

基于变形镜本征模的模型式无波前探测自适应光学系统

杨慧珍¹, 刘荣², 刘强¹

- (1. 淮海工学院 电子工程学院, 江苏 连云港 222005;
2. 中国矿业大学 信息与电气工程学院, 江苏 徐州 221116)

摘要: 模型式无波前探测自适应光学系统以其收敛速度快、校正效果好, 在波前无法探测的环境中具有巨大的应用潜力。基函数的产生方法及阶数多少决定了模型式无波前探测自适应光学系统的校正效果和收敛速度, 文中提出以变形镜本征模作为基函数。分别以 32、88 及 127 单元变形镜作为波前校正元件建立无波前探测自适应光学系统仿真模型, 利用变形镜本征模作为正交基函数对波前畸变进行校正, 分析其校正效果和收敛速度。结果表明, 以变形镜本征模作为基函数时, 由于基函数的阶数等于变形镜的单元数, 无需另外确定阶数多少, 且无波前探测自适应光学系统可以获得接近理想校正时的校正效果, 系统收敛所需测量的光斑强度的次数仅取决于变形镜的单元数。

关键词: 波前校正; 自适应光学; 无波前探测; 基函数; 变形镜

中图分类号: TP273.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2015)12-3639-06

Model wavefront-sensorless adaptive optics system based on eigenmodes of deformable mirror

Yang Huizhen¹, Liu Rong², Liu Qiang¹

- (1. Department of Electronic Engineering, Huaihai Institute of Technology, Lianyungang 222005, China;
2. School of Information and Electrical Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116, China)

Abstract: Model wavefront-sensorless adaptive optics (AO) system has a great application potential because of its fast convergence and good correction. It is important for correction effect and convergence of AO system that how to generate basis functions and determine its number of order. Eigenmodes of deformable mirror (DM) were used as basis functions in this paper. AO simulation platforms were set up with a 32-element DM, a 88-element DM and a 127-element DM respectively and the correction effect and the convergence rate were investigated. Results show that AO systems can obtain the correction capability close to the ideal correction of DM, which indicates the correction capability of DM are utilized fully. Additionally, because the number of DM eigenmodes is equal to the number of DM actuators, it is not necessary to determine the required number of modes no matter how the strength of the aberrations is. The convergence speed of AO system only depends on the number of actuators of DM.

Key words: wavefront correction; adaptive optics; wavefront sensorless; basis function; deformable mirror

收稿日期: 2015-04-17; 修订日期: 2015-05-19

基金项目: 国家自然科学基金(11573011); 连云港市“521 工程”人才资助项目; 江苏省高校自然科学基金项目(14KJB510004)

作者简介: 杨慧珍(1973-), 女, 副教授, 博士, 主要从事自适应光学技术及其应用方面的研究。Email: yanghz526@126.com

0 引言

自适应光学(Adaptive Optics, AO)技术通过实时校正波前动态误差,实现高分辨率成像。在波前无法测量或波前传感器无法应用^[1-2]的环境中,常规自适应光学技术性能有限。因此,随着自适应光学技术应用领域的拓展,无波前探测自适应光学系统近年来逐步成为研究的热点。无波前探测自适应光学系统按照控制算法的不同分为无模型优化^[3-5]和有模型优化两大类。无模型优化无波前探测自适应光学系统收敛速度慢,难以用于实时像差校正系统,有模型优化无波前探测自适应光学系统基于不同的原理建立系统的模型,收敛速度相对较快,在像差实时校正领域具有巨大的应用潜力。有模型优化无波前探测自适应光学该类系统根据模型的不同可以分为模式法^[6-8]和非线性优化方法。

