

## 自适应非线性 GM-PHD 滤波及在无源跟踪中的应用

危 璋,冯新喜,刘 钊,刘 欣

(空军工程大学 信息与导航学院,陕西 西安 710077)

**摘 要:** 首先针对无源传感器目标跟踪中的非线性问题,将高斯-厄米特求积分规则运用于高斯混合概率假设密度滤波,提出一种求积分卡尔曼概率假设密度滤波。其次,针对未知时变过程噪声,将基于极大后验估计原理的噪声估计器运用到概率假设密度滤波中,同时依据目标状态一步预测与状态滤波结果之间的残差,提出一种对滤波发散情况判断和抑制的算法。最后通过无源传感器双站跟踪仿真表明:相较于已有的非线性高斯混合概率假设密度滤波,所提算法有更高的精度,并且在未知时变噪声环境中具有较好跟踪效果。

**关键词:** 高斯混合概率假设密度滤波; 无源跟踪; 高斯-厄米特求积分; 噪声估计; 滤波发散抑制  
**中图分类号:** TN955 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2015)10-3076-08

## Adaptive nonlinear GM-PHD filter and its applications in passive tracking

Wei Zhang, Feng Xinxi, Liu Zhao, Liu Xin

(Information and Navigation College, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)

**Abstract:** Firstly, to solve the nonlinear problem in the field of passive tracking, Gauss-Hermite quadrature is used to Gaussian mixture probability hypothesis density filter, and the quadrature Kalman probability hypothesis density filter was proposed. Then under the condition of unknown and time-varying process noise statistic, a noise statistic estimator based on maximum a posterior estimation was used in probability hypothesis density filter. According to the residual between predicted state and estimated state, an algorithm to judge and restrain filter divergence was proposed. Finally, simulations under the condition that two passive sensors tracking multiple targets show that: the proposed algorithm has better accuracy than existing algorithms, and achieve good effect when process noise statistic is unknown and time-varying.

**Key words:** Gaussian mixture probability hypothesis density filter; passive tracking; Gauss-Hermite quadrature; noise statistic estimation; restrain filter divergence

收稿日期:2015-02-10; 修订日期:2015-03-15

作者简介:危璋(1989-),男,硕士生,主要从事多目标跟踪方面的研究工作。Email: jakeweizhang@163.com

导师简介:冯新喜(1963-),男,教授,博士生导师,博士,主要从事信息融合方面的研究工作。Email: fxxkdy@163.com

## 0 引言

多目标跟踪的目的是从量测集中估计出目标的个数以及各目标的状态,由于存在目标个数未知且时变、杂波和干扰噪声以及漏检等因素,多目标跟踪相较于单目标跟踪具有很大困难。由 Mahler 等提出的概率假设密度(Probability Hypothesis Density, PHD)滤波<sup>[1]</sup>,无需对量测和状态进行直接关联,因而得到广泛关注。目前 PHD 滤波有两种实现方法:一种是基于序贯蒙特卡罗采样的 PHD (Sequential Monte Carlo PHD, SMC-PHD)滤波<sup>[2]</sup>,适用于非线性非高斯条件下的目标跟踪,但是计算量较大,需要进行粒子聚类提取状态;另一种是基于高斯混合形式表示的 PHD(Gaussian Mixture PHD, GM-PHD)滤波<sup>[3]</sup>,计算较为简单,在线性高斯条件下存在闭合的解析表达式。

随着隐身技术、电抗技术以及反辐射武器的发展,传统有源雷达不仅探测性能受到干扰,更为严峻的是雷达自身的生存受到威胁。无源传感器(如红外)因自身不发射信号,抗干扰和抗毁性大大增强。由于无源跟踪中获得的量测与状态之间存在强非线性关系,因此研究非线性条件下的多目标跟踪极为重要。对于非线性情况,Vo 等人<sup>[4]</sup>分别提出了基于扩展卡尔曼滤波的 GM-PHD(EK-PHD)和基于无迹卡尔曼滤波的 GM-PHD(UK-PHD),参考文献[5]在容积卡尔曼滤波的基础上实现了非线性 GM-PHD(CK-PHD)滤波。文中将求积分卡尔曼滤波与 GM-PHD 滤波相结合提出一种求积分卡尔曼概率假设密度滤波(QK-PHD)。

各滤波算法应用于 PHD 进行多目标跟踪中,需要知道较为精确的运动模型和噪声统计特性等先验知识,否则可能会导致较大误差甚至滤波发散。一般而言,量测噪声可以通过对传感器进行物理实验统计得到,而对于过程噪声,由于实际环境的时变性以及受实验样本等限制,统计特性难以准确获得<sup>[6-7]</sup>。针对此种情况,文中在 QK-PHD 的基础上,采用极大后验估计原理对过程噪声进行实时估计,提出一种自适应的求积分卡尔曼概率假设密度滤波(AQK-PHD)。

## 1 求积分卡尔曼滤波的 GM-PHD 滤波(QK-PHD)

### 1.1 概率假设密度滤波

设  $k-1$  时刻的后验概率假设密度  $D_{k-1}$ ,PHD 滤波预测为:

$$D_{k|k-1}(x) = \int f_{k|k-1}(x|\zeta)D_{k-1}(\zeta)d\zeta \quad (1)$$

PHD 更新为:

$$D_k(x) = [1 - P_d(x)]D_{k|k-1}(x) + \sum_{z \in \mathbb{Z}_k} \frac{P_d(x)h(z|x)D_{k|k-1}(x)}{\lambda_k(z) \int P_d(\zeta)h(z|\zeta)D_{k|k-1}(\zeta)d\zeta} \quad (2)$$

