

新型两镜折反式平场消像散望远物镜光学设计

孙 雯, 胡建军, 赵知诚, 陈新华, 韩 琳, 沈为民

(苏州大学 物理与光电·能源学部 江苏省先进光学制造技术重点实验室
教育部现代光学技术重点实验室, 江苏 苏州 215006)

摘 要: 小卫星具有研制发射成本低、适于机动战术应用等优点, 但基于几十 kg 级的卫星平台实现米级或亚米级对地光学遥感, 仍是一个具有挑战性的问题。对此提出一种新的两反射镜折反系统, 由两块非球面反射镜和像方负光焦度三透镜组组成, 兼具传统两反射镜系统轴对称性而结构紧凑、易于装调和三反射镜系统平场消像散的优点。首先, 介绍该新型系统基本思想与结构, 导出其初级像差公式, 分析给出色差和单色像差校正方法与初始结构求解方法。然后, 实例优化设计得到结构紧凑、适用于低轨高分辨率小卫星对地遥感的光学系统, 其工作波段、全视场角、有效焦距和 F 数分别为 450~800 nm、 1.2° 、3000 mm 和 $F/10$, 系统的光学总长和通光口径分别为 595 mm 和 300 mm。自身消色差的负光焦度透镜组由同种普通玻璃组成, 系统成像质量接近衍射极限。

关键词: 光学设计; 望远物镜; 折反系统; 像差

中图分类号: O435 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2015)12-3667-06

Optical design of new two-mirror catadioptric flat-field anastigmat telescope

Sun Wen, Hu Jianjun, Zhao Zhicheng, Chen Xinhua, Han Lin, Shen Weimin

(Key Lab of Modern Optical Technologies of Education Ministry of China, Key Lab of Advanced Optical Manufacturing Technologies of Jiangsu Provinc, College of Physics, Optoelectronics and Energy, Soochow University, Suzhou 215006, China)

Abstract: Small satellites had the advantages of low-cost and being suitable for flexible tactics application. But it was a challenge to realize optical remote sensing in meter or sub meter level based on satellite platform which weight dozens of kilograms. A new two-mirror catadioptric system which consisted of two aspheric mirrors and a negative focal power group with three lens was proposed. This system was coaxial as traditional two-mirror system. Then the structure was compact and installation would be easy. At the same time, the system had flat filed and was anastigmatic as three-mirror system. At first, basic idea and structure of the new system were introduced, its primary aberration formula was derived, the means for correcting its aberrations including chromatic aberration was analyzed and presented, and thereby its initial structures were solved. Then, An example which had compact structure and was suitable for optical system on low-orbit high-resolution small satellite was designed and optimized. Its work band, full field of view,

收稿日期: 2015-04-05; 修订日期: 2015-05-10

基金项目: 国家自然科学基金(61205188)

作者简介: 孙雯(1990-), 女, 硕士生, 主要从事光学设计与光学仪器方面的研究。Email: jysunwen123@163.com

导师简介: 沈为民(1963-), 男, 研究员, 博士生导师, 主要从事光学设计与光学仪器以及航天遥感技术等方面的研究。

Email: swm@suda.edu.cn

effective focal length and F -number were from 450 nm to 800 nm, 1.2° , 3000 mm, $F/10$. Length of the optical system and the stop were 595 mm and 300 mm. Negative focal power lens group corrected chromatic aberration by itself, and three lens used same common glass. Imaging quality of the system was diffraction-limited.

Key words: optical design; telescope; catadioptric system; aberration

0 引言

用于小卫星高分辨率遥感的反射式长焦距光学系统,可通过增加反射镜和引入离轴结构,缩短长度并扩大视场,进而提高其性能指标,如 QuickBird-2、TopSat 卫星的相机采用离轴三反结构^[1-2],但是离轴方向尺寸大,且元件加工和系统装调难度大,研制成本高、周期长。与三反系统相比,在同轴两反射镜的物方和/或像方空间增加透镜补偿组,不仅利于校正系统像差,扩大视场^[3-5],且其物、像在异侧,便于探测器安置,工程可实施性更强。如 VEN μ S 卫星的相机即采用此类结构^[6],但一般地采用无光焦度透镜组补偿,难以缩短此类两反射镜折反系统的长度。上述两种结构都难以同时满足小卫星对遥感相机分辨率和重量体积越来越高的要求。