目前基于模型式的无波前探测自适应光学系统大都需要以某种类型的基函数为基础进行波前像差的校正,这涉及到基函数的类型、如何产生及模式阶数的选取。牛津大学 Booth 提出的模式法校正不同大小的像差时需要定义不同类型的基函数^[6]。非线性优化方法^[9]波前校正之前需要建立系统模型、系统像差的清除。参考文献[7]和[8]中提出的模式式校正不依赖于基函数的类型,且不需要系统像差的清除,实现相对简单。但以上几种方法在具体实现时都涉及到基函数的产生及阶数的选取。如果选取的阶数多,则理论上系统的校正效果好,但会影响系统的收敛速度;如果选取的阶数少,则波前校正元件的校正性能有可能得不到充分发挥。因此,在系统的硬件,尤其是波前校正元件确定之后,如何通过波前校正元件产生基函数及确定基函数的阶数以保证充分发挥校正元件的校正能力的同时又能够使系统获得较快的收敛速度,这是将模型式无波前探测自适应光学应用到实际系统中的关键。由于变形镜是自适应光学系统中应用最为普及的一种波前校正元件,文中以变形镜为例探讨基函数的产生及阶数的选取。

参考文献[10]从变形镜(DM-Deformable Mirror)单个影响函数出发构造了 2 种不同类型的正交基函数,没有考虑到变形镜不同单元之间的耦合特性,且两种不同类型的基函数分别对应不同的像差大小,

使用起来有其局限性。参考文献[11]需要由变形镜生成各阶 Zernike 模式,以 Zernike 模式作为基函数。文中提出以变形镜的本征模作为模型式无波前探测自适应光学系统的基函数进行波前校正,相关工作还未见报道。分别以 32、88 及 127 单元变形镜作为波前校正元件,利用变形镜本征模作为正交基函数对波前畸变进行校正并考察其校正效果和收敛速度,以验证文中所提出方法的可行性,为模型式无波前探测自适应光学系统的实际应用提供理论基础。

1 变形镜影响函数与本征模式

32 单元、88 单元和 127 单元变形镜的驱动器位置排布如图 1 所示,其中 32 单元和 88 单元变形镜驱动器排布为正方形,127 单元变形镜驱动器排布为六角形,图中的圆圈表示通光口径。

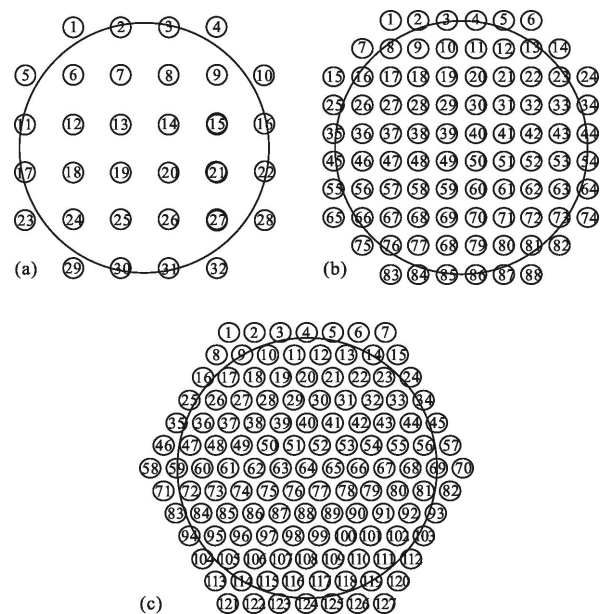


图 1 32 单元、88 单元和 127 单元变形镜驱动器位置排布
Fig.1 Actuator arrangement of DM. (a), (b) and (c) are for 32-element, 88-element and 127-element respectively

经实际测量,影响函数近似为高斯分布:

$$V_j(x, y) = \exp\left\{\ln\omega\left[\sqrt{(x-x_j)^2+(y-y_j)^2}/d\right]^\alpha\right\} \quad (1)$$

式中: $V_j(x, y)$ 为第 j 个驱动器的影响函数; ω 为交连值,设为 0.08; α 为高斯指数,设为 2; d 为驱动器间距,仿真中按照各变形镜的实际尺寸进行了归一化。仿真时假定变形镜的变形量满足校正要求。给变形镜的每个驱动器加上单位电压,可以得到各驱动器

的影响函数, 实际应用中可以通过哈特曼或干涉仪测量各驱动器的影响函数 $V_j(x, y)$ 。图 2 给出了 32 单元、88 单元及 127 单元变形镜几个典型位置的影响函数示意图, 图中序号对应图 1 中相应的驱动器序号。

