

面向星载激光测高仪的陆地目标响应函数仿真

王良训¹, 周 辉^{1,2}, 李子乐¹, 刘国根¹, 王 虹¹, 王雅培¹

(1. 武汉大学 电子信息学院, 湖北 武汉 430072;

2. 地球空间信息技术协同创新中心, 湖北 武汉 430079)

摘 要: 面向星载激光测高仪的陆地目标响应函数的时间分布是评价星载激光测高仪使用性能的重要因素。根据星载激光测高仪发射的高斯激光束和目标响应函数的分布特点, 采用等间隔同心圆环与等分圆周的方法实现目标的离散化三角网格划分, 基于三角网格的均匀性与目标响应函数特征参数的误差模型, 以目标响应函数的仿真误差指标为依据, 提出一种全新的目标响应函数的时空域参数选取方法。以对地观测星载激光测高仪 GLAS 的系统参数为输入条件, 针对三种典型倾斜度(3°、12.5°和 28.5°)的平面目标和多平面目标, 通过限定目标响应函数特征参数的 2% 容限误差, 仿真了对应的波形分布, 并解算出其特征参数的最大误差不超过 1.16%, 有效验证了陆地目标响应函数仿真方法的正确性。所得结果对于星载激光测高仪接收脉冲回波的分析、数据反演及其性能评价具有一定的实际应用价值。

关键词: 星载激光测高仪; 目标响应函数; 仿真; 网格分割; 参数选择

中图分类号: TN249 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2015)11-3424-07

Simulation of terrestrial target response function for satellite laser altimeter

Wang Liangxun¹, Zhou Hui^{1,2}, Li Zile¹, Liu Guogeng¹, Wang Hong¹, Wang Yapei¹

(1. School of Electronic Information, Wuhan University, Wuhan 430072, China;

2. Geospatial Information Collaborative Innovation Center, Wuhan 430079, China)

Abstract: The Terrestrial Target Response Function(TTRF) of satellite laser altimeter is the key factor for evaluating its performance. According to the distribution characteristics of transmitted Gaussian laser beam and the target response function, the methods of using equal-interval concentric rings and dividing circumference uniformly were utilized to achieve the discrete triangular mesh of target. Based on the homogeneity of the triangular mesh and error model about characteristic parameters of TTRF, a new parameter selection method of TTRF was presented in terms of the simulation error index. In light of geosciences laser altimeter system (GLAS) parameters, the TTRF waveform distribution of planar target

收稿日期: 2015-03-18; 修订日期: 2015-04-25

基金项目: 基础测绘科技计划; 测绘地理信息公益性行业专项(201412007, 201512016); 上海航天科技创新基金(SAST201422)

作者简介: 王良训(1990-), 男, 硕士生, 主要从事激光测高仪回波仿真与处理研究。Email: wangliangxun@whu.edu.cn

导师简介: 周辉(1979-), 男, 副教授, 博士, 主要从事激光遥感、激光测距和激光合作目标技术等方面的研究。

Email: abidingmyself@163.com

with three typical slope targets (3° and 12.5° and 12.5°) and multiple planar targets were simulated, by restricting the allowance error of its characteristic parameters within 2%. The calculated error is less than 1.16%, which proved that the method on simulation of TTRF is correct. The results have some application values for the simulation on received signal waveform of laser altimeter, data inversion and the performance evaluation.

Key words: satellite laser altimeter; target response function; simulation; discrete triangular mesh; parameter selection

0 引言

星载激光测高仪是以激光作为测量光源的主动式遥感设备,它具有精度高、速度快等特点,使遥感信息反演的多样化和智能化成为可能。因而,星载激光测高仪在海洋学、地形学、火山学、地质学和冰川学等领域有着广泛的应用^[1-3]。接收脉冲回波波是星载激光测高仪的主要观测数据,它是发射激光脉冲与目标响应函数、大气响应函数和系统响应函数的卷积结果^[4]。在星载激光测高仪硬件参数和观测条件确定的情况下,接收脉冲回波分布直接与目标响应函数有关。因此,在星载激光测高仪投入使用前以及系统地面标定过程中,需要采用仿真手段来模拟目标响应函数的分布,以实现星载激光测高仪使用性能的验证分析^[5]。