文中研究一种新型的同轴两反射镜折反系统,由两块非球面反射镜和像方负光焦度透镜组组成。透镜组不仅能够放大系统焦距、校正像差,且可有效地缩短系统结构。在介绍此新型系统基本思想和初级像差公式的基础上,分析给出包括色差在内的像差校正方法和初始结构求解方法,然后根据指标要求,进行优化设计,最后给出新型两镜折反式平场消像散望远物镜设计结果及其像质分析。

1 设计思想

典型的两镜折反光学系统,在像面附近采用无光焦度透镜组,校正 RC 两反系统的剩余像差,扩大视场。长焦距系统常采用摄远型结构,以正负光焦度分离的形式(正光焦度镜组在前、负光焦度镜组在后),达到在增长焦距的同时,减小光学系统长度的目的。文中研究摄远型结构的两镜折反系统,在两镜系统像方空间采用负光焦度透镜组补偿像差,使系统满足平场条件和消像散要求,原理如图 1 所示。来自远处景物的光线,由主镜 M_1 和次镜 M_2 反射后,入射到负光焦度透镜组 LG ,并通过主镜中心孔会聚于像面 P ,形成景物的像。

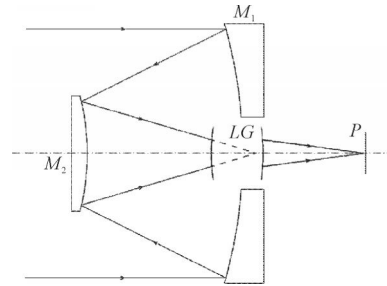


图 1 两镜折反系统原理图

Fig.1 Principle diagram of two-mirror catadioptric system

全反射镜构成的系统无需校正色差,两镜系统共有 5 个结构参数,即两反射镜的曲率半径、二次非球面系数及其间距,考虑到光焦度、次镜遮拦、像面伸出量要求,通常只能校正球差和彗差,限制了系统性能的提高。

然而,采用如图 1 所示的负光焦度透镜组,放大焦距和校正两反剩余像差时,还需要考虑色差校正问题。若透镜组使用多种不同牌号的光学玻璃,虽能够校正初级色差,但会引入难以校正的二级光谱^[7]。根据初级色差和二级光谱关系^[8],采用同种光学玻璃材料消色差的同时,不会引起二级光谱。这种同种材料透镜组系统是文中研究的重点,由于存在着负光焦度,为了校正色差,初步判断至少需要两块分离的、光焦度合理分配的透镜。

如下所述,采用两块分离透镜作为补偿组时,增加了 6 个结构参数,即次镜到透镜的间距、两透镜的间距及两块透镜的 4 个表面曲率半径,可用于满足光焦度、结构约束要求、及校正初级像差。光焦度的分配,不仅需满足总光焦度要求、反射镜组与透镜组的光焦度关系、透镜组消位置色差和倍率色差的关系、系统平场条件,而且结构上,需满足次镜遮拦系数适当、透镜组无二次遮拦、像面伸出量便于探测器安装及系统总长等要求,需满足九个条件。上述采用两分离透镜的折反系统,共有 11 个结构参数,虽然剩余 2 个自由变量,但难以同时校正初级球差、彗差和像散像差,更难以平衡高级像差。因此,需要进一

步增加透镜数量,以有效地校正像差和提高性能指标。因此,下节重点分析讨论三分离透镜组情况。增加一片透镜,就增加了 3 个结构参数,结构参数总共达 14 个,运用上述类似分析,可知足以校正全部初级像差,并有平衡高级像差的富裕结构参数。

2 像差理论分析

基于两反射镜和三分离透镜的折反系统如图 2 所示,孔径光阑设在主镜处,需要确定的结构参数包括:主镜 M_1 、次镜 M_2 、透镜 L_3 、 L_4 、 L_5 的表面曲率半径 R_1 、 R_2 、 R_3 和 R_4 、 R_5 和 R_6 、 R_7 和 R_8 ,主镜和次镜表面二次圆锥曲线系数 k_1 、 k_2 ,及主镜与次镜、次镜与透镜 L_3 、透镜 L_3 与 L_4 、透镜 L_4 与 L_5 的间距 $-d_1$ 、 d_2 、 d_3 、 d_4 。