式中: $f_{k|k-1}$  为状态转移函数; $h$  为量测方程; $P_d$  为检测概率。

### 1.2 高斯-厄米特求积分规则<sup>[8]</sup>

考虑一个标量随机变量  $x$ , 其概率密度分布函数服从标准的高斯分布  $x \sim N(0,1)$ , 对于任意的关于  $x$  的函数  $g(x)$  有:

$$E[g(x)] = \int g(x)N(x;0,1)dx \approx \sum_{j=1}^m \omega_j g(\zeta_j) \quad (3)$$

式中: $\zeta_j$  为所选取的积分点; $\omega_j$  为对应的权值, $m$  为积分点数。参考文献[9]提供一种积分点选取和权值计算的方法。构造一个三角对称矩阵  $J$ , 其对角线上的元素全部为零,其它元素为:

$$J_{i,i+1} = \sqrt{i/2} \quad 1 \leq i \leq (m-1) \quad (4)$$

式中:文中选用 2 点积分点,则  $m=2^{n_x}$ ,  $n_x$  为状态维数。积分点  $\zeta_j = \sqrt{2} \varepsilon_j$ ,  $\varepsilon_j$  为  $J$  的第  $j$  个特征值,  $\omega_j = (\nu_j)^2$ ,  $(\nu_j)_1$  为第  $j$  个归一化特征向量的第一个元素。

若一个  $n_x$  维的向量随机变量  $x$  概率假设密度服从  $N(x;0,I_n)$ , 其高斯-厄米特求积分为:

$$E[g(x)] = \int g(x)N(x;0,I_n)dx \approx \sum_{j_1=1}^m \omega_{j_1} \cdots \sum_{j_{n_x}=1}^m \omega_{j_{n_x}} g(\zeta_{j_1}, \dots, \zeta_{j_{n_x}}) = \sum_{j=1}^{m^{n_x}} \omega_j g(\zeta_j) \quad (5)$$

式中:积分向量  $\zeta_j = [\zeta_{j_1} \cdots \zeta_{j_{n_x}}]'$ ,  $\omega_j = \prod_{i=1}^{n_x} \omega_{j_i}$ 。

若  $x$  的概率分布服从  $N(x;\bar{x},P)$ , 则有:

$$E(g(x)) = \int g(x)N(x;\bar{x},P)dx \approx \sum_{j_1=1}^m \omega_{j_1} \cdots \sum_{j_{n_x}=1}^m \omega_{j_{n_x}} g$$

$$(S[\zeta_{j_1} \cdots \zeta_{j_{n_k}}]^T + \bar{x}) = \sum_{j=1}^{m_k} \omega_j g(S\zeta_j + \bar{x}) \quad (6)$$

其中,  $P = S \cdot S^T$ 。

### 1.3 QK-PHD 算法流程

非线性系统跟踪模型为:

$$x_k = f(x_{k-1})w_{k-1} \quad (7)$$

$$z_k = h(x_k) + v_k \quad (8)$$

式中:  $w_k$  为过程噪声, 方差为  $Q_k$ ;  $v_k$  为量测噪声, 方差为  $R_k$ 。

假设  $k-1$  的后验概率假设密度可表示为高斯和的形式:

$$D_{k-1}(x) = \sum_{i=1}^{J_{k-1}} \varpi_{k-1}^i N(x; m_{k-1}^i, P_{k-1}^i) \quad (9)$$

QK-PHD 的预测: 若多目标后验概率假设密度以及新生目标概率假设密度都可以用高斯混合的形式表示, 则预测 PHD 可以表示成如式(10)高斯混合形式<sup>[5]</sup>:

$$D_{k|k-1}(x) = \sum_{i=1}^{J_{k-1}} \varpi_{k-1}^i N(x; \hat{m}_{k|k-1}^i, P_{k|k-1}^i) \quad (10)$$

$$D_{k|k-1}(x) = D_{k|k-1}^s(x) + D_{k|k-1}^\beta(x) + \gamma_k(x) \quad (11)$$

式中:  $D_{k|k-1}^s(x)$  为存活目标 PHD;  $D_{k|k-1}^\beta(x)$  为衍射目标 PHD,  $\gamma_k(x)$  为新生目标 PHD。

对于存活目标 PHD 的预测需要采用高斯-厄米特求积分规则进行求取:

$$D_{k|k-1}^s(x) = c_k \sum_{i=1}^{J_{k-1}} \varpi_{k-1}^i N(x; m_{k|k-1}^i, P_{k|k-1}^i) \quad (12)$$

$$(1) \text{ 矩阵分解: } P_{k-1}^i = S_{k-1}^i S_{k-1}^{i T} \quad (13)$$

(2) 求取积分点:

$$X_{j,k-1}^i = S_{k-1}^i \xi_j + m_{k-1}^i \quad (14)$$

$$(3) \text{ 传播积分点: } X_{j,k|k-1}^i = f(X_{j,k-1}^i) \quad (15)$$

(4) 状态一步预测及其协方差:

$$\hat{m}_{k|k-1}^i = \sum_{j=1}^m \omega_j X_{j,k|k-1}^i \quad (16)$$

$$P_{k|k-1}^i = \sum_{j=1}^m \omega_j (X_{j,k|k-1}^i - \hat{m}_{k|k-1}^i) \quad (17)$$

$$(X_{j,k|k-1}^i - \hat{m}_{k|k-1}^i)^T + Q_k$$

衍生目标 PHD 为:

$$D_{k|k-1}^\beta(x) = \sum_{i=1}^{J_{k-1}} \sum_{j=1}^{J_k} \varpi_{k-1}^i \varpi_k^{\beta j} N(x; \hat{m}_{k|k-1}^{ij}, P_{k|k-1}^{ij}) \quad (18)$$