通常情况下,目标响应函数的仿真主要通过对目标的离散网格划分和发射激光的时空域抽样来实现。国内外一些学者在未考虑高斯激光束空间分布特点的前提下,提出了一种常见的目标响应函数的仿真方法^[6-9]。但是他们未提及其时间和空间参数的选取依据及其仿真精度的评价指标,这使得该目标响应函数的仿真方法具有一定的局限性。

文中从目标响应函数的基本模型入手,根据高斯激光束空间分布的特点,提出等间隔同心圆环等分圆周的方法实现目标的离散网格划分。以离散三角网格的均匀性和目标响应函数的特征参数的标准差模型为依据,构建了目标空间离散参数和目标响应函数的时间分辨率的选取方法,在兼顾仿真精度和仿真效率的前提下实现陆地目标响应函数的仿真模拟,这为陆地目标响应函数的仿真参数的实际选取提供了理论基础,因而具有一定的普适性。

1 目标响应函数的仿真方法与参数选取

目标响应函数是发射激光脉冲与时域脉冲信号的对应关系,它由发射激光的空间分布和目标的形貌分布决定。通常情况下,目标响应函数无法采用数学解析形式来表示,对于典型的陆地目标(漫反射体)而言,目标响应函数可以采用离散方式进行表述^[7]:

$$p(t_i) = \beta \cos \alpha \iint_A I(x, y) dx dy = \beta \cos \alpha \sum_{n=1}^N E_n \quad (1)$$

式中: A 表示 t_i 和 $t_i + \Delta t$ 时刻对应的目标高程轮廓线映射到激光光斑边界的区域; β 为区域内目标的光学反射率; α 为激光束与目标法线的夹角; $I(x, y)$ 为区域内的激光的强度分布; $E_n = I(x_n, y_n) S_n$ 为每个离散网格的功率贡献,其中 (x_n, y_n) 为离散网格中心点坐标, S_n 为对应高程轮廓线与网格边界所形成的面积; N 为离散网格的总数目。

显然,目标的离散化程度和接收脉冲回波的时间分辨率决定了目标响应函数仿真的精度和执行效率,合理构建它们的模型对于仿真目标响应函数的构建至关重要。

1.1 目标网格划分方法

星载激光测高仪发射激光的空间分布特性决定目标响应函数,通常情况下它满足高斯分布,其归一化的强度可以表示为^[10]:

$$I(\rho) = \frac{1}{2\pi\delta^2} \exp(-\rho^2/2\delta^2) \quad (2)$$

式中: $\delta = d \tan \theta_r$, d 为星载激光测高仪与目标之间的距离,它可以近似表示为 $H \sec \Phi$,其中 H 为卫星轨道高度, Φ 为激光指向角,当 Φ 较大时光斑为椭圆,当 Φ 较小时光斑为圆形, θ_r 为激光光斑中心能量 $e^{-1/2}$ 处的光束发散角; ρ 为激光光斑内的点到其中心的距离。

高斯激光的空间强度值与圆周方向无关,而仅

与其径向距离有关。因此,根据高斯激光的空间分布特点,提出一种同心圆环与等分圆周的方法实现目标的网格划分,如图 1 所示。

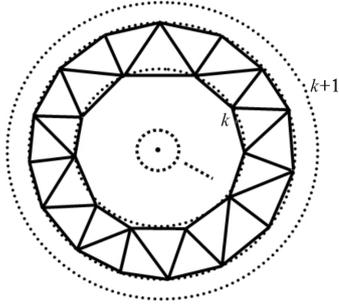


图 1 基于同心圆环和等分圆周方法的三角网格划分
Fig.1 Triangular mesh segmentation based on equal-interval concentric rings and dividing circumference uniformly