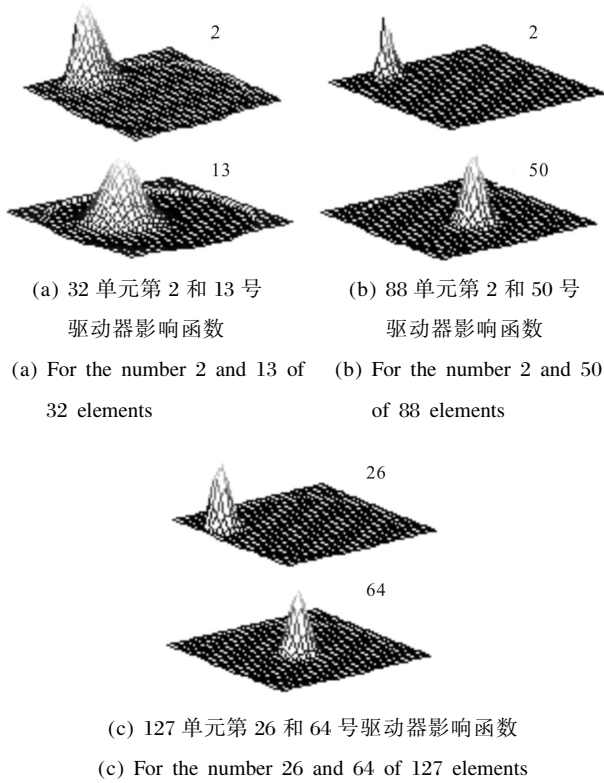


图 2 变形镜部分驱动器影响函数示意图

Fig.2 Part influence functions of DM

变形镜产生的面形可以用各个驱动器影响函数的线性组合表示:

$$\varphi(x, y) = \sum_{j=1}^n v_j V_j(x, y) \quad (2)$$

式中: v_j 为第 j 个驱动器的控制电压; n 为变形镜驱动器的个数。驱动器影响函数之间的耦合关系可以用耦合矩阵 C_v 表示, 其中 $C_v(i, j)$ 如下计算:

$$C_v(i, j) = C_v(j, i) = D^{-1} \int_D V_i(x, y) V_j(x, y) dx dy \quad (3)$$

式中: D 为变形镜通光孔径面积。对对称矩阵 C_v 进行奇异值分解, 可得到:

$$C_v = U_v S_v U_v^T \quad (4)$$

式中: S_v 为由矩阵 C_v 的奇异值组成的对角矩阵; U_v 为由矩阵 C_v 的特征向量组成的酉矩阵, 满足 $U_v^{-1} = U_v^T$ 。各个驱动器影响函数按其相关矩阵特征向量的线性

组合构成一种新的二维函数序列, 即变形镜本征模:

$$M_j(x, y) = \sum_{i=1}^n U_v(i, j) V_i(x, y) \quad j=1, 2, \dots, n \quad (5)$$

这种定义在全孔径的二维函数序列可以用来描述波前畸变。任意变形镜面形都可以用变形镜本征模的线性组合表示:

$$\phi(x, y) = \sum_{j=1}^n m_j M_j(x, y) \quad (6)$$

式中: m_j 为第 j 个本征模的系数。变形镜的第 j 阶本征模式与变形镜驱动器控制信号向量 v_{0j} 之间的关系可以利用最小二乘法求解下式获得:

$$\min \|M_j(x, y) - \sum_{i=1}^n v_{0ij} V_i(x, y)\| \quad j=1, 2, \dots, n \quad (7)$$

图 3 给出了 32 单元、61 单元及 127 单元变形镜部分本征模式, 限于篇幅给出了各变形镜部分本征模式。变形镜的本征模阶数等于驱动器个数, 本征模之间相互正交, 空间频率按照模式阶数从低到高排列, 且本征模和变形镜面形之间可以相互完全拟合。