式中:  $\hat{m}_{k|k-1}^{ij} = \hat{m}_{k-1}^i + \hat{m}_{k-1}^{\beta j}$ ,  $P_{k|k-1}^{ij} = P_{k-1}^i + P_{k-1}^{\beta j}$ 。

新生目标 PHD:

将  $k$  时刻新生目标的 PHD 表示成高斯混合的形式。

$$\gamma_k(x) = \sum_{j=1}^{J_k} \varpi_k^{\gamma j} N(x; \hat{m}_{k|k-1}^{\gamma j}, P_{k|k-1}^{\gamma j}) \quad (19)$$

QK-PHD 高斯分量更新: GM-PHD 更新后可以近似为高斯混合形式。

$$(1) \text{ 矩阵分解: } P_{k|k-1}^i = S_{k|k-1}^i S_{k|k-1}^{i T} \quad (20)$$

$$(2) \text{ 求取积分点: } X_{j,k|k-1}^i = S_{k|k-1}^i \zeta_j + \hat{m}_{j,k|k-1}^i \quad (21)$$

$$(3) \text{ 传播积分点: } Z_{j,k|k-1}^i = h(X_{j,k|k-1}^i) \quad (22)$$

(4) 量测预测及其协方差:

$$\hat{z}_{k|k-1}^i = \sum_{j=1}^m \omega_j Z_{j,k|k-1}^i \quad (23)$$

$$P_{zk}^i = \sum_{j=1}^m \omega_j (Z_{j,k|k-1}^i - \hat{z}_{k|k-1}^i)(Z_{j,k|k-1}^i - \hat{z}_{k|k-1}^i)^T + R_k \quad (24)$$

(5) 互协方差:

$$P_{XZk}^i = \sum_{j=1}^m \omega_j (X_{j,k|k-1}^i - \hat{m}_{k|k-1}^i)(Z_{j,k|k-1}^i - \hat{z}_{k|k-1}^i)^T \quad (25)$$

$$(6) \text{ 滤波增益: } K_k^i = P_{XZk}^i P_{zk}^{i-1} \quad (26)$$

(7) 均值和协方差阵:

$$m_k^i = \hat{m}_{k|k-1}^i + K_k^i (z_k - \hat{z}_{k|k-1}^i) \quad (27)$$

$$P_k^i = P_{k|k-1}^i - K_k^i P_{zk}^i K_k^{i T} \quad (28)$$

QK-PHD 权值更新为:

$$\varpi_k^i = \frac{P_d(x) \varpi_{k|k-1}^i N(z; \hat{z}_{k|k-1}^i, P_{zk}^i)}{\lambda_k(z) + \sum_{i=1}^{J_{k|k-1}} \varpi_{k|k-1}^i N(z; \hat{z}_{k|k-1}^i, P_{zk}^i)} \quad (29)$$

后验 PHD 为:

$$D_k(x) = (1 - P_d(x)) D_{k|k-1}(x) + \sum_{i=1}^{J_k} \varpi_k^i N(m_k^i, P_k^i) \quad (30)$$

目标个数估计:

$$\hat{N}_k = \sum_{i=1}^{J_k} \varpi_k^i \quad (31)$$

目标状态估计: 权值较大的  $\hat{N}_k$  个高斯分量对应的均值为目标状态。

## 2 自适应 QK-PHD 滤波(AQK-PHD)

### 2.1 基于极大后验估计原理的噪声估计<sup>[6]</sup>

基于极大后验估计原理, 公式(7)系统的常值过程噪声为:

$$\hat{q}_k = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\hat{x}_{j/k} - f(x_{j-1}) | x_{j-1} \leftarrow \hat{x}_{j-1/k}] \quad (32)$$

$$\hat{Q}_k = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \{[\hat{x}_{jk} - f_{j-1}(x_{j-1}) - q] \cdot [\hat{x}_{jk} - f_{j-1}(x_{j-1}) - q]^T x_{j-1} \hat{x}_{j-1/k}\} \quad (33)$$

若用滤波估计值  $\hat{x}_j$ 、 $\hat{x}_{j-1}$  或一步预测值  $\hat{x}_{j|j-1}$  代替公式(32)、(33)中的平滑估计值  $\hat{x}_{jk}$ 、 $\hat{x}_{j-1/k}$ , 得到次优极大后验噪声估计:

$$\hat{q}_k = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\hat{x}_j - f_{j-1}(x_{j-1}) | x_{j-1} \leftarrow \hat{x}_{j-1}] = \frac{1}{k} [(k-1)\hat{q}_{k-1} + \hat{x}_k - f_{k-1}(\hat{x}_{k-1})] \quad (34)$$

$$\hat{Q}_k = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \{[\hat{x}_j - f_{j-1}(x_{j-1}) - \hat{q}_k] [\hat{x}_j - f_{j-1}(x_{j-1}) - \hat{q}_k]^T x_{j-1} \hat{x}_{j-1}\} \quad (35)$$