根据圆环的能量误差确定径向间隔 dr , 再根据三角形的形状确定角相等分数, 将每个同心圆环内部都均匀地分布了若干离散三角形, 如图 1 中第 k 和 $k+1$ 个同心圆所组成的圆环内部共有 $U_k=c(k+1)$ 个三角形, 其中, c 为圆周等分系数。

1.2 仿真参数的选取

1.2.1 径向圆周数的选取

在解算目标响应过程中要求保证三角网格内部的激光强度值的均匀性, 以提高目标响应函数仿真精度。因此, 必须合理选取径向圆周数目来控制三角网格的大小。假定每个同心圆之间的径向间隔值为 dr , 则在第 k 个圆环内部激光强度的相对差异值为:

$$D(k) = \frac{I(kdr) - I[(k+1)dr]}{I(kdr)} = 1 - \exp\left[-\frac{(2k+1)dr^2}{2\delta^2}\right] \quad (3)$$

$k=1, 2, \dots, k_{\max}$

式中: $k_{\max}=R/dr$, R 为激光光斑的半径, 它通常取值为 3δ 以保证发射激光能量的完整性。若限定所有圆环内激光强度的最大差异值为 ε , 因此, 可以解算得到径向间隔的最大值为:

$$dr_{\max} = \sqrt{(3\delta)^2 - 2\ln(1-\varepsilon)\delta^2} - 3\delta \quad (4)$$

通常情况下, 为保证目标响应函数的仿真精度, 要求 ε 取值非常小, 根据泰勒展开式可以简化得到径向间隔的最大值为: $dr_{\max} = \varepsilon\delta/3$ 。

由于每个三角网格内的激光强度值均采用其中中心点的强度来代替, 因此, 每个三角网格的激光功率贡献与其实际值会存在一定的误差, 其相对误差的表达形式为:

$$\Delta_n = \frac{\iint_{\Sigma} I(x, y) dx dy - E_n}{\iint_{\Sigma} I(x, y) dx dy} \quad (5)$$

式中: Σ 为 t_i 和 $t_i+\Delta t$ 时刻对应的目标高程轮廓线与三角网格边界所形成的区域范围。对于第 k 个圆环而言, 根据高斯激光的空间分布可知, 三角网格内的激光强度值及其功率贡献满足以下形式:

$$I[(k+1)dr] \leq I(\rho) \leq I(kdr); E_n \approx I[(k+1/2)dr]S_n \quad (6)$$

将公式(6)代入公式(5), 可以解算得到每个三角网格的激光能量强度解算的相对误差范围为 $-k\varepsilon^2/18 \leq \Delta_n \leq k\varepsilon^2/18$, 当 k 取值最大时, $-\varepsilon/2 \leq \Delta_n \leq \varepsilon/2$ 。因此, 利用公式(1)可以分析出不同时刻的目标响应函数值为:

$$p(t_i) = s(t_i) + \tau(t_i)s(t_i) \quad (7)$$

式中: $s(t_i)$ 为目标响应函数在 $t_i \sim t_i+\Delta t$ 时间范围内的总功率真值; $\tau(t_i)$ 为随时间变化的随机数, $|\tau(t_i)| \leq \varepsilon/2$, 其近似服从正态高斯分布, 根据 3σ 准则, $\tau(t_i)$ 的标准差可以表示为 $d\tau = \text{std}[\tau(t_i)] \leq \varepsilon/6$ 。

