

某型火箭炮捷联惯导在线标定方案研究

王志伟,石志勇,全振中

(军械工程学院 车辆与电器工程系,河北 石家庄 050003)

摘要: 针对火箭炮在射前准备阶段里只能进行两自由度的角运动,造成部分参数不可观的缺陷,在基于对火箭炮进行制导化改造的背景下,提出了在射前准备阶段加入横滚运动的标定方案以及相应的可观测度分析方法。首先建立了 21 维误差模型;而后运用可观测度分析方法对误差参数的可观测度进行了分析,对三个阶段进行了比较,表明横滚运动可使多个参数变得可观,并且其他参数可观测度也大幅提升;最后,采用奇异值分解的方法对所提出的标定方案和可观测度分析方法进行仿真验证,结果表明:除 x 轴陀螺刻度系数误差外,其余参数奇异值基本都大于 1,与可观测度分析方法的结论一致,充分体现了横滚运动对误差参数估计的有效性以及可观测度分析方法的可行性。

关键词: 火箭炮制导化改造; 误差标定; 可观测性分析; 奇异值分解

中图分类号: U666.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2015)01-0266-07

Online calibration program of SINS for rocket

Wang Zhiwei, Shi Zhiyong, Quan Zhenzhong

(Department of Vehicles and Electrical Engineering, Ordnance Engineering College, Shijiazhuang 050003, China)

Abstract: For rockets can only do two degrees of freedom in angular motion in the preparation phase before the launch, causing some parameters are not significant deficiencies. In this paper, based on the context of transformation of the guided rockets, a calibration solution was made which joined the roll campaign in the preparation phase before the launch and the corresponding observability analysis method was proposed. First, a 21-dimensional error model was established. And the observability analysis method was used to analyze the observability of the error parameters, then a comparison of the three phases was made. Results show that multiple parameters become considerable because the roll motion and other parameters' observability are also significantly improved. Finally, the singular value decomposition method was used to verify the calibration of the proposed programs and observability analysis method. Results show that almost all parameters' singular values are greater than 1, fully embodies the effectiveness of the roll motion to the error parameter estimation and the feasibility of observability analysis.

Key words: transformation of guided rockets; error calibration; observability analysis; singular value decomposition

收稿日期:2014-05-10; 修订日期:2014-06-11

基金项目:国防预研基金

作者简介:王志伟(1990-),男,硕士生,主要从事惯性导航方面的研究。Email:505869351@qq.com

导师简介:石志勇(1965-),男,教授,主要从事现代检测、智能车辆、导航定位方面的研究。Email:szy651010@163.com

0 引言

火箭炮以其射速快、火力猛、覆盖面积广而受到世界各军事强国的广泛重视。但大多火箭弹没有控制能力,只有一部分具有简单控制功能。为保证火箭炮的打击精度,美国已对其火箭弹进行了制导化改造,在火箭弹内加装基于惯性测量单元的制导控制组件,并对发射装置进行了改进,使采用捷联惯导技术制导火箭弹已成为可能。

由于成本的限制,火箭弹的弹载惯导只能采用低成本、精度较低的惯性器件,在射击前必须对其进行误差标定。在国内,关于弹载惯性组合标定的研究较多,许多方法需要将惯组从弹中取出,在简易台架上通过适当的转位进行标定^[1-2],还有一些学者也提出了一些不拆卸的标定方法,如利用导弹发射车从库房到发射阵地的姿态变化和导弹竖立过程中的各姿态进行标定^[3-4]等。但是这些方法没有充分利用武器平台的高精度定位定向系统的输出信息,需要进行复杂的操作,时间较长,不能适应现代战争的需求。但是,火箭炮在射击准备中没有线运动,只有俯仰和偏航两种角运动,如果在此阶段对火箭炮进行标定,就会限制了个别参数的可观测性能,对其精度会造成很大影响。