从统计学角度来说,公式(34)和(35)为算术平均,每项的权值相同,若过程噪声为时变噪声,应该强调最新数据的作用,减少过去陈旧数据的影响,尤其在噪声统计快速变化时,当前的噪声统计只与最近几个时刻的数据紧密相关,因此文中采用滑窗法来估计过程噪声。设窗宽长度为  $M$ ,窗内各项的权系数为  $\beta_i$ (窗内最新数据项为第一项),遗忘因子为  $b$ ,有:

$$\beta_i = \beta_{i-1} b \quad (36)$$

$$\sum_{i=1}^M \beta_i = 1 \quad (37)$$

由公式(36)和(37)得到:

$$\begin{cases} \beta_i = d_M b^{i-1} \\ d_M = \frac{1-b}{1-b^M} \end{cases} \quad i=1, \dots, M \quad (38)$$

根据公式(34)、(35)以及(38)可以得到滑窗加权的噪声统计结果:

$$\hat{q}_k = \sum_{j=k-M+1}^k \beta_{k+1-j} [\hat{x}_j - f_{j-1}(x_{j-1}) | x_{j-1} \leftarrow \hat{x}_{j-1}] = b \hat{q}_{k-1} + d_M [\hat{x}_k - f_{k-1}(x_{k-1})] - d_M b^M [\hat{x}_{k-M} - f_{k-M}(x_{k-M-1})] \quad (39)$$

$$\hat{Q}_k = b \hat{Q}_{k-1} + d_M [\hat{x}_k - f_{k-1}(x_{k-1}) - \hat{q}_k] [\hat{x}_k - f_{k-1}(x_{k-1}) - \hat{q}_k]^T x_{k-1} \hat{x}_{k-1} - d_M b^M [\hat{x}_{k-M} - f_{k-M}(x_{k-M-1}) - \hat{q}_k] [\hat{x}_{k-M} - f_{k-M}(x_{k-M-1}) - \hat{q}_k]^T x_{k-M-1} \hat{x}_{k-M-1} \quad (40)$$

### 2.2 AQK-PHD 滤波发散判断与抑制

基于次优极大后验噪声估计的滤波可能会出现发散的情况<sup>[10]</sup>,需要对滤波的发散趋势进行检验。常见的敛散性检验是基于新息的判断方法<sup>[10]</sup>,但是这种方法不适用于 GM-PHD 滤波。原因主要有:(1)在高斯分量跟踪过程中,高斯分量与量测之间的对应

关系无法知道,因此基于新息的方法无法判断敛散性;(2)单目标跟踪中,一个滤波器的敛散性对应着一个目标状态估计的好坏,而在 GM-PHD 滤波多目标跟踪中,高斯分量个数大于目标状态个数,且随着时间的推移,这种差别会越来越大,因而新息判别方法是无效的。文中提出一种新的敛散趋势检验方法,该方法不是根据新息来判断滤波的敛散性,而是根据 QK-PHD 滤波部分结束之后提取的目标状态与状态一步预测之间的残差进行判断。

定义时刻状态一步预测与状态估计的差值为:

$$\Delta \tilde{x}_k = \hat{x}_k - \hat{x}_{k|k-1} \quad (41)$$

式中:  $\hat{x}_k$  为滤波状态估计值;  $\hat{x}_{k|k-1}$  为状态一步预测值。

滤波发散趋势判断:

$$\Delta \tilde{x}_k^T \Delta \tilde{x}_k \leq S \operatorname{tr}[E \Delta \tilde{x}_{k-1} \Delta \tilde{x}_{k-1}^T] \quad (42)$$

式中:  $S$  为设定的可变参数,  $S > 1$ 。若公式(42)成立,则说明滤波稳定,不存在发散趋势,若该式不满足,则说明滤波不稳定,存在发散趋势,需要增大协方差  $P_{k|k}^i$ ,使得在下一时刻滤波中增加量测的作用。第  $i$  个状态的一步预测协方差阵调整为:

$$P_{\text{new},k|k}^i = \lambda_k P_{k|k}^i \quad (43)$$

$$\lambda_k = \begin{cases} \lambda_k, \lambda_k \geq 1 \\ 1, \lambda_k < 1 \end{cases} \quad (44)$$

其中

$$\lambda_k = \frac{\operatorname{tr}(C_k - Q_k)}{\operatorname{tr}[P_{k|k}^i - Q_k]} \quad (45)$$

$$C_k = \begin{cases} \Delta \tilde{x}_k \Delta \tilde{x}_k^T, & k=1 \\ \frac{\rho C_{k-1} + \Delta \tilde{x}_k \Delta \tilde{x}_k^T}{1+\rho}, & k>1 \end{cases} \quad (46)$$

式中:  $\rho$  为衰减系数,能提高滤波器的快速跟踪能力,  $0 < \rho < 1$ ,其值越大,当前信息所占的比例越大。

### 2.3 AQK-PHD 滤波算法

从 2.1 节知道,每个状态或每个目标对应着一个噪声估计器,每个噪声估计器都与  $k$  时刻之前的  $M-1$  个时刻相关,因此文中提出的自适应 GM-PHD 算法在噪声估计中借助于每个状态的航迹属性,需要在航迹维持的基础上进行。同样的从 2.2 节知道,对于滤波的发散趋势判断和抑制是针对每个状态估计而言的,而并非针对每个高斯分量,因为滤波的目的是估计出真实的目标状态,由于量测中带有大量的杂波,由这些杂波产生的高斯分量对于滤波发散趋