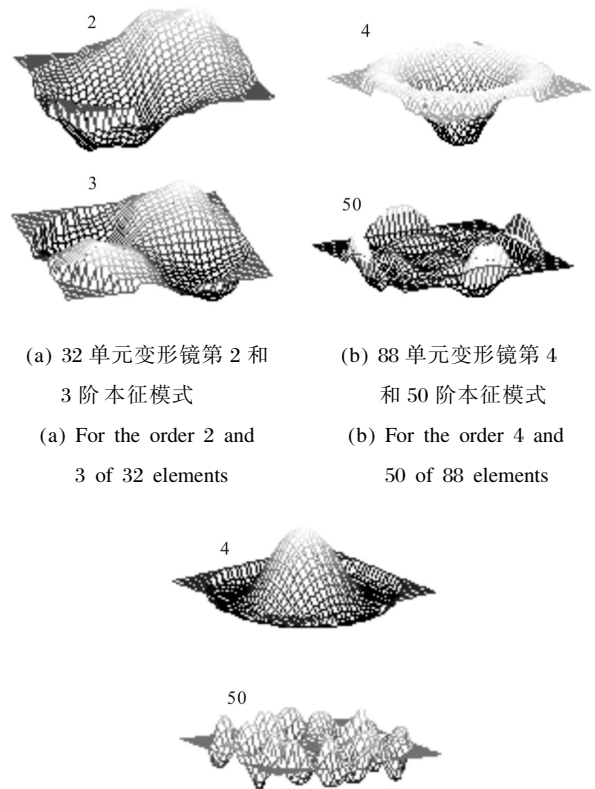


图 3 变形镜部分本征模示意图

Fig.3 Part eigenmodes schematic diagrams of DM

因此，理论上以变形镜本征模作为模式法无波前探测自适应光学系统的基函数，对于充分发挥变形镜的校正能力具有天然的优势。

2 模型式无波前探测自适应光学系统

如图 4 所示，模型式无波前探测自适应光学系统由主控计算机、高压放大单元、变形镜、成像透镜、CCD 成像器件等组成。待校正的畸变波前 $\phi(r)$ 经变形镜补偿后反射到透镜上，再聚焦至 CCD 成像器件上。计算机内的控制算法利用由 CCD 探测的光强信号生成变形镜驱动器控制信号，该信号由数模转换部分转换为模拟信号并行输出，经过高压放大器驱动变形镜校正像差。

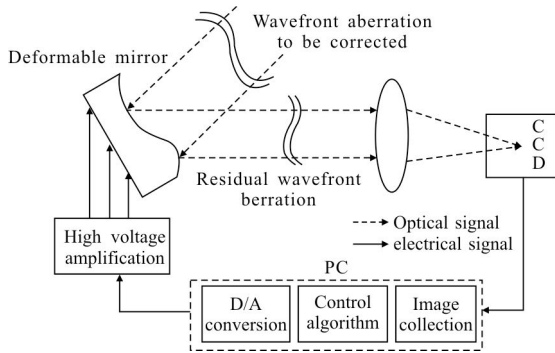


图 4 模型式无波前探测自适应光学系统结构示意图

Fig.4 Block diagram of model sensorless adaptive optics system

控制算法可分为两大部分，具体请参考文献[8]。预处理步骤中首先测量变形镜各影响函数 $V_j(x,y)$ ，按照公式(3)~(7)计算出本征模 $M_j(x,y)$ 及生成本征模面形需要施加到变形镜各驱动器的初始电压向量 v_{0j} ，即第 j 个本征模式对应的电压向量。按照公式(8)对变形镜本征模计算波前梯度的二阶矩 S ，其对角向量记作 S_m ，并对矩阵 S 求逆，记作 S^{-1} 。向量 v_{0j} 、 S_m 和矩阵 S^{-1} 可事先计算得到，与待校正的波前像差没有关系。公式(8)~(10)的推导请参考文献[7]。

$$S(i,j)=D^{-1} \int_D \left\{ \left[-\frac{\partial}{\partial x} M_i(x,y) * \frac{\partial}{\partial x} M_j(x,y) \right] + \left[\frac{\partial}{\partial y} M_i(x,y) * \frac{\partial}{\partial y} M_j(x,y) \right] \right\} dx dy \quad (8)$$

迭代过程中，首先由 CCD 测量远场光斑，按照公式(9)计算 MDS_0 ：

$$MDS = \frac{\int \int I(x',y') \left[1 - \frac{r'^2}{R^2} \right] dx' dy'}{\int \int I(x',y') dx' dy'} \quad (9)$$