1.2.2 圆周等分系数的选取

三角网格在圆周方向上的密度与间隔主要与圆周等分系数有关, 图 2 给出了不同圆周等分系数条件下的三角网格分布。

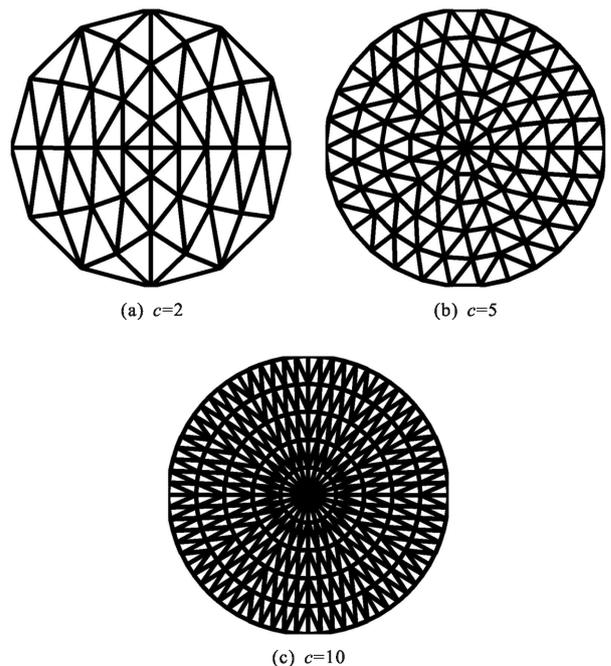


图 2 不同圆周等分系数对应的三角网格分布
Fig.2 Distribution of triangular mesh for different coefficients of uniform circumference

从图 2 中可以看出,若圆周等分系数过小,则在圆环内部无法构成均匀的三角网格。反之,若圆周等分系数过大,则圆环内部三角网格数目过多,将影响目标响应函数仿真的效率。根据常见三角网格生成条件中的最大空圆特性^[11],若圆环内部的三角形尽可能接近等边三角形时,可以确保圆环内部三角网格的闭合性。因此,选取离散网格中的三角形的边长比 γ 作为评价网格质量的标准, $\gamma=e_l/e_s$, 其中, e_l 和 e_s 分别为对应三角形的长边和短边。图 3 模拟绘制了系数 c 和 k 与边长比 γ 之间的关系曲线。

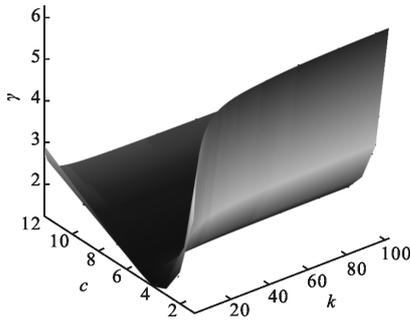


图 3 系数 c 和 k 与边长比 γ 之间的关系曲线

Fig.3 Relationship curve between coefficient c , k and ratio of side length γ

图 3 表明,随着系数 c 和 k 的变化,边长比 γ 也发生改变。当 c 小于 5 时, γ 随 c 的减小而增大,这将使得三角网格形状产生严重的畸变;当 c 大于 5 且增大时, γ 缓慢增加,其中 $c=5$ 的位置处是 γ 的拐点,它对应的三角形形状最均匀,且执行效率也较高。

1.3 误差分析模型

研究表明,星载激光测高仪所采集得到 98% 的回波信号可以视为若干高斯脉冲的叠加^[9]。根据发射激光脉冲的高斯分布特性与卷积运算法则,其目标响应函数也可以表示为若干高斯函数之和。对于单个高斯子脉冲而言, $s(t)$ 满足以下关系式:

$$s(t)=\frac{1}{\Delta t} \int_{t_i}^{t_i+\Delta t} u(t) dt = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_i}^{t_i+\Delta t} \frac{f}{\sqrt{2\pi} \kappa} \exp\left[-\frac{(t-T)^2}{2\kappa^2}\right] dt \quad (8)$$

式中: Δt 为采样时间分辨率; f 、 T 和 κ 为高斯子脉冲的特征参数,它们分别表示高斯子脉冲的总能量、时间重心和均方根脉宽。对于典型的平面漫反射体而言,高斯子脉冲的脉宽可以近似表示为^[12]:

$$\kappa^2 = \frac{4H^2\Delta\theta^2}{c^2\cos^2\phi} \left[\tan^2(\phi+S_x) + \frac{\tan^2 S_x \cos^2 S_x}{\cos^2(\phi+S_x)} \right] \quad (9)$$