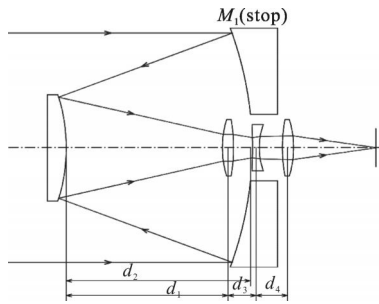


图 2 两镜折反系统结构

Fig.2 Structure of the two-mirror catadioptric system

为使分析更具一般性,将系统的总光焦度 Φ 和轴上视场边缘光线在主镜处的入射高度 h_1 归一化为 1,轴外视场主光线在主镜处与光轴的夹角 u_{y1} 归一化为 -1 。次镜对入射光的遮拦由轴上视场边缘光线在次镜和主镜上的高度之比 α 表征,称为次镜的线遮拦系数。利用三角几何关系,可得它与结构参数的关系为^[9]:

$$\alpha = 1 - \frac{2d_1}{R_1} \quad (1)$$

用主次镜组合光焦度 Φ_1 与系统光焦度 Φ 之比 m 表示透镜组对两反射镜焦距的放大作用。这时,有如下关系:

$$\Phi_1 = m \quad (2)$$

利用光焦度组合公式和公式(1),可将公式(2)写成:

$$-\frac{2}{R_1} + \frac{2}{R_2} \alpha = m \quad (3)$$

作为摄远结构的负光焦度镜组,置于前组正光焦度组的会聚光路中,考虑到光学总长尽可能短、避免负光焦度透镜组遮挡主镜入射到次镜的光束及此

类两反系统的特点,使补偿透镜组位于主镜中心孔附近,即 $d_2 \approx -d_1$ 。欲使两反射镜形成的像位于主镜右侧,即要求次镜的像距要不小于主次镜间的距离,令两反射镜形成的像的伸出量为 δ ,利用三角几何关系和公式(2),可得:

$$d_1 = \delta - \frac{\alpha}{m} \quad (4)$$

公式(1)~(4)表明,两反射镜的组合光焦度 Φ_1 、曲率半径(R_1 、 R_2)和间距 $-d_1$,由选定的遮拦系数、透镜组放大倍率、及中间像伸出量确定。

由总光焦度要求、平场条件、消位置色差和倍率色差条件,可分别得到下式:

$$h_3 \varphi_3 + h_4 \varphi_4 + h_5 \varphi_5 = 1 - m \quad (5a)$$

$$\varphi_3 + \varphi_4 + \varphi_5 = n \left(\frac{2}{R_2} - \frac{2}{R_1} \right) \quad (5b)$$

$$h_3^2 \varphi_3 + h_4^2 \varphi_4 + h_5^2 \varphi_5 = 0 \quad (5c)$$

$$h_3 h_{y3} \varphi_3 + h_4 h_{y4} \varphi_4 + h_5 h_{y5} \varphi_5 = 0 \quad (5d)$$

式中: n 为透镜材料的折射率; φ_3 、 φ_4 、 φ_5 分别为透镜 L_3 、 L_4 、 L_5 的光焦度; h_3 、 h_4 、 h_5 和 h_{y3} 、 h_{y4} 、 h_{y5} 分别为轴上视场边缘光线和轴外视场主光线在透镜 L_3 、 L_4 、 L_5 处的高度,它们与系统结构参数的关系可以表示为:

$$h_3 = \alpha - d_2 m \quad (6a)$$

$$h_4 = \alpha(1 - d_3 \varphi_3) - m(d_2 + d_3 - d_2 d_3 \varphi_3) \quad (6b)$$

$$h_5 = \alpha[1 - d_3 \varphi_3 - d_4(\varphi_3 + \varphi_4 - d_3 \varphi_3 \varphi_4)] - m[(d_2 + d_3 - d_2 d_3 \varphi_3)(1 - d_2 \varphi_1) + d_4(1 - d_2 d_3)] \quad (6c)$$