式中： $1-r'^2/R^2$ ($r'=\sqrt{x'^2+y'^2}$ ， R 为远场光斑的探测半径) 为修正矩阵，其作用使得 MDS 和波前梯度的二阶矩近似呈线性关系。然后将向量 v_{0j} ($j=1, \dots, n$) 逐次施加到变形镜驱动器，变形镜产生的面形与待校正波前叠加，采集 CCD 数据、可依次得到 n 个 v_{0j} 对应的 $MDS_1, MDS_2, \dots, MDS_n$ ，完成一次算法迭代。然后依据公式(10)计算本次算法迭代后的变形镜控制信号：

$$v = \frac{S^{-1}(c_0 * M - \alpha^2 * S_m)}{2\alpha} \quad (10)$$

其中

$$M = - \begin{bmatrix} MDS_1 - MDS_0 \\ MDS_2 - MDS_0 \\ \vdots \\ MDS_n - MDS_0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中： c_0 为一常数，文中仿真实验中取值为 4 850； α 为向量 v_{0j} 的调整系数，文中仿真实验取值为 0.1。将 v 施加到变形镜各驱动器，产生的面形叠加在待校正的波前上，然后把校正后的残余波前作为待校正像差进行下一次迭代。

3 结果与分析

采用 N. Roddier 提出的方法^[12]生成不同湍流强度的相屏，相屏由 3~230 阶 Zernike 像差组成，不包括倾斜分量，在自适应光学系统中，倾斜分量通常由倾斜镜单独校正。用这种方法生成的相屏统计属性符合 Kolmogorov 谱，且相屏之间不具有相关性。随机生成 500 帧不同相屏，各畸变波前的初始平均 RMS (Root of Mean Square) 为 0.54λ 。文中以自适应光学系统校正前后远场光斑的平均半径 MR (Mean Radius) 来衡量校正效果^[13]，MR 计算公式如下：

$$MR = \frac{\int \int \sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2} I(x,y) dx dy}{\int \int I(x,y) dx dy} \quad (12)$$

式中： (x',y') = $\frac{\int \int (x,y) I(r) dx dy}{\int \int I(x,y) dx dy}$ 为光斑质心。平均半

径 MR 的值越小,说明远场光斑能量越集中,波前像差越小,500 帧随机相屏的平均初始 MR 为 29.45。平均半径 MR 在实际系统中通过 CCD 或其它光电探测器件很容易获得。下面以仿真实验数据分析在系统的波前校正元件确定之后,如何充分发挥校正元件的校正能力的同时又能够使系统获得较快的收敛速度,以验证文中提出以变形镜的本征模作为基函数时的合理性。

3.1 本征模作为基函数时无波前探测 AO 系统校正能力分析

图 5 给出了以变形镜本征模作为基函数时的系统性能指标 MR 收敛曲线图。从图 5 中可以看出以变形镜本征模作为基函数时控制算法只进行一次迭代,系统可基本收敛,这与参考文献[7-8]结论一致。为分析不同单元数的变形镜是否达到了各自的最佳校正能力,表 1 给出了控制算法只进行 1 次迭代后的远场光斑平均半径 MR 值以及不同单元数变形镜的最佳校正效果时的平均半径 MR 值,其中,最佳校正效果使用类似公式(7)的最小二乘法获得。从图 5 中曲线和表 1 中数据可以看出,基于模型式的无波前探测自适应光学系统以变形镜本征模作为基函数时可以获得近似于理想校正的效果。

表 1 控制算法完成一次迭代后校正效果(远场光斑初始 MR 为 29.45)

Tab.1 Comparison of correction effect (Initial MR is 29.45)

	32-element	88-element	127-element
Eigenmode	19.91	12.97	9.15
Ideal correction	19.8	12.58	8.66