势的判断是没有意义的,因此同样需要航迹信息。具体的航迹维持方法可以参阅参考文献[11]、[12]等,文中在此处不做赘述。对于  $k$  时刻后验 GM-PHD 而言,存在  $J_k$  个高斯分量,而只存在  $\hat{N}_k$  个真实状态(目标),意味着只能估计出  $\hat{N}_k$  个噪声,同样只能存在  $\hat{N}_k$  个滤波发散趋势判断器,由于存在  $J_k > \hat{N}_k$  的关系,如何准确地将  $\hat{N}_k$  个噪声模型和滤波发散趋势判断器分配到  $J_k$  个高斯分量中去是需要解决的一个问题。假设在  $k$  时刻存在  $T_{\hat{N}_k}$  条航迹,航迹号分别为  $\{T_1, T_2, \dots, T_{\hat{N}_k}\}$ ,按照公式(39)和(40)估计出对应的噪声模型分别为:  $\{(\hat{q}_{T_1}, \hat{Q}_{T_1}), \dots, (\hat{q}_{T_{\hat{N}_k}}, \hat{Q}_{T_{\hat{N}_k}})\}$ ,按照公式(42)对每个目标状态的发散趋势进行判断,结果为:  $\{d_{T_1}, d_{T_2}, \dots, d_{T_{\hat{N}_k}}\}$ ,其中:  $d_i=0$  表示公式(42)成立,  $d_i=1$  表示第  $i$  个状态估计出现发散趋势,  $i=T_1, T_2, \dots, T_{\hat{N}_k}$ 。

在时刻权值更新公式(29)中,权值公式可以表示为:

$$\omega_k^i(z_j) = \frac{P_d(x) \omega_{k|k-1}^i N(z_j; \hat{z}_{k|k-1}^i, P_{zk}^i)}{\lambda_k(z_j) + \sum_{i=1}^{\hat{N}_k} \omega_{k|k-1}^i N(z_j; \hat{z}_{k|k-1}^i, P_{zk}^i)} \quad (47)$$

表示由第  $j$  个量测对第  $i$  个量测预测 (第  $i$  个高斯分量)产生的权值。

AQK-PHD 滤波整个算法流程与 QK-PHD 滤波相同,只需要在 QK-PHD 滤波结束之后增加噪声估计过程以及滤波发散检测过程。假设在  $k$  时刻经过 QK-PHD 滤波之后,得到该时刻的后验 PHD 为:

$$D_k(x) = \sum_{i=1}^{J_k} \omega_k^i N(x; m_k^i, P_k^i) \quad (48)$$

(1)确定提取状态分量:将  $\omega_k^i(z_j)$  按照从大到小进行排列,  $\hat{N}_k$  个权值较大的高斯分量对应的均值为估计出的  $\hat{N}_k$  个目标状态,将这  $\hat{N}_k$  个高斯分量记为:  $N(x; m_k^{T_1}, P_k^{T_1}), \dots, N(x; m_k^{T_{\hat{N}_k}}, P_k^{T_{\hat{N}_k}})$ ,对应的噪声模型为:  $\{(\hat{q}_{T_1}, \hat{Q}_{T_1}), \dots, (\hat{q}_{T_{\hat{N}_k}}, \hat{Q}_{T_{\hat{N}_k}})\}$ ,对应的发散趋势判断结果为:  $\{d_{T_1}, d_{T_2}, \dots, d_{T_{\hat{N}_k}}\}$ 。

(2)真实量测确认:找出  $\hat{N}_k$  个高斯分量对应的量测记为:  $z_{T_1} \dots z_{T_{\hat{N}_k}}$ ,确定为源自目标的真实量测。

(3)同源高斯分量确认:对于源自同一目标的高斯分量称为同源高斯分量,需要采用同一个噪声模型和发散趋势判断模型。对于所有的真实量测  $z_{T_1} \dots z_{T_{\hat{N}_k}}$ ,保留其对应每个分量的权值,记为:  $\omega_k^i(z_{T_1}) \dots \omega_k^i(z_{T_{\hat{N}_k}})$ 。对于每一个高斯分量  $i$ ,求其中权值最大项所对应的真实量测,该真实量测对应的状态分量即为分量  $i$  的同源分量。

$$\omega_k^i(z_{T_j}) = \max[\omega_k^i(z_{T_1}) \dots \omega_k^i(z_{T_{\hat{N}_k}})] \quad (49)$$

式中:  $z_{T_j}$  表示第  $T_j$  个真实量  $T_j \in (T_1, \dots, T_{\hat{N}_k})$ ;第  $i$  个高斯分量的同源高斯分量确定为  $N(x; m_k^{T_j}, P_k^{T_j})$ ;由此该分量的噪声模型为  $(\hat{q}_{T_j}, \hat{Q}_{T_j})$ ;状态估计发散情况为  $d_{T_j}$ 。