文中以火箭炮制导化改造为背景,在深入分析各误差参数可观测性的基础上,在火箭炮的射击准备过程中加入了横滚运动,解决了多个不可观参数的标定问题,研究结果可供火箭炮制导化改进方案的制定提供技术支持,同时,对其他弹载惯导的标定

也具有一定的借鉴作用,有一定的工程实用性。

1 火箭炮标定误差模型

在线标定本质上属于系统级标定,捷联惯导的速度、姿态和位置误差方程是在线标定的基础。选取东北天地理坐标系为导航坐标系,在不考虑安装误差的前提下,文中采用参考文献[5]给出的误差模型,具体表达式如下:

$$\begin{aligned} \dot{\phi} &= \phi \times \omega_{in}^n + \delta\omega_{in}^n - C_b^n [\delta K_G] \omega_{ib}^b - \varepsilon^n & (1) \\ \delta V^n &= -\phi^n \times f^n + C_b^n (\delta K_A + \delta A) f^b + \delta V^n \times (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) + \\ & V^n \times (2\delta\omega_{ie}^n + \delta\omega_{en}^n) + \nabla^n & (2) \end{aligned}$$

式中: ϕ 为姿态误差角; ε^n 为等效陀螺漂移; C_b^n 为载体坐标系到导航坐标系的姿态转换矩阵; ω_{in}^n 为导航坐标系到惯性坐标系的角速度; δK_G 为刻度系数误差。 $\delta V^n = [\delta V_E \ \delta V_N \ \delta V_U]^T$ 为主、子惯导导航坐标系之间的速度误差; ∇^n 为等效加速度计零偏; ω_{ie}^n 为地球自转角速度; ω_{en}^n 为导航坐标系相对于地球坐标系的角速度。

以速度加姿态为匹配量建立状态空间方程,如下:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= A * X + W \\ Z &= H * X + V & (3) \end{aligned}$$

式中: W 、 V 为互不相关的高斯白噪声; $X = [\delta V^n \ \phi^n \ \mu^b \ \delta k_a \ \nabla^b \ \delta k_g \ \varepsilon^b]^T$ 共 21 维;观测量 $Z = [\delta V^n \ \phi^n]^T$; μ^b 为子惯导相对主惯导的安装误差角;其他参数设置如下:

$$A = \begin{bmatrix} A1 & A2 & 0_{3 \times 3} & A3 & 0_{3 \times 6} \\ A4 & A5 & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 6} & A6 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$A1 = \begin{bmatrix} \frac{V_n \tan L - V_u}{R_n} & 2wiesinL + \frac{V_e \tan L}{R_n} & -\left(2wiesinL + \frac{V_e}{R_n}\right) \\ -\left(2wiesinL + \frac{V_e \tan L}{R_n}\right) & \frac{-V_u}{R_m} & \frac{-V_n}{R_m} \\ -\left(2wiesinL + \frac{V_e}{R_n}\right) & \frac{2V_n}{R_m} & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$A2 = \begin{bmatrix} 0 & -f_u & f_n \\ f_u & 0 & -f_e \\ -f_n & f_e & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$A3 = \begin{bmatrix} T_{11f_x} & T_{12f_y} & T_{13f_z} & T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21f_x} & T_{22f_y} & T_{23f_z} & T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31f_x} & T_{32f_y} & T_{33f_z} & T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$A4 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-1}{R_m} & 0 \\ \frac{1}{R_n} & 0 & 0 \\ \frac{1}{R_n} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$A5 = \begin{pmatrix} 0 & wiesinL + \frac{V_e \tan L}{R_n} & -\left(wiecosL + \frac{V_e}{R_n}\right) \\ -\left(wiesinL + \frac{V_e \tan L}{R_n}\right) & 0 & \frac{-V_n}{R_m} \\ wiecosL + \frac{V_e}{R_n} & \frac{V_n}{R_m} & 0 \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$A6 = \begin{pmatrix} -T_{11}W_{ibx} & T_{12}W_{iby} & T_{13}W_{ibz} & -T_{11} & -T_{12} & -T_{13} \\ -T_{21}W_{ibx} & T_{22}W_{iby} & T_{23}W_{ibz} & -T_{21} & -T_{22} & -T_{23} \\ -T_{31}W_{ibx} & T_{32}W_{iby} & T_{33}W_{ibz} & -T_{31} & -T_{32} & -T_{33} \end{pmatrix} \quad (10)$$