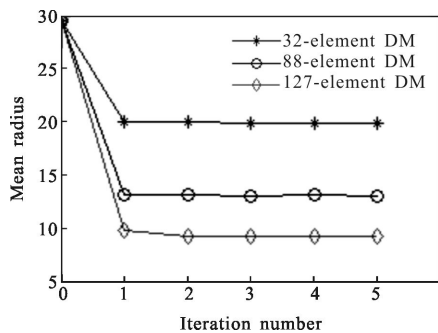


图 5 以变形镜本征模作为基函数时自适应光学系统性能指标收敛曲线图

Fig.5 Adaptation curves of MR when eigenmodes of DM are used as basis functions

3.2 收敛速度及模式阶数的选取

无波前探测自适应光学系统中,通常以光斑强度测量的次数来衡量系统收敛速度的快慢,所需次数越多等价于收敛速度越慢,反之亦然,不同的控制算法所需测量次数不同。在以 Zernike 多项式作为基函数时,由参考文献[7]可知,光斑强度的测量次数等于校正的 Zernike 模式的阶数加上 1。文中的像差由前 3~230 阶(除去了两个方向的倾斜)Zernike 模式组成,因此全模式校正时,所需的光斑强度测量次数为 228+1=229 次。由第 2 节中的控制算法分析可知,文中以变形镜本征模作为基函数时,由于变形镜本征模的个数等于变形镜的单元数,所以算法完成一次迭代需要测量光斑强度的次数为变形镜的单元数加上 1,即 32、88、和 127 单元变形镜所需测量光斑强度个数分别为 33、89 和 128。对比光斑强度测量的次数可以发现全模式校正时所需的强度测量次数要远多于以变形镜本征模作为基函数,尤其当变形镜的单元数较小时。

实际应用中,低阶像差占整个像差的大部分,为了加快收敛速度,尽管不需要进行全部模式的校正,但是对于不同单元数的变形镜,具体模式阶数的选取则较为困难,太少,不能充分发挥变形镜的校正能力,太多则变形镜本身校正能力有限。图 6 给出了文中使用的 3 种变形镜对各阶 Zernike 像差的拟合能力曲线。

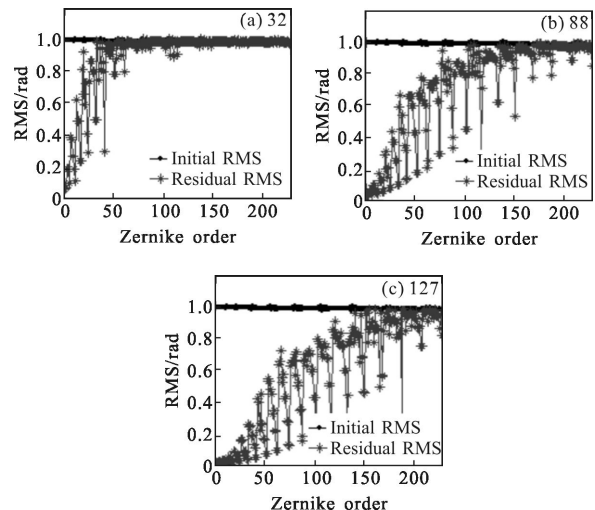


图 6 不同单元变形镜对 Zernike 单阶像差的拟合能力曲线

Fig.6 Fitting capability of different DM

对比图 6(a), (b) 和(c)中的各单元变形镜拟合各阶 Zernike 模式后的残余像差的 RMS 值可以发

现,32 单元变形镜只对低阶像差有比较好的拟合能力,可以选取较少的模式个数。但 127 单元变形镜对 150 阶以后的 Zernike 像差仍有一定的校正能力,若选取的模式数太少,则不能充分发挥 127 单元变形镜的校正能力。因此在以 Zernike 多项式或类似的 K-L 多项式作为基函数时,为使系统获得最大校正能力,不同单元数的变形镜所选取的模式数应该是不相同的,这为具体模式阶数的选取带来了困难。相比而言,以变形镜的本征模作为基函数时,则不需要考虑模式数的多少,因为基函数的模式数等于变形镜的单元数,可以使模式阶数的选取变得简单。

