算结果见表 1 所示。

分析比较表 1 中的数据可得，有幅值修正的 4 种应变下最大误差均值为  $232 \mu\epsilon$ ，约为无幅值修正均值的 1/5；有幅值修正的 4 种应变下均方根误差均值为  $69 \mu\epsilon$ ，约为无幅值修正均值的 1/7。新方法使最大误差和均方根误差均得到了大幅度降低。

表 1 两种方法最大误差和均方根误差结果

Tab.1 Maximum error and root mean square error results of two methods

Strain input	Solving method	$v_{max}/\mu\epsilon$	$\sigma/\mu\epsilon$
Without strain	Without amplitude correction	3 400	835
	With amplitude correction	0	0
Strain increasing linearly	Without amplitude correction	102	34
	With amplitude correction	73	23
Strain decreasing linearly	Without amplitude correction	784	96
	With amplitude correction	778	92
Strain of quadratic curve	Without amplitude correction	184	70
	With amplitude correction	77	22

### 3.3 应变解算范围

仿真实验过程中发现当输入应变过大时，该方法无法解算得到准确结果，典型结果如图 5 所示。

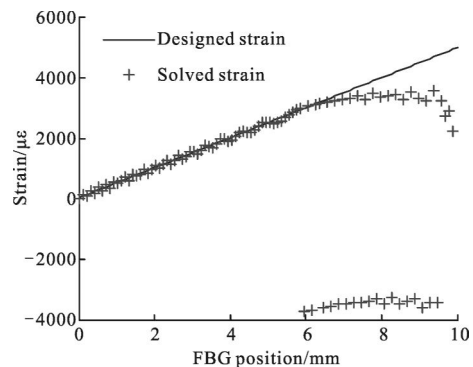


图 5 无法解准确解算的典型结果

Fig.5 Typical results which cannot obtain accurate solution

图 5 中，当应变大于  $3000 \mu\epsilon$  时，该方法计算结果与设计输入应变发生明显偏差。该方法求解过程中，波数失谐量  $\delta$  范围按剥层法中积分公式(12)的积分范围  $|\delta| \leq \pi/2\Delta$  确定， $\delta$  和波长  $\lambda$  直接相关，解算波长范围由 FBG 每层长度  $\Delta$  确定。当输入的应变较大时，有效的光谱信息会超出解算波长范围，如图 6 所示。

此时，受较大应变作用的 FBG 层所对应的 Bragg 波长  $\lambda_B$  不在解算波长的范围内，造成信息的丢失，从而无法准确计算应变。按  $|\delta| \leq \pi/2\Delta$ ，减小  $\Delta$  值可以增大解算波数失谐量(解算波长)的范围，但是  $\Delta$  的减小不仅增大了求解计算量，还可能造成 FBG 分层内栅格数目不够而不再具有其原始传光特性，从而带来误差。

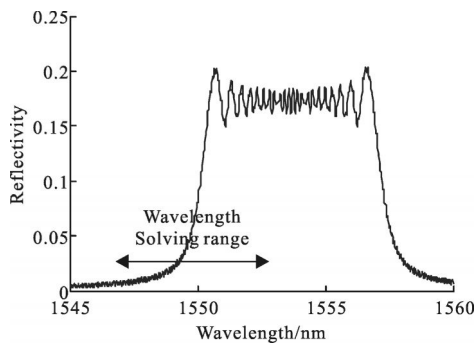


图 6 受较大非均匀应变 FBG 反射谱

Fig.6 Large nonuniform strain FBG reflection spectrum

## 4 结论

文中描述了改进剥层法实现 FBG 应变传感解调的一种新方法。传输矩阵法模拟 FBG 反射谱,通过剥层法计算施加在 FBG 上的应变大小。在利用剥层法解算应变过程中,利用应变值只与耦合系数相位相关的特性,提出了只求耦合系数相位,在剥层求解下一层反射谱时,对耦合系数幅值进行修正,结合求解得到的相位来进行。利用 MATLAB 进行数据仿真,发现这种解算方法能够较为快速准确地计算出 FBG 应变分布情况,解算误差远小于原始方法。文中提出的方法仅适用于应变解调,而无法在一般 FBG 重构中使用。这种应变分布解调的方法可以用于精细结构非均匀应变测量和分析上。

## 参考文献:

- [1] Liu Tiegeng, Wang Shuang, Jiang Junfeng, et al. Advances in optical fiber sensing technology for aviation and aerospace application [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2014, 35(8): 1681-1692. (in Chinese)  
刘铁根, 王双, 江俊峰, 等. 航空航天光纤传感技术研究进展[J]. *仪器仪表学报*, 2014, 35(8): 1681-1692.
- [2] Li Yongqian, Wang Yu, Yao Guozhen. Comparative analysis of FBG vibration sensing demodulation method[J]. *Study on Potical Communications*, 2014, 8(4): 46-50. (in Chinese)  
李永倩, 王宇, 姚国珍. 光纤光栅振动解调方法对比分析[J]. *光通信研究*, 2014, 8(4): 46-50.
- [3] Chen Xiaomei, Li Xinliang, Zeng Wu, et al. Investigation of fiber bragg grating for dynamic strain measurement [J]. *Aviation Metrology & Measurement Technology*, 2002, 22(6): 3-7. (in Chinese)  
陈晓梅, 李新良, 曾吾, 等. 用纤内 Bragg 光栅进行动态应变测量的研究[J]. *航空计测技术*, 2002, 22(6): 3-7.
- [4] Dragan C, Limberger H G, Salathe R P. Distributed measurements of fiber birefringence and diametric load using optical low-coherence reflectometry and fiber gratings [J]. *Optics Express*, 2006, 14(24): 11804-11813.
- [5] Gagliardi G, Salza M, Ferraro P, et al. Fiber bragg-grating strain sensor interrogation using laser radio-frequency modulation[J]. *Optics Express*, 2005, 13(7): 2377-2384.
- [6] Kisala P. Measurement of the maximum value of non-uniform strain using a temperature-insensitive fibre Bragg grating method[J]. *Opto-Electronics Review*, 2013, 21(3): 293-302.
- [7] Salathé R P, Boisrobert C, Botsis I. Fiber Bragg Grating Characterization by Optical Low Coherence Reflectometry and Sensing Applications[M]. Lausanne: EPFL, 2003.
- [8] Wang K, Wang B, Yan B, et al. Simultaneous measurement of absolute strain and differential strain based on fiber bragg grating fabry-perot sensor[J]. *Optics Communications*, 2013, 307: 101-105.
- [9] Peral J E, Capmany J Marti. Iterative solution to the GelFand-Levitan-Marchenko coupled equations and application to synthesis of fiber gratings[J]. *IEEE J Quant Electron*, 1996, 32(12): 2078-2084.
- [10] Wang Jing, Wang Zhengfang, Sui Qingmei, et al. Study of FBG strain distribution reconstruction based on improved genetic algorithm dual constraint [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2012, 39(3): 132-138. (in Chinese)  
王静, 王正方, 隋青美, 等. 基于改进遗传算法双重约束的 FBG 应变分布重构研究[J]. *中国激光*, 2012, 39(3): 132-138.
- [11] Botsis J, Humbert L, Colpo F, et al. Embedded fiber Bragg grating sensor for internal strain measurements in polymeric materials[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2005, 43(3): 491-510.