量测矩阵为

$$H = \begin{pmatrix} I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & -C_b^n & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{pmatrix} \quad (11)$$

$$Q_j = \begin{pmatrix} H_j \\ H_j^* A_j \\ H_j^* A_j^2 \\ \vdots \\ H_j^* A_j^{20} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & -C_b^n & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & [f^n] & 0_{3 \times 3} & C_b^n * Df^{cb} & C_b^n & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & -C_b^n * D\omega_{ib}^b & -C_b^n \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & [f^n] * (-C_b^n * D\omega_{ib}^b) & [f^n] * (-C_b^n) \\ 0_{114 \times 3} & 0_{114 \times 3} & 0_{114 \times 3} & 0_{114 \times 3} & 0_{114 \times 3} & 0_{114 \times 3} & 0_{114 \times 3} \end{pmatrix} \quad (12)$$

$$Q_s = [Q_1^T \quad Q_2^T \quad Q_3^T \quad \dots \quad Q_j^T \quad \dots \quad Q_r^T]^T, 1 \leq j \leq r$$

但 PWCS 可观性分析和奇异值可观性分析存在以下几点不足^[8]:

(1) PWCS 可观性分析要求状态转移矩阵和观测矩阵是已知的,但是它们往往是速度、姿态角、角速度的函数,需要进行卡尔曼滤波之后才能得到,从而导致计算量巨大;

(2) PWCS 方法无法定量地给出某个状态在不同时段的可观测程度。

(3) 在 SVD 的方法中,对 Q_j 进行奇异值分解,得到的奇异值矩阵无法反应各个状态之间的耦合特征。这样就会将一个奇异值当做某几个耦合状态中的一个状态的可观测度,所以会造成分析误差。

由于可观矩阵中包含了可观度的信息,所以,将可观矩阵进行初等变换,会得到各参量的可观度信息。文中在基于 PWCS 方法的基础上对可观矩阵进行初等变换,从变换后的矩阵中可得到各状态的可观测度信息。方法如下:

由可观矩阵 Q_j 可得到 $Z_j(r) = Q_s(r)X(r)$, $Z_s(r) = [Z_1 \quad Z_2 \quad Z_3 \dots Z_j \dots Z_r]$, $1 \leq j \leq r$, $Z_j = [Z^T \quad Z^T \quad Z^T \dots (Z^{(n-1)})^T]^T$, 以上为各阶段的观测量以及其各阶导数。

首先,对 Q_s 进行高斯消元,得到上三角矩阵 U_s ,

2 可观度分析方法

根据 PWCS 可观性分析方法^[6-7],将线性时变系统划分成多个时间段,在每个时间段将系统近似为线性定常系统,系统是否可观主要看可观矩阵是否列满秩。第 j ($j=1, 2, \dots, r$) 时间段的可观测性矩阵为 Q_j :

$U_s = PQ_s$, P 为初等变换。故 $Y_s = PZ_s$, 令 $Y_s = U_s X$, 所以 U_s 就是变换后的可观矩阵(在从 Q_s 到 U_s 的变换过程中,当高斯消元后,若 $u_{ii} \neq 0$, ($1 \leq i \leq n$) 则从第 n 列到第一列进行逆序高斯变换,使除 u_{ii} 外的所有元素都为零,若 $u_{ii} < 0$, ($1 \leq i \leq n$) 则对整列乘以 -1), 在通常情况下 Q_s 行数大于列数,所以,令 $U_s = [U_0 \quad 0]^T$, U_0 为 U_s 的前 n 行,若系统完全可观,则 U_0 为对角阵,若系统不完全可观,这里假设:

$$U_0 = \begin{pmatrix} u_{11} & & & & & & \\ & u_{22} & & u_{24} & & & \\ & & u_{33} & & u_{34} & & u_{36} \\ & & & 0 & & & \\ & & & & 0 & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & u_{66} \quad u_{67} \\ & & & & & & & u_{77} \end{pmatrix} \quad (13)$$