噪声模型和发散检验模型分配算法的伪代码如下。

For  $i=1:J_k$

权值排列:  $\omega_k^1, \dots, \omega_k^i$

确定提取状态分量:  $N(x; m_k^{T_1}, P_k^{T_1}), \dots, N(x; m_k^{T_{\hat{N}_k}}, P_k^{T_{\hat{N}_k}})$

确定真实量测:  $z_{T_1} \dots z_{T_{\hat{N}_k}}$

For  $T_j=T_1:T_{\hat{N}_k}$

保留权值:  $\omega_k^i(z_{T_1}) \dots \omega_k^i(z_{T_{\hat{N}_k}})$

End

求最大权值项:

$T_j: \arg \omega_k^i(z_{T_j}) = \max[\omega_k^i(z_{T_1}) \dots \omega_k^i(z_{T_{\hat{N}_k}})]$

分配噪声模型和发散检验模型:  $(\hat{q}_{T_j}, \hat{Q}_{T_j}), d_{T_j}$

End

(4)协方差阵调整:

根据每个状态估计发散趋势判断结果  $\{d_{T_1}, d_{T_2}, \dots, d_{T_{\hat{N}_k}}\}$ ,若第  $T_j$  个状态估计出现发散趋势,  $d_{T_j}=1$ ,根据公式(43)~(46)调整公式,对第  $T_j$  个高斯分量及其同源高斯分量的协方差阵进行调整。

## 3 仿真实验

### 3.1 实验场景设置

假设利用无源传感器跟踪 3 个匀速直线运动目标,如图 1 所示。目标 1 和目标 2 在时刻 1 同时出现,初始状态分别为:  $[100 \ 100 \ -3000 \ 100]'$  和  $[100 \ 300 \ 3000 \ -100]'$ ,目标 3 出现在第 20 时刻,初始状态为

[150 100 3500 0]', 每个时刻的杂波个数为 5 个, 均匀分布在  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$  区间。蒙特卡罗仿真次数为 50 次, 跟踪时间为 50 s, 传感器扫描周期为  $T=1$  s。采用双站跟踪, 传感器坐标分别为  $S_1=(1000, 0)$  和  $S_2=(2000, 0)$ , 无源传感器方位角方差为 0.01 rad, 双站跟踪采用集中式融合处理。多目标跟踪评价标准采用 OSPA 距离。

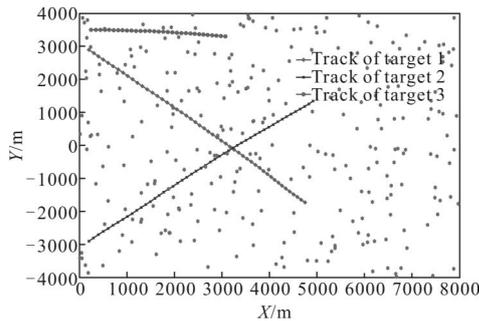


图 1 跟踪轨迹图

Fig.1 Track of targets

目标跟踪模型建立如下所示:

$$X(k)=FX(k-1)+w(k-1) \quad (50)$$

$$Z(k)=\arctan\left(\frac{y(k)-y^{ob}}{x(k)-x^{ob}}\right)+v(k) \quad (51)$$

式中:  $X(k)=[x(k) \quad v_x(k) \quad y(k) \quad v_y(k)]$  表示状态向

量;  $F$  为状态转移矩阵,  $F=\begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ;  $w(k-1)$  为

过程噪声;  $(x^{ob}, y^{ob})$  为传感器位置;  $v(k)$  为量测噪声, 即传感器方位角误差。

### 3.2 实验结果及数据分析

实验一: 将文中所提 QK-PHD 算法与已有的 EK-PHD、UK-PHD 以及 CK-PHD 进行比较分析。过程噪声方差为  $5(m/s^2)^2$ 。各算法的 OSPA 如图 2 所示, 平均 OSPA 距离和时间如表 1 所示。从图 2 中知道 EK-PHD 滤波精度最差, 其 OSPA 距离在任意时刻都大于其他三种, 而且存在发散趋势。UK-PHD 滤波除了在 30、32、36 等几个时刻外, 其余时刻的 OSPA 距离都大于 CK-PHD 滤波和 QK-PHD 滤波, UK-PHD 滤波稳定性较差。CK-PHD 滤波和 QK-PHD 滤波两者相比较而言, QK-PHD 滤波精度高于

CK-PHD 滤波, OSPA 距离在任意时刻都小于 CK-PHD 滤波。从表 1 知道, EK-PHD 滤波精度最差, 时效性最高, QK-PHD 滤波精度最高, 时效性最差。而 CK-PHD 滤波在滤波精度和实效性上都优于 UK-PHD 滤波。这是因为 QKF 采用 2 点积分点, 其采样点数为  $2^n$  个, 在文中, 状态维数  $n_x=4$ , 采样点为 16 个, 而 UKF 采样点数为  $2n_x+1$  个, CKF 的采样点数为  $2n_x$  个, 因而时间花销为: QK-PHD > UK-PHD > CK-PHD > EK-PHD。