$$h_{y3} = -d_1 + d_2 + \frac{2d_1 d_2}{R_2} \quad (7a)$$

$$h_{y4} = \left(-d_1 + d_2 + \frac{2d_1 d_2}{R_2} \right) (1 - d_3 \varphi_3) + d_3 \left(1 + \frac{2d_1}{R_2} \right) \quad (7b)$$

$$h_{y5} = [(1 - d_3 \varphi_3)(1 - d_4 \varphi_4) - d_4 \varphi_3] \left(-d_1 + d_2 + \frac{2d_1 d_2}{R_2} \right) + (d_3 + d_4 - d_3 d_4 \varphi_4) \left(1 + \frac{2d_1}{R_2} \right) \quad (7c)$$

公式(6)、(7)表明公式(5)含有参数 α 、 m 、 R_1 、 R_2 、 φ_3 、 φ_4 、 φ_5 、 d_1 、 d_2 、 d_3 、 d_4 ,由于两反射镜曲率半径 R_1 、 R_2 和间隔 $-d_1$,可根据以往设计经验及公式(1)~(4)合理选取和确定。因此,公式(5)所示 4 个联立方程组中,实际上含有 φ_3 、 φ_4 、 φ_5 、 d_2 、 d_3 、 d_4 6 个变量,表明三片透镜组成的有光焦度补偿组可以满足光焦度、消色差和系统平场条件。实际求解初始结构时,通过比较多组解,根据对应的系统总长 l 和后工作距 δ' ,选择总长较短且后工作距满足探测器安装要求的合理解。

进一步,可根据消球差、彗差和像散条件,确定两反射镜表面的二次圆锥曲面系数和三块透镜的形状因子,并由各透镜光焦度和形状因子得到透镜表面曲率半径。由初级像差系数公式^[9-10]可知,在归一化条件下,消除这三种初级像差的条件为:

$$h_3 P_3 + h_4 P_4 + h_5 P_5 - \frac{2(k_1+1)}{R_1^3} + \frac{\alpha}{4} \left(m^2 - \frac{4}{R_1^2} \right) \left(m - \frac{2}{R_1} \right) + \frac{2\alpha^4 k_2}{R_2^3} = 0 \quad (8a)$$

$$h_{33} P_3 + h_{34} P_4 + h_{35} P_5 + W_3 + W_4 + W_5 + \frac{1}{2} m^2 - \frac{d_1}{4} \left(m^2 - \frac{4}{R_1^2} \right) \left(m - \frac{2}{R_1} \right) - \frac{2\alpha^3 d_1 k_2}{R_2^3} = 0 \quad (8b)$$

$$2 \left(\frac{h_{33}}{h_3} W_3 + \frac{h_{34}}{h_4} W_4 + \frac{h_{35}}{h_5} W_5 \right) - \frac{d_1}{\alpha} \left(m^2 - \frac{4}{R_1^2} \right) + (n+1) \left(\frac{2}{R_2} - \frac{2}{R_1} \right) + \frac{d_1^2}{4\alpha} \left(m^2 - \frac{4}{R_1^2} \right) \left(m - \frac{2}{R_1} \right) + \alpha^3 d_1^2 \frac{2k_2}{R_2^3} + \frac{h_{33}^2}{h_3} P_3 + \frac{h_{34}^2}{h_4} P_4 + \frac{h_{35}^2}{h_5} P_5 = 0 \quad (8c)$$

其中 $P_i, W_i (i=3, 4, 5)$ 是透镜 L_3, L_4, L_5 的像差参数,可表示为与形状因子 Q_i 有关的函数^[10-11],即

$$P_i = h_i^3 \varphi_i^3 \left[Q_i^2 \left(\frac{2}{n} + 1 \right) + \frac{n}{(n-1)^2} + \frac{3Q_i}{(n-1)} \right] - h_i^2 \varphi_i^2 u_i \left[\frac{4}{n-1} + 4Q_i \left(\frac{1}{n} + 1 \right) + 1 \right] + h_i \varphi_i u_i^2 \left(\frac{2}{n} + 3 \right) \quad (9a)$$

$$W_i = h_i^2 \varphi_i^2 \left[\frac{1}{n-1} + Q_i \left(\frac{1}{n} + 1 \right) \right] - h_i \varphi_i u_i \left(\frac{1}{n} + 2 \right) \quad (9b)$$