由上式可知, $R(U_0) = 5$, x_1 和 x_7 独立可观; x_5 完全不可观; x_2, x_3, x_4, x_6 四个状态之间存在耦合,非独立可观。可观分析过程:若第 i 行除主对角线元素外都为零,则 x_i 独立可观;若第 i 列元素都为零,则 x_i 完全不可观;若第 i 行除主对角线元素外,还有其他元素不为零,则这些元素耦合。通过分析状态变量 X 中的各参量的可观度可由 U_0 得主对角线元素来体现。但是 U_0 得主对角元素只能定义

(1) 第一阶段中,除 $\delta V^n, \phi^n, \mu^b$ 九个参数外,只有 z 轴加计刻度系数和陀螺零偏完全可观测,其余参数基本不可观测,并且, x 轴和 y 轴加计的零偏耦合现象严重,对标定造成很大影响,另外, x 轴陀螺刻度系数误差也和 x 轴和 y 轴加计的零偏有耦合现象出现;

(2) 第二阶段中,由于加入了两个方向的角运动,所以 y 轴、 z 轴加计刻度系数误差和加计零偏的可观测度有了明显提升,而且 x 轴和 y 轴加计的零偏耦合现象大幅减弱,但是陀螺的刻度系数误差还是完全不可观测,并且大部分参数都是非独立可观测的;

(3) 第三阶段中,弹丸的横滚运动使得 x 轴和 z 轴陀螺刻度系数误差独立可观测,使 x 轴加计零偏变得可观测。

总之,在加入弹丸横滚运动后,与传统的只有俯仰和偏航运动相比, x 轴加计零偏和陀螺刻度系数误差的可观测性得到较大提高,并且使螺刻度系数误差在两个方向上完全可观测。

3.2 仿真验证

为验证上述方法的准确性,在此对 Q_j 进行奇异值分解的仿真分析。

参照参考文献[9]将公式(3)离散化以满足卡尔曼滤波要求,并设置滤波参数如下:

初始纬度为 30° , 经度为 118° , 加表刻度系数误差为 10^{-3} , 常值偏置为 $10^{-3} \times g \text{ m/s}^2$, 陀螺刻度系数误差为 10^{-3} , 零偏为 $4 \times 10^{-4} \text{ rad/s}$, 杆臂 r 取 $[2 \ 3 \ 2] \text{ m}$, 子惯导安装误差角三轴向均设置为 $10'$, 状态变量 X 的初值都为 0。

初始方差阵:

$$P_0 = 10 \times \text{diag} \{ (2 \text{ m/s})^2, (2 \text{ m/s})^2, (2 \text{ m/s})^2, (1^\circ)^2, (1^\circ)^2, (1^\circ)^2, (1^\circ)^2, (1^\circ)^2, (1^\circ)^2, (10^{-3} \times g)^2, (10^{-3} \times g)^2, (10^{-3} \times g)^2, (5 \times 10^{-3} \times g)^2, (5 \times 10^{-3} \times g)^2, (5 \times 10^{-3} \times g)^2, (10^{-3} \times g)^2, (10^{-3} \times g)^2, (10^{-3} \times g)^2, (1^\circ)^2, (1^\circ)^2, (1^\circ)^2, (2 \text{ m})^2, (2 \text{ m})^2, (2 \text{ m})^2 \}$$

系统噪声协方差:

$$Q = \text{diag} \{ (5 \times 10^{-5} \times g)^2, (5 \times 10^{-5} \times g)^2, (5 \times 10^{-5} \times g)^2, (0.05^\circ)^2, (0.05^\circ)^2, (0.05^\circ)^2, 0 \}$$

$$R = \text{diag} \{ (0.01 \text{ m/s})^2, (0.01 \text{ m/s})^2, (0.01 \text{ m/s})^2, (0.01^\circ)^2, (0.01^\circ)^2, (0.01^\circ)^2, (0.01^\circ)^2, (1 \text{ m})^2, (1 \text{ m})^2, (1 \text{ m})^2 \}$$