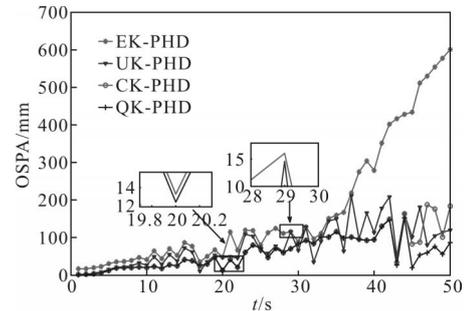


图 2 算法 OSPA 距离图

Fig.2 OSPA distance of algorithms

表 1 算法性能对比表

Tab.1 Comparison of algorithms' performance

Algorithms	Average OSPA distance/m	Time/s
EK-PHD	171.8	5.51
UK-PHD	77.6	17.69
CK-PHD	69.9	11.87
QK-PHD	56.1	18.38

实验二: 将 QK-PHD 滤波与 AQK-PHD 滤波进行

对比分析。目标 1 过程噪声方差为:  $w_1=\begin{cases} 5 & t \leq 20 \\ 1 & 20 < t \leq 40 \\ 9 & t > 40 \end{cases}$

目标 2 过程噪声方差恒定为 5, 第 3 个目标的过程噪声方差为:  $w_3=\begin{cases} 1 & 20 < t \leq 40 \\ 9 & t > 40 \end{cases}$ 。假设 QK-PHD 滤波

固定采用方差为 5 的过程噪声模型, AQK-PHD 滤波采用 4 时刻滑窗法统计过程噪声。两种算法的 OSPA 如图 3 所示, 平均 OSPA 距离和时间如表 2 所示。从图 3 可以知道 0~20 时刻 QK-PHD 滤波的 OSPA 距离略小于 AQK-PHD 滤波, 因为在此时间段 QK-PHD 滤波过程噪声模型是准确的, 而 AQK-PHD 滤波的噪声模型是经过在线估计出来的, 统计结果存在误差。在 21~25 时刻 QK-PHD 滤波的

OSPA 距离略小于 AQK-PHD 滤波,而在 26~40 时刻 OSPA 距离大于 AQK-PHD 滤波,因为在 21 时刻目标 1 过程噪声发生了突变,而滑窗法噪声统计具有延迟性,因而目标 1 的噪声统计具有较大误差,同时出现了新的目标 3,而滑窗法在目标出现初始时刻的统计特性同样是不太准确的,因而在 21~25 时刻 AQK-PHD 滤波精度依然低于 QK-PHD 滤波,而在 26~40 时刻由于 QK-PHD 滤波过程噪声模型存在较大误差,而 AQK-PHD 滤波噪声进入稳定的统计过程,所以在这一阶段 AQK-PHD 滤波精度高于 QK-PHD 滤波。在 40 时刻之后,由于 QK-PHD 滤波噪声模型噪声方差小于实际噪声方差,因而误差显著增大,滤波出现发散,而 AQK-PHD 滤波采用实时统计噪声模型并且进行了滤波发散抑制,因而误差依旧处于较低的水平,没出现发散情况。从表 2 知道, AQK-PHD 滤波增加了噪声统计过程和滤波发散抑制过程,平均 OSPA 距离显著小于 QK-PHD 滤波,但时间仅仅增加了 0.11%。

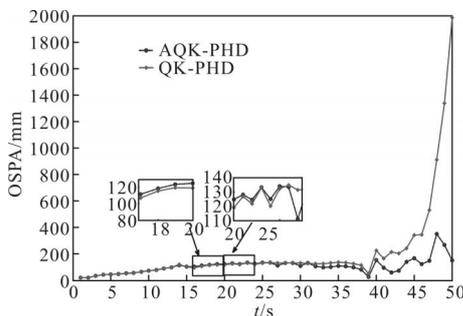


图 3 AQK-PHD 与 QK-PHD 滤波 OSPA 距离对比图

Fig.3 Comparison of OSPA distance between AQK-PHD and QK-PHD filter

表 2 AQK-PHD 与 QK-PHD 滤波算法性能对比表  
Tab.2 Comparison of performance between AQK-PHD and QK-PHD filter

Algorithms	Average OSPA distance/m	Time/s
QK-PHD	207.6	3.580
AQK-PHD	107.7	3.584

实验三: AQK-PHD 滤波中参数  $\rho$  的研究。在 47 时刻,将每个目标的过程噪声方差在原来方差的基础上加 3,作为环境对目标的一次突然扰动,其余时刻的实验场景设置与实验二相同,衰减系数分别取为 0.3 和 0.9,实验结果如图 4 所示。由此可以知道,

在 40 时刻之前,由于噪声相对较小,滤波不存在发散趋势,40 时刻,由于噪声剧烈增加,使得噪声统计器无法及时进行反馈,导致滤波存在发散的趋势。相较于  $\rho=0.3, \rho=0.9$  条件下的 AQK-PHD 滤波在调整协方差阵中,当前时刻的状态协方差比重较大,能够更加快速地调整协方差阵和反映噪声的剧烈变化,因此只经过了 2 个时刻就恢复到稳定状态,而  $\rho=0.3$  下的 AQK-PHD 滤波经过了 4 个时刻才达到稳定状态。在 47 时刻由于存在突然的扰动,使得滤波出现发散情况,从图中可以看到,这种情况下  $\rho=0.3$  下的 AQK-PHD 能更快地达到稳定状态。这是因为极为短暂的扰动使得状态估计误差增加,较大衰减系数  $\rho=0.9$  条件下对协方差的调整幅度大,同样地对噪声的统计影响也较大,但是很快地噪声在下一时刻又恢复原来的大小,反而使得滤波恢复稳定速度较慢。从而可以总结出:在噪声剧烈突变并且较长时间段维持变化的条件下,较大的衰减系数能使滤波跟快地达到稳定,而在短时间扰动的情况下,较小的衰减系数能使滤波更快达到稳定。在实际中衰减系数的选择同样是很重要的。