形状因子 Q_i 与透镜前、后表面曲率 C_{1i}, C_{2i} 间的关系是^[10]:

$$C_{1i} = \frac{n}{n-1} + Q_i \quad (10a)$$

$$C_{2i} = 1 + Q_i \quad (10b)$$

轴上视场边缘光线在各透镜上的孔径角 $u_i (i=3, 4, 5)$,可由近轴光线迹追得到:

$$u_3 = m \quad (11a)$$

$$u_4 = \alpha \varphi_3 + m(1 - d_2 \varphi_3) \quad (11b)$$

$$u_5 = \alpha(\varphi_3 + \varphi_4 - d_3 \varphi_3 \varphi_4) + m[1 - d_2 \varphi_3 - \varphi_4(d_2 + d_3 - d_2 d_3 \varphi_3)] \quad (11c)$$

由公式(6)、(7)、(9)和(11)分析可见,公式(8)含有参数 $\alpha, m, R_1, R_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5, d_1, d_2, d_3, d_4, n, Q_3, Q_4, Q_5, k_1, k_2$, 其中参数 $\alpha, m, R_1, R_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5, d_1, d_2, d_3, d_4, n$ 由上文解公式(5)方程组确定,因此,公式(8a, 8b, 8c)是含有透镜形状因子 Q_3, Q_4, Q_5 和两反射镜二次非

球面系数 k_1, k_2 5 个未知数的联立方程组,即使考虑消初级畸变,未知参数仍多于联立方程数,可预期有多个解,以三透镜形状因子都不大的解作为初始结构。

3 设计实例

该节通过一个设计实例,验证所提出的系统和阐述的设计思想。所要设计的高分辨率遥感相机采用推扫方式成像,运行于 300 km 高的地球轨道上,工作波长为 450~800 nm,要求对地遥感星下点地面像元分辨率 1 m, 交轨方向的地面覆盖宽度 6 km, 探测器采用像元尺寸为 $10 \mu\text{m} \times 10 \mu\text{m}$ 的时间延迟积分电荷耦合器件(TDI-CCD),光学系统的相对孔径为 $F/10$ 。利用几何成像原理,不难得到,要求光学系统的全视场角为 1.2° , 有效焦距为 3 000 mm, 入瞳直径为 300 mm。

在求解初始结构时,根据经验,令透镜组的放大倍率 $m=2$, 次镜对入射光束的遮拦系数 $\alpha=0.25$, 由公式(1)和(4)可得到两反射镜聚焦像点伸出量 $\delta > 0$ 的条件为:

$$R_1 > -\frac{2\alpha}{m(1-\alpha)} = -\frac{3}{7} \quad (12)$$

在此例中,取 $R_1 = -0.28$ 。这时,伸出量 $\delta = 0.02$ 。进一步,由公式(1)和(3)可得主镜到次镜的距离 $d_1 = -0.105$ 和次镜曲率半径 $R_2 \approx -0.0972$ 。

三块透镜都采用冕牌 K9 玻璃,即 $n=1.517$, 公式(5)的 4 个等式含有 6 个未知数 $d_2, d_3, d_4, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5$, 可得到许多组解。系统总长 l 和后工作距 δ' 与 d_2, φ_3 的关系如图 3 所示。

由图可见, d_2 越大, φ_3 越大,对应的初始结构总长越短、后工作距越短。为便于探测器的安装,令后工作距不小于 0.01, 其中较合理的一组解是: $d_2=0.085, d_3=0.018, d_4=0.035, \varphi_3=10, \varphi_4=-71.24, \varphi_5=40.87$ 。