式中: $\Delta\theta$ 为激光束在平面目标上的角度范围; S_x 和 S_y 分别表示在平行和垂直卫星飞行方向上的目标倾斜度。

由公式(7)和脉冲信号总能量的基本定义,利用方差的运算法则,可以解算得到仿真的目标响应函数总能量的方差模型:

$$\text{Var}\left[\int_{-\infty}^{+\infty} p(t) dt\right] = \text{Var}\left\{\int_{-\infty}^{+\infty} [1+\tau(t)]s(t) dt\right\} = \frac{1}{\Delta t} \text{Var}[\tau(t)] \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} s^2(t) dt \quad (10)$$

式中:“ $\text{Var}(\)$ ”表示方差运算, $\text{Var}[\tau(t)]=d\tau^2$ 。根据柯西不等式以及高斯子脉冲的分布特点,目标响应函数总能量的方差简化为:

$$\text{Var}\left[\int_{-\infty}^{+\infty} p(t) dt\right] \leq d\tau^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{t_i}^{t_i+\Delta t} u^2(x) dx dt \leq \frac{f^2\Delta t d\tau^2}{2\sqrt{\pi} \kappa} \quad (11)$$

同理,基于脉冲信号的时间重心和脉宽的定义,假定高斯子脉冲的时间重心为 0 以方便后续计算,则可以推导出它们的方差模型为:

$$\text{Var}\left[\int_{-\infty}^{+\infty} t p(t) dt / \int_{-\infty}^{+\infty} p(t) dt\right] \leq d\tau^2 \int_{t_i-\frac{\Delta t}{2}}^{t_i+\frac{\Delta t}{2}} t^2 \int_{t_i-\frac{\Delta t}{2}}^{t_i+\frac{\Delta t}{2}} p^2(x) dx dt = \frac{\Delta t \kappa d\tau^2}{4\sqrt{\pi}} \quad (12)$$

$$\text{Var}\left[\int_{-\infty}^{+\infty} t^2 p(t) dt / \int_{-\infty}^{+\infty} p(t) dt\right] \leq d\tau^2 \int_{t_i-\frac{\Delta t}{2}}^{t_i+\frac{\Delta t}{2}} t^4 \int_{t_i-\frac{\Delta t}{2}}^{t_i+\frac{\Delta t}{2}} p^2(x) dx dt = \frac{3\kappa^3\Delta t d\tau^2}{8\sqrt{\pi}} \quad (13)$$

若采用空间径向间隔 dr_{\max} 来替代系数 ε , 结合 $d\tau$ 与 ε 的关系,则高斯子脉冲的特征参数的相对均方根误差为:

$$dN = \frac{1}{f} \sqrt{\text{Var}\left[\int_{-\infty}^{+\infty} p(t) dt\right]} \leq \frac{dr_{\max}}{2\delta} \sqrt{\frac{\Delta t}{2\sqrt{\pi} \kappa}} \quad (14)$$

$$dT = \frac{1}{\kappa} \sqrt{\text{Var}\left[\int_{-\infty}^{+\infty} t p(t) dt / \int_{-\infty}^{+\infty} p(t) dt\right]} \leq \frac{dr_{\max}}{2\delta} \sqrt{\frac{\Delta t}{4\sqrt{\pi} \kappa}} \quad (15)$$

$$d(\kappa^2) = \frac{1}{\kappa^2} \text{Var}\left[\int_{-\infty}^{+\infty} t^2 p(t) dt / \int_{-\infty}^{+\infty} p(t) dt\right] \leq \frac{3\Delta t dr_{\max}^2}{32\delta^2\sqrt{\pi} \kappa} \quad (16)$$

高斯子脉冲特征参数的误差模型表明,采样时间分辨率、目标的径向划分间隔以及发射激光的光

斑大小、高斯子脉冲的脉宽决定目标响应函数的仿真精度。采样时间分辨率或目标径向划分间隔越小,则目标响应函数的仿真精度越高。对于相同的测量目标而言,采样时间分辨率和目标径向划分间隔的选取对高斯子脉冲总能量的仿真误差影响最大。

2 目标响应函数的仿真分析

2003 年,美国 NASA 发射了全球唯一一颗对地观测星载激光测高仪系统 GLAS^[13],旨在测量极区冰层高度的变化,以评估其对全球气候的影响,其主要的观测参数如表 1 所示。