由于篇幅有限,这里只列出了第三阶段的仿真结果,如图 1 所示。

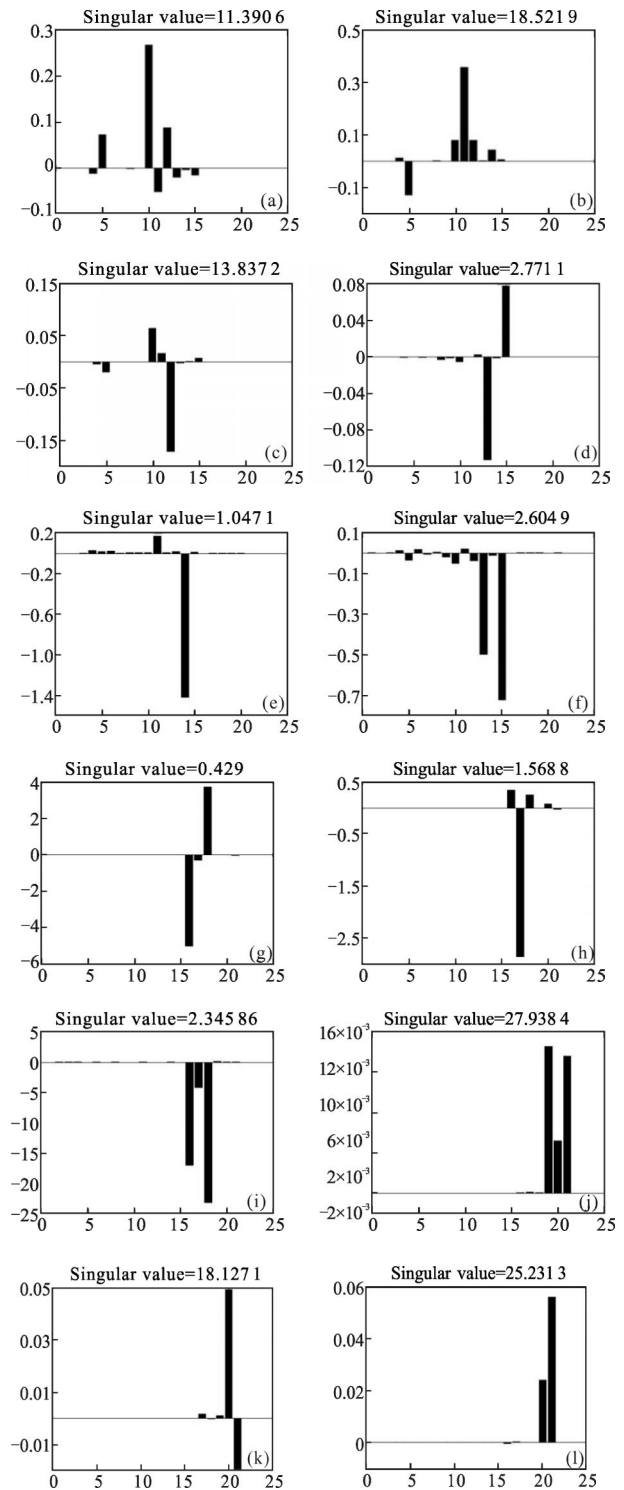


图 1 第三阶段各参数奇异值

Fig.1 Singular values of the parameters during the third stage

从表 1 的仿真结果中可以看出,在整个标定过程中,随着激励的增加,参数的可观测性得到了大幅

提升。 z 轴加计刻度系数和陀螺零偏在三个阶段均可观测,并且奇异值分析的结果与用可观测性分析方法对火箭炮标定机动方式分析得出的结论一致。通过上述分析,得到以下结论:

(1) 在采用“速度+姿态”匹配进行标定时,上述四个参数的可观测性与系统的激励无关。

(2) 静止状态下加计零偏完全不可观,在其他情况下可观。

(3) 陀螺和 x 轴加计的刻度系数误差只有在加入横滚运动后才变得可观。

表 1 各参数奇异值

Tab.1 Singular values of parameters

	Stillness	Yaw and pitch	Yaw, pitch and roll
$\delta k_{a,x}$	2.253×10^{-4}	5.705×10^{-4}	11.39
$\delta k_{a,y}$	1.827×10^{-4}	19.88	18.52
$\delta k_{a,z}$	27.98	20.01	13.84
∇_x^b	1.313×10^{-4}	2.299	2.771
∇_y^b	5.437×10^{-2}	1.187	1.047
∇_z^b	1.969×10^{-5}	2.5922	2.605
$\delta k_{g,x}$	6.245×10^{-4}	9.859×10^{-4}	0.429
$\delta k_{g,y}$	8.867×10^{-4}	0.2636	1.569
$\delta k_{g,z}$	4.163×10^{-5}	6.864×10^{-2}	0.345 9
ε_x^b	27.9219	27.919 6	27.938 4
ε_y^b	27.9226	19.111 8	18.13
ε_z^b	2.828 4	20.547 1	25.231 3

图 2、图 3 分别为惯性器件刻度系数和零偏的估计结果,可以看出在加入横滚运动后 12 个误差参数均可较好收敛。虽然个别参数收敛时间大于 60 s,但从仿真结果来看,全部参数可观测,因此,在火箭炮进行射前准备的过程中有必要加入弹丸的横滚运动,以提高陀螺刻度系数误差的可观测性。

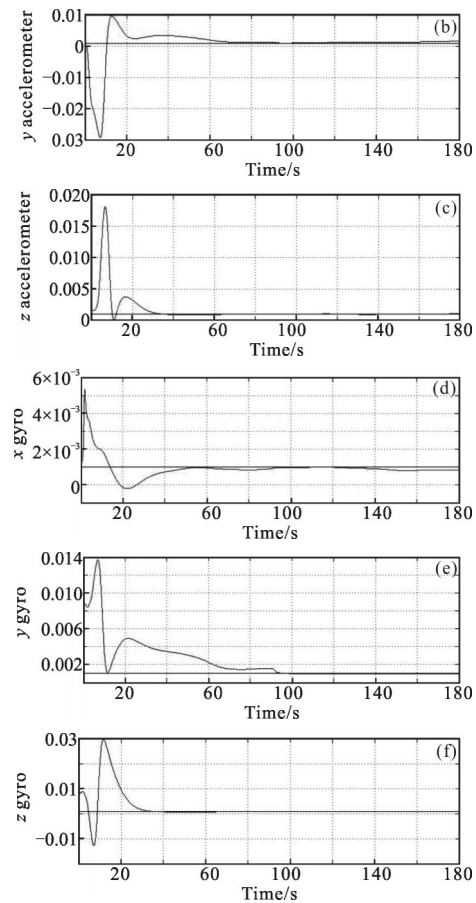
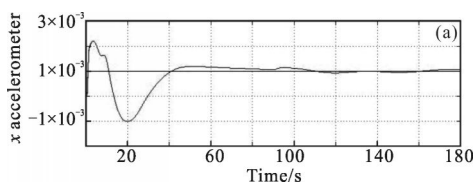
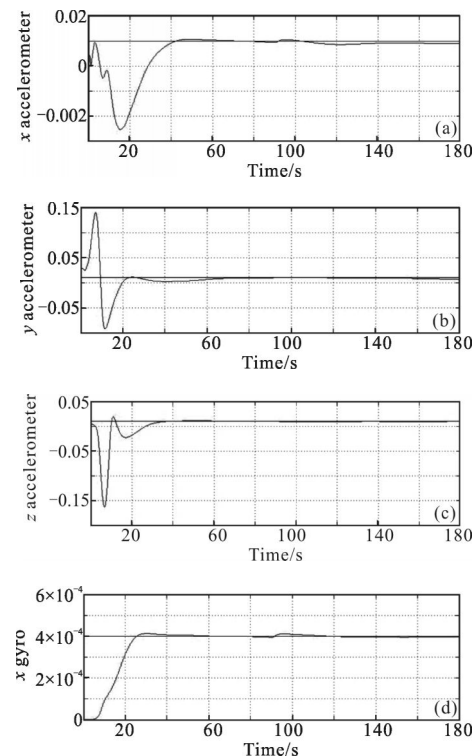