4 结 论

模型式无波前探测自适应光学系统以其收敛速度快、校正效果好,在像差实时校正领域具有巨大的应用潜力,尤其是在波前无法探测的应用环境中。目前基于模型式的无波前探测自适应光学系统都要以某种类型的基函数为基础进行波前像差的校正,这涉及到基函数的类型及基函数模式阶数的选取,同时当系统的硬件确定之后,基函数的准确生成则依赖于波前校正元件的变形能力。因此如何产生基函数以及选取其阶数对于无波前探测自适应光学系统的校正能力和收敛速度至关重要。在波前校正元件确定之后,如何保证充分发挥变形镜的校正能力的同时又能够使系统获得较快的收敛速度,这是将模型式无波前探测自适应光学应用到实际系统中的关键。文中提出以变形镜的本征模作为模型式无波前探测自适应光学系统的基函数来进行波前校正。

分别以 32、88 及 127 单元变形镜作为波前校正元件,利用变形镜本征模作为正交基函数对波前畸变进行校正并考察其校正效果和收敛速度,以验证本文所提方法的合理性。结果表明,以变形镜本征模作为基函数时,可以使系统获得各自变形镜接近理想校正时的校正效果,这表明变形镜的校正能力得到充分发挥;本征模作为基函数时无需考虑实际像差的大小及所需的模式阶数的多少,系统的收敛速度只跟变形镜的单元数有关。因此,以变形镜的本征模作为基函数时,一方面使得模式阶数的选取变得简单(基函数的模式阶数等于变形镜的单元数),另一方面在保证校正速度的前提下又可以充分发挥变形镜的校正能力。文中的研究结果对于模型式无波

前探测自适应光学系统的实际应用具有重要意义。

参考文献:

- [1] Vlaimir P L, Boris V F. Phase-correction of turbulent distortions of an optical wave propagating under conditions of strong intensity fluctuations [J]. *Appl Opt*, 2002, 41(27): 5616-5624.
- [2] Delphine D, Botcherby E J, Watanabe T, et al. Image-based adaptive optics for two-photon microscopy[J]. *Optics Letters*, 2009, 34(16): 2495-2497.
- [3] Geng Cao, Luo Wen, Tan Y, et al. Experimental demonstration of using divergence cost-function in SPGD algorithm for coherent beam combination with tip/tilt control [J]. *Optics Express*, 2013, 21(21): 25045-25055.
- [4] Fu Qiang, Shen Feng, Rao Changhui. Distributed stochastic parallel gradient descent based on point diffraction interferometer[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2011, 40(12): 2541-2547. (in Chinese)
- [5] Ma Huimin, Zhang Jinghui, Zhang Pengfei, et al. Simulation of turbulence aberration correction based on stochastic parallel gradient descent algorithm [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2011, 40(9): 1738-1742. (in Chinese)
- [6] Booth M J. Wavefront sensorless adaptive optics for large aberrations [J]. *Optics Letter*, 2007, 32(1): 5-7.
- [7] Huang L H, Rao C H. Wavefront sensorless adaptive optics: a general model-based approach[J]. *Optics Express*, 2011, 19(1): 371-379.
- [8] Yang Huizhen, Wu Jian, Gong Chenglong. Model-based sensorless adaptive optics system [J]. *Acta Optica Sin*, 2014, 34(8): 0801002-1-0801002-5. (in Chinese)
- [9] Antonello J, Verhaegen M, Fraanje R, et al. Semidefinite programming for model-based sensorless adaptive optics[J]. *J Opt Soc Am A*, 2012, 29(11): 2428-2438.
- [10] Wang B R, Booth M J. Optimum deformable mirror modes for sensorless adaptive optics [J]. *Optics Communications*, 2009, 282: 4467-4474.
- [11] Antonello J, Werkhoven T V, Verhaegen M, et al. Optimization-based wavefront sensorless adaptive optics for multiphoton microscopy [J]. *J Opt Soc Am A*, 2014, 31(6): 1337-1346.
- [12] Roddier N. Atmospheric wave front simulation using Zernike [J]. *Optical Engineering*, 1990, 29(10): 1174-1180.
- [13] Chen Bo, Yang Huizhen, Zhang Jinbao, et al. Performances index and convergence speed of parallel gradient descent algorithm in adaptive optics of point source[J]. *Acta Optica Sin*, 2009, 29(5): 1143-1148. (in Chinese)