表 1 GLAS 系统的主要观测参数

Tab.1 Main observation parameters of GLAS

| Symbol of parameter | H/km | $\Phi/(\text{°})$ | $\theta_r/\mu\text{rad}$ | $\Delta t/\text{ns}$ | β |
|---------------------|---------------|-------------------|--------------------------|----------------------|---------|
| Numerical value | 600 | 0.3 | 29 | 1 | 0.6 |

2.1 单个线性目标响应函数的仿真分析

选取 GLAS 观测参数为输入条件,以三种典型倾斜度的平面目标(其平行卫星飞行方向上的目标倾斜度分别为 3° 、 12.5° 、 28.5° ;垂直卫星飞行方向上的目标倾斜度为 0)作为分析对象,限定高斯子脉冲特征参数的相对均方根误差最大值为 2% ,则可以确定出目标的径向划分间隔分别为 3.23 m 、 6.64 m 、 10.40 m ,因此,仿真模拟出对应的目标响应函数的分布规律,如图 4 所示。

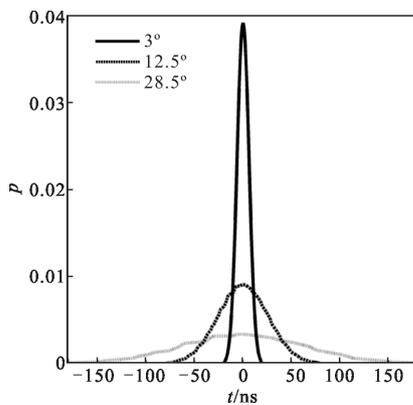


图 4 三种目标响应函数分布示意图

Fig.4 Diagram of response function for three targets

图 4 表明,随着目标倾斜角的增加,目标响应函数基本满足高斯分布,但是其发生了不同程度的展

宽,对应的峰值出现减小。通过对 3 个目标响应波形的处理分析,解算得到相应的特征参数,并将解算结果与理论值进行比较,其数值及其差异如表 2 所示。

表 2 中特征参数的差异采用标准偏差形式来表示,结果表明,目标响应函数特征参数的解算值与理论值十分接近,其最大的相对均方根误差不超过 1.16% ,其数值在限定的理论误差 2% 范围内。

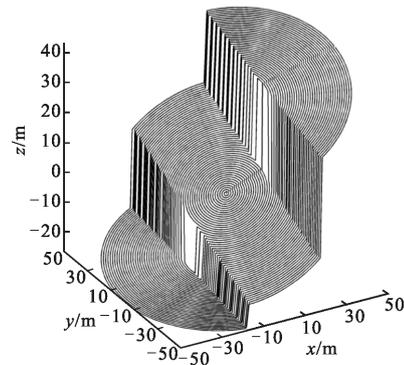
表 2 平面目标响应函数特征参数的解算值与理论值

Tab.2 Calculated value and theoretical value of TTRF characteristic parameters for slope targets

| Slope of target | 3° | | 12.5° | | 28.5° | |
|----------------------------|-----------|----------------|--------------|----------------|--------------|----------------|
| Value of feature parameter | Theory | Difference | Theory | Difference | Theory | Difference |
| f | 0.599 2 | 0.22% | 0.585 8 | 0.35% | 0.527 3 | 0.20% |
| T/ns | 0 | 0.06‰ | 0 | 0.02‰ | 0 | 0.06‰ |
| κ/ns | 6.079 | 1.00% | 25.72 | 1.16% | 62.98 | 0.43% |