图 2 第三阶段刻度系数误差估计结果

Fig.2 Scale factor error estimation results



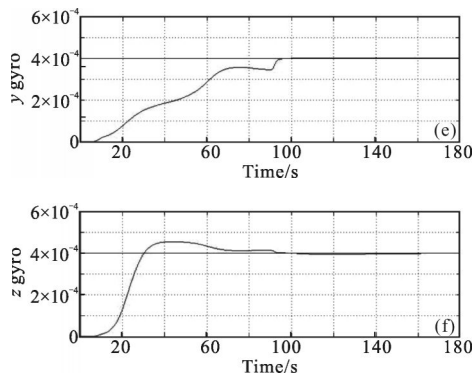


图 3 第三阶段零偏估计结果
Fig.3 Estimation results of bias

4 结 论

文中首先用可观测性分析方法对预先设计的火箭炮射前标定机动方案进行可观测度分析, 分析结果表明在加入横滚后, 可以标定出包括陀螺刻度系数误差在内的多个参数, 体现出横滚运动对火箭炮射前标定的重要性。而后, 采用奇异值分解的方法对上述可观测度分析进行了仿真验证, 仿真结果表明与可观测度分析结果一致, 并得出了一些具有工程应用性的结论, 可供火箭炮制导化改进方案的制定提供技术支持。

参考文献:

- [1] Savage P G. Strapdown Analytics [M]. Maple Plain, Minnesota: Strapdown Associates Inc, 2007.
- [2] Zhang H, Wu Y, Wu M. A multiposition calibration algorithm for inertial measurement units[C]//AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit, 2008.
- [3] Qing Li, Li Haiqiang. Method of calibrating strapdown

inertial measurement unit of middle and low accuracy without opening box [J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2004, 12(4): 16–19. (in Chinese)

卿立, 李海强. 一种中低精度捷联惯测装置的不开箱标定方法研究[J]. 中国惯性技术学报, 2004, 12(4): 16–19.

- [4] Wu Ping, Lei Humin, Shao Lei. Calibration without opening box for vehicle silo missile's inertia instrument [J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2010, 18(1): 28–32. (in Chinese)
吴平, 雷虎民, 邵雷. 一种车载筒弹惯导装置不开箱标定方法[J]. 中国惯性技术学报, 2010, 18(1): 28–32.
- [5] Goshen-Meskin D, Bar-Itzhack I Y. Observability analysis of piecewise constant system, Part I: Theory [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1992, 28(4): 1056–1067.
- [6] Goshen-Meskin D, Bar-Itzhack I Y. Observability analysis of piecewise constant system, Part II: Application to inertial navigation in-flight alignment [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1992, 28(4): 1068–1075.
- [7] Qin Yongyuan. Inertial Navigation [M]. Beijing: Science Press, 2006. (in Chinese)
秦永元. 惯性导航[M]. 北京: 科学出版社, 2006.
- [8] Ma Yanhong, Hu Jun. Counterexamples for degree of observability analysis method based on SVD theory [J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2008, 16(4): 448–452. (in Chinese)
马艳红, 胡军. 基于 SVD 理论的可观测度分析方法的几个反例[J]. 中国惯性技术学报, 2008, 16(4): 448–452.
- [9] Qin Yongyuan. Kalman Filter and Integrated Navigation[M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2004. (in Chinese)
秦永元. 卡尔曼滤波与组合导航原理[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2004.