考虑到非球面加工检测的方便性,设主镜采用抛物面镜,即 $k_1=-1$ 。另外,考虑到便于装调,使主镜和次镜形成的中间像消球差。由公式(3)和(8a)可见,主镜的球差贡献量为零,则次镜的二次非球面系数应为:

$$k_2 = -\left(1 - \frac{mR_2}{\alpha} \right)^2 \quad (13)$$

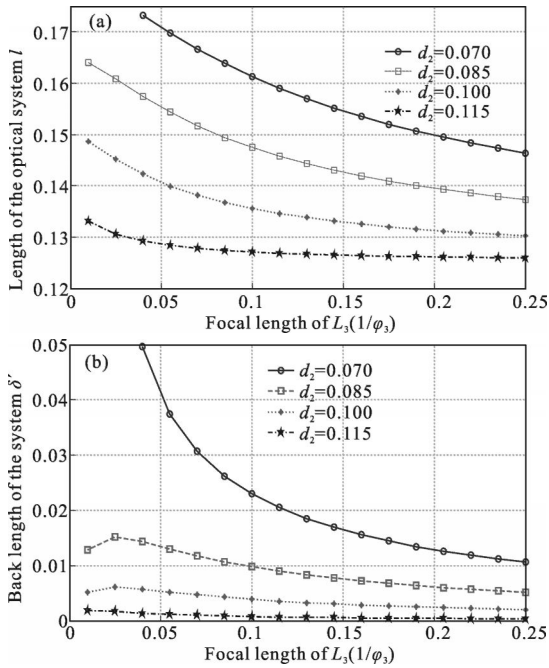


图 3 l, δ' 与 d_2, φ_3 的关系

Fig.3 Relation between l, δ' and d_2, φ_3

将相关参数代入, 得到次镜的二次非球面系数 $k_2 = -3.161$ 。

将上述得到的结构参数代入公式(6)、(7)和(11), 得到轴上和轴外近轴光线参数值, 再代入公式(9), 得到由透镜形状因子 Q_i 表示的 P, W 表达式, 将其代入公式(8), 可解得透镜的形状因子值: $Q_3 = 7.2108, Q_4 = -0.5316, Q_5 = -3.2275$ 。进一步, 利用公式(10)得到三块透镜的前后表面的曲率, 解得的初始结构如表 1 所示。

采用逐步逼近方法优化。由前文得到的初始结构, 从小视场、小口径的情况出发, 通过建立合理的优化品质函数、约束关系及设置恰当的系统变量, 反复分析与优化中间结果, 提升系统视场、口径的增大和像质, 获得了满足设计指标要求和高成像质量的系统。此外, 在优化过程中特别注意了对各视场主光线出射到像面的角度控制, 保证优化获得的系统达到准像方远心。优化设计所得的光学系统光路如图 4 所示, 系统口径 300 mm, 光学总长 595 mm。

图 5 是光学系统的调制传递函数(MTF)曲线, 横坐标表示像面上的空间频率, 纵坐标表示调制传递函数值, 不同颜色曲线表示不同视场。由图可见, 系统各个视场的调制传递函数曲线均逼近衍射极限, 系统各个视场的调制传递函数曲线均逼近衍射

表 1 归一化初始结构参数

Tab.1 Normalized initial structure parameters

| Elements | Curvature | Thickness/distance | Conic | Material |
|----------|-----------|--------------------|---------|----------|
| M_1 | -3.571 | -0.105 | -1 | Mirror |
| M_2 | -10.286 | 0.085 | -3.1601 | Mirror |
| L_3 | 101.450 | 0 | - | K9 |
| | 82.108 | 0.018 | - | |
| L_4 | -171.172 | 0 | - | K9 |
| | -33.371 | 0.035 | - | |
| L_5 | -11.987 | 0 | - | K9 |
| | -91.050 | 0.0010 | - | |

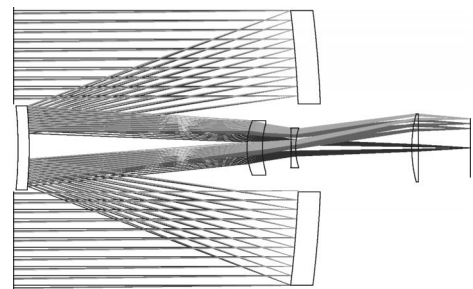


图 4 光学系统

Fig.4 Optical system

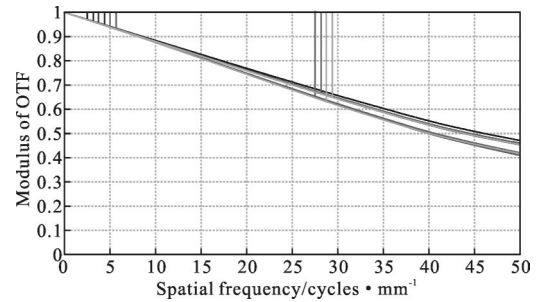


图 5 调制传递函数曲线

Fig.5 Modulation transfer function curves

极限, 在探测器奈奎斯特频率(50 lp/mm)处, MTF 值大于 0.4, 表明系统有较高的分辨率和良好的成像质量。图 6 为系统纵向像差曲线, 图中横坐标表示光