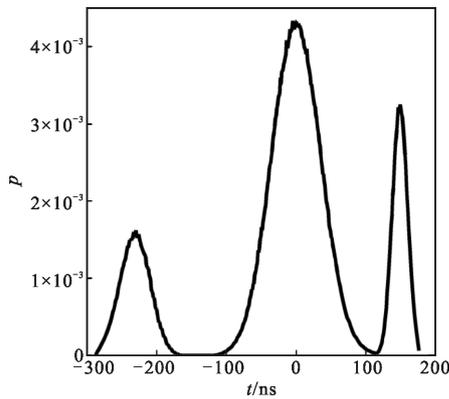
2.2 多个线性目标响应函数的仿真分析

若被测目标由多个平面目标组成,则目标响应函数由多个高斯子脉冲组成。根据每个平面目标的倾斜度大小可以预估出高斯子脉冲的均方根脉宽,进而解算得到目标空间划分的最大间隔。设定被测目标由 3 个不同倾斜度的平面组成,它们在平行和垂直卫星飞行方向上的目标倾斜度相等,其数值分别为 5° 、 10° 和 15° ,其空间分布如图 5(a) 所示。其中, 15° 目标在光斑中心附近, 10° 和 5° 目标分别在光斑中心的右侧和左侧。同理,限定高斯子脉冲特征参数的相对均方根误差最大值为 2% ,则目标的径向划



(a) 目标空间分布

(a) Spatial distribution of target



(b) 目标响应函数
(b) Target response function

图 5 多平面目标及其对应的目标响应函数分布

Fig.5 Distribution of multiple planar targets and their response functions

分间隔最大值为 0.96 m, 因此, 可以仿真得到目标响应函数的分布, 如图 5(b) 所示。

图 5(b) 的结果表明, 目标响应函数由 3 个近似高斯的子脉冲组成。考虑到高斯子脉冲特征参数的理论值无法采用高精度的理论表达形式来描述, 因此, 选取较小的采样时间分辨率 $\Delta t=0.2$ ns 和目标划分间隔 $dr=0.1$ m 时特征参数的仿真结果作为其理论值, 对应理论结果及其与解算结果的差异如表 3 所示。

表 3 多平面目标响应函数特征参数的解算值与理论值

Tab.3 Calculated value and theoretical value of TTRF characteristic parameters for multiple-plane targets

| Slope of multiple-plane target | 5° | | 10° | | 15° | | |
|--------------------------------|--------------------|------------|--------|------------|--------|------------|-------|
| | Theory | Difference | Theory | Difference | Theory | Difference | |
| Value of feature parameter | f | 0.091 4 | 1.02% | 0.089 3 | 1.01% | 0.380 9 | 0.63% |
| | T/ns | 148.56 | 0.48% | -230.68 | 0.99% | 0 | 0.50% |
| | κ/ns | 10.489 | 0.08% | 21.129 | 0.13% | 34.877 | 0.11% |

从表 3 结果可以看出, 目标响应函数特征参数的理论值和计算值之间的最大相对均方根误差不超过 1.02%, 在规定的误差容限范围内。

考虑到绝大多数的陆地目标都可以采用多个线性目标来进行描述, 结合上述单平面和多平面目标的仿真结果, 可以有效表明出陆地目标响应函数仿

真方法及其参数选取模型的正确性。

2.3 单个线性目标响应函数仿真参数的选取

根据仿真目标响应函数的误差模型, 针对不同倾斜度的平面目标模拟仿真出其采样时间分辨率和空间划分间隔的取值分布, 如图 6 所示。

图 6 显示, 对于同一时间分辨率, 随着目标倾斜角的增加, 目标空间划分间隔也迅速增加。若时间分辨率 Δt 取值为 1 ns, 则当目标倾斜度为 1° 时, 目标划分的径向间隔为 1.86 m, 而当目标倾斜度为 30° 时, 目标划分的径向间隔迅速增加至 10.72 m。同时, 对于同一倾斜度的目标而言, 时间分辨率与目标划分的径向间隔成反比。

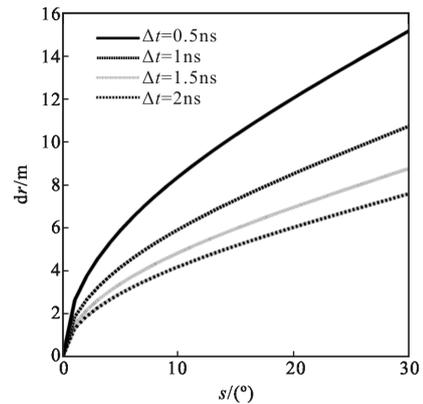


图 6 陆地平面目标响应函数仿真参数的选取

Fig.6 Selection of simulation parameters for terrestrial slope target response function