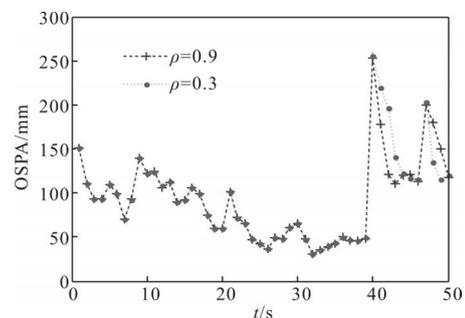


图 4 不同衰减系数下 OSPA 距离对比图

Fig.4 Comparison of OSPA distance of AQK-PHD with different attenuation

## 4 结论

在无源传感器目标跟踪中,量测与状态之间存在强非线性关系,根据高斯-厄米特求积分规则提出一种非线性多目标跟踪的 PHD 滤波算法。针对过程噪声未知的情况,将基于极大后验估计原理的次优噪声统计过程应用于 GM-PHD 滤波,同时为防止滤波发散问题,提出一种滤波发散抑制方法。通过双站无源跟踪仿真,证明了所提 QK-PHD 的高精度以及

AQK-PHD 的有效性。

#### 参考文献:

- [1] Mahler R. Multitarget Bayes filtering via first-order multitarget moments[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2003, 39(4): 1152-1178.
- [2] Vo B N, Singh S, Doucet A. Sequential Monte Carlo methods for multi-target filtering with random finite sets[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2005, 41(4): 1224-1245.
- [3] Vo B N, Ma W K. A closed-form solution for the probability hypothesis density filter [C]// 7th International Conference on Information Fusion, IEEE, 2005, 856-863.
- [4] Vo B N, Ma W K. The gaussian mixture probability hypothesis density filter [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, 54(11): 4091-4104.
- [5] Wang Pin, Xie Weixin, Liu Zongxiang, et al. A novel gaussian mixture PHD filter for nonlinear models [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2012, 40(8): 1597-1602. (in Chinese)  
王品, 谢维信, 刘宗香, 等. 一种非线性 GM-PHD 滤波新方法[J]. 电子学报, 2012, 40(8): 1597-1602.
- [6] Zhao Lin, Wang Xiaoxu, Sun Ming, et al. Adaptive UKF filtering algorithm based on maximum posterior estimation and exponential weighting[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2010, 36(7): 1007-1019. (in Chinese)  
赵琳, 王小旭, 孙明, 等. 基于极大后验估计和指数加权的自适应 UKF 滤波算法 [J]. 自动化学报, 2010, 36(7): 1007-1019.
- [7] Liu Tao, Xie Yongchun. Adaptive deterministic sampling filter algorithm [J]. *Information and Control*, 2012, 39(6): 673-680. (in Chinese)  
刘涛, 解永春. 一种自适应确定性采样滤波方法 [J]. 信息与控制, 2012, 39(6): 673-680.
- [8] Arasaratnam I, Haykin S, Elliott R J. Discrete-time nonlinear filtering algorithms using Gauss-Hermite quadrature [J]. *Proceedings of the IEEE*, 2007, 95(5): 953-977.
- [9] Wu Chunling, Han Chongzhao. Square-root quadrature Kalman filter [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2009, 37(5): 987-992. (in Chinese)  
巫春玲, 韩崇昭. 平方根求积分卡尔曼滤波器 [J]. 电子学报, 2009, 37(5): 987-992.
- [10] Shi Yong, Han Chongzhao. Adaptive UK-F method with applications to target tracking [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2011, 37(6): 755-759. (in Chinese)  
石勇, 韩崇昭. 自适应 UKF 算法在目标跟踪中的应用[J]. 自动化学报, 2011, 37(6): 755-759.
- [11] Huang Zhipei, Sun Shuyan, Wu Jiankang. A new data association algorithm using probability hypothesis density filter[J]. *Journal of Electronics(China)*, 2010, 27(2): 218-223.
- [12] Wang Yang, Jing Zhongliang, Hu Shiqiang. Data association for cardinalized probability hypothesis density filter [C]// 4th International Conference on Innovative Computing, Information and Control, IEEE, 2009, 1335-1338.
- [13] Li Binbin, Feng Xinxi, Li Hongyan, et al. Algorithm of bearings-only passive multi-sensor and multi-target tracking [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, 41(5): 1374-1378. (in Chinese)  
李彬彬, 冯新喜, 李鸿艳, 等. 纯方位被动多传感器多目标跟踪算法[J]. 红外与激光工程, 2012, 41(5): 1374-1378.
- [14] Chen Xiaosi, Cheng Zhengdong, Fan Xiang, et al. Infrared point target detection based on K-Nearest neighbor algorithm [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2013, 42(S2): 312-316. (in Chinese)
- [15] Gao Xiang, Fang Yangwang, Yan Shiquan, et al. Dual-aircraft paths planning for cooperative tracking and locating target with bearings-only measurements [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2013, 42(10): 2805-2811. (in Chinese)  
高翔, 方洋旺, 颜世权, 等. 仅有角度测量的双机协同机动目标跟踪定位路径规划[J]. 红外与激光工程, 2013, 42(10): 2805-2811.