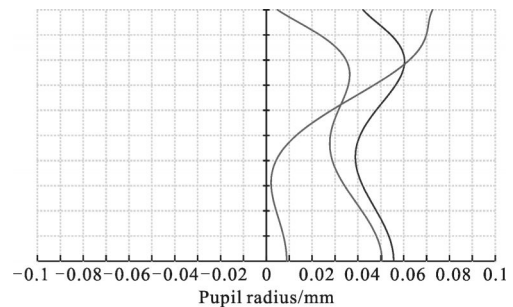


图 6 纵向像差曲线

Fig.6 Longitudinal aberration curves

线偏离理想像点的位置;纵坐标表示光线在入瞳面的高度。由图可见,色差及二级光谱均在焦深(130 μm)范围内,对成像质量影响小。

4 结 论

文中将摄远型结构的原理应用于两镜折反系统,在增长望远物镜焦距的同时缩短光学系统总长;分析满足平场要求的补偿组消色差的条件,指出采用同种普通玻璃的三片分离式透镜组可消色差并避免二级光谱;利用初级像差理论,分析像差校正方法及初始结构求解方法。利用理论分析结果,推导出 3 000 mm 长焦距系统的初始结构。优化设计过程中,以抛物面镜作为主镜,达到了降低实际加工难度和研制成本的目的。得益于摄远型结构,系统简单紧凑,光学系统总长 595 mm。最后利用 MTF 曲线、垂轴像差曲线对系统进行像质评价,结果显示其具有良好的成像质量。另外,此类系统结构紧凑、工程化可行性强的特点使之适用于对地遥感光学小卫星。

参考文献:

- [1] Prince M. TopSat -A small satellite approach to high resolution optical imaging[C]//SPIE, 2002, 4814: 162-172.
- [2] Brooks P. TopSat-high resolution imaging from a small satellite [C]//15th Annual/USU Conference on Small Satellites, 2001: 319-322.
- [3] Klevtsov Y A. Prospects for developing cassegrain telescopes with a corrector in convergent beams[J]. *The Optical Society of America*, 2004, 10(71): 659-665.
- [4] Wilson R N. Corrector systems for cassegrain telescopes[J]. *Appl Opt*, 1968, 7(2): 253-264.
- [5] Schulte D H. Anastigmatic cassegrain type telescope[J]. *Appl Opt*, 1966, 5(2): 309-311.
- [6] Topaz J, Tinto F, Hagollb O. The VEN μ S super-spectral camera[C]//SPIE, 2006, 6361: 63611E.
- [7] Wilson R N. Reflecting Telescope Optics I [M]. New York: Springer Berlin Heidelberg, 2007: 352-353.
- [8] Zhang Yimo. Applied Optics [M]. Beijing: China Machine Press, 1982: 251-252. (in Chinese)
张以谟. 应用光学 [M]. 北京: 机械工业出版社, 1982: 251-252.
- [9] Pan Junhua. Optical Aspheric Design, Manufacture and Test [M]. Suzhou: Soochow University Press, 2004: 11-14. (in Chinese)
潘君骅. 光学非球面的设计、加工与检验[M]. 苏州: 苏州大学出版社, 2004: 11-14.
- [10] Zhang Yimo. Applied Optics [M]. Beijing: China Machine Press, 1982: 85-93. (in Chinese)
张以谟. 应用光学[M]. 北京: 中国机械工业出版社, 1982: 85-93.
- [11] Zhang Dengchen, Yu Daoyin. Practical Optical Design Method and Modern Optical System [M]. Beijing: China Machine Press, 1995: 63-86.