3 结论

面向星载激光测高仪的陆地目标响应函数是联系接收脉冲回波信号与目标空间分布之间的重要纽带。采用同心圆环与等分圆周的目标划分方法以及目标响应函数特征参数的误差模型, 可以仿真出目标响应函数的理论分布。针对不同的陆地目标, 限定相应的仿真误差容限, 通过仿真参数的优化选取可以有效地保证仿真精度, 这为准确再现星载激光测高仪接收脉冲回波以及高精度地评估星载激光测高仪使用性能提供了技术支撑。

参考文献:

[1] Abshire J B, Sun X, Riris H, et al. Geoscience laser altimeter system (GLAS) on the ICESat mission: on-orbit measurement performance [J]. *Geophysical Research Letters*,

- 2005, 32(S2): S1-S4.
- [2] Hu Yihua, Shu Rong. Airborne and spaceborne laser sounding technology and application [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2008, 37(S3): 8-13. (in Chinese)
胡以华, 舒嵘. 机载与星载激光探测技术及其应用 [J]. 红外与激光工程, 2008, 37(S3): 8-13.
- [3] Mahoney C, Kljun N, Los S O, et al. Slope estimation from ICESat/GLAS[J]. *Remote Sensing*, 2014, 6(10): 10051-10069.
- [4] Zhou Hui, Li Song. Waveform simulator of return signal for laser altimeter [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2006, 33 (10): 1402-1406. (in Chinese)
周辉, 李松. 激光测高仪接收信号波形模拟器 [J]. 中国激光, 2006, 33(10): 1402-1406.
- [5] Brenner A C, Zwally H J, Bentley C R, et al. The algorithm theoretical basis document for the derivation of range and range distributions from laser pulse waveform analysis for surface elevations, roughness, slope, and vegetation heights [R]. NASA Goddard Space Flight Center, 2012.
- [6] Zhu Jin, Sun Shijun. Simulation analysis of spaceborne laser altimeter echo signal [J]. *Spacecraft Recovery & Remote Sensing*, 2013, 34(1): 67-78. (in Chinese)
朱近, 孙世君. 星载激光测高仪回波信号仿真分析 [J]. 航天返回与遥感, 2013, 34(1): 67-78.
- [7] Filin S, Csatho B. An efficient algorithm for the synthesis of laser altimetry waveforms[R]. BPRC Technical Report, 2000.
- [8] Huang H, Wynne R H. Simulation of lidar waveforms with a time-dependent radiosity algorithm [J]. *Canadian Journal of Remote Sensing*, 2013, 39(S1): S126-S138.
- [9] Wagner W, Ullrich A, Ducic V, et al. Gaussian decomposition and calibration of a novel small-footprint fullwaveform digitizing airborne laser scanner [J]. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 2006, 60(2): 100-112.
- [10] Li Song, Zhou Hui, Shi Yan, et al. Theoretical model for return signal of laser altimeter [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2007, 15(1): 33-39. (in Chinese)
李松, 周辉, 石岩, 等. 激光测高仪的回波信号理论模型 [J]. 光学精密工程, 2007, 15(1): 33-39.
- [11] Herbin R. An error estimate for a finite volume scheme for a diffusion-convection problem on a triangular mesh [J]. *Numerical Methods for Partial Differential Equations*, 1995, 11(2): 165-173.
- [12] Harding D J, Bufton J L, Frawley J J. Satellite laser altimetry of terrestrial topography: vertical accuracy as a function of surface slope, roughness, and cloud cover [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 1994, 32(2): 329-339.
- [13] Zwally H J, Schutz B, Abdalati W, et al. ICESat's laser measurements of polar ice, atmosphere, ocean, and land [J]. *Journal of Geodynamics*, 2002, 34(3): 405-445.