

## 高精度光电编码器莫尔条纹信号质量分析方法

左洋<sup>1,2</sup>, 龙科慧<sup>1</sup>, 刘兵<sup>1,2</sup>, 周磊<sup>1</sup>, 刘金国<sup>1</sup>, 乔克<sup>1</sup>

(1. 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033;

2. 中国科学院大学, 北京 100049)

**摘要:** 针对莫尔条纹信号质量对高精度编码器细分误差的影响, 提出了基于离散傅里叶变换分析莫尔条纹信号质量的方法。该方法利用信号重构和傅里叶变换算法得到信号参数, 真实地反映了莫尔条纹信号质量, 提高了细分误差测量的准确性。编码器转动时, 采集相位差为  $\pi/2$  的两路精码正弦光电信号, 通过对采样信号的重构得到信号波形, 利用离散傅里叶变换算法分析重构波形, 求解信号的直流分量、幅值、相位和谐波分量等各项参数。最后, 根据信号参数与细分误差的关系得到光电编码器的细分误差值, 并进行了实验验证。实验结果表明, 对某 24 位绝对式光电轴角编码器细分误差进行测量, 细分误差的峰值为 +0.48" 和 -0.21"。相对于传统的细分误差测量方法, 此方法测量速度快, 测量精度高, 适用于工作现场。

**关键词:** 光电编码器; 莫尔条纹; 离散傅里叶变换; 细分误差

**中图分类号:** TP212 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2015)01-0260-06

## Method of analysis based on quality of Moré fringe signals for high precision optical encoder

Zuo Yang<sup>1,2</sup>, Long Kehui<sup>1</sup>, Liu Bing<sup>1,2</sup>, Zhou Lei<sup>1</sup>, Liu Jinguo<sup>1</sup>, Qiao Ke<sup>1</sup>

(1. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;

2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract:** Aiming at the affection of Moré fringe signal quality for high-precision encoder interpolation error, a method of analysis based on quality of moré fringe signals for high precision optical encoder was presented. The signal parameters were obtained with using signal reconstruction and Fourier transform algorithm, which reflects the real Moré signal quality. The accuracy of interpolation error of measurement was improved. While the encoder is motion, the data acquisition card samplings two photoelectric signal with a phase difference of  $\pi/2$ . The signal waveform was got by reconstruction algorithm of sampling the signal. Through the discrete Fourier transform algorithm analyzing reconstruction waveform, the parameters like DC component, amplitude, phase, and harmonic component were solved. Finally, dynamic interpolation error is obtained based on relationship between the signal parameters and interpolation error by experimental verification. Experimental results show that, the

收稿日期: 2014-05-13; 修订日期: 2014-06-15

基金项目: 国家自然科学基金(61108066)

作者简介: 左洋(1987-), 男, 博士生, 主要从事光电角位移传感器应用技术的研究。Email: zuoyang\_1987@163.com

导师简介: 龙科慧(1958-), 女, 研究员, 博士生导师, 主要从事航天相机调焦系统方面的研究。Email: long\_kh@163.com

interpolation error of a 24-bit absolute rotary optical encoder was measured. Interpolation extreme errors are +0.48" and -0.21". Compared with traditional method of interpolation error measurement, this method measures quickly. It is applicable to real-time detection of encoder dynamic interpolation error at the actual work site.

**Key words:** optical encoder; Morié fringe; DFT; interpolation error

## 0 引言

基于光栅的角位移测量技术是以光栅相对移动所形成的莫尔条纹信号为基础的,即由于光栅的相对移动,使透射光的光强度呈周期性变化,经光电管变为电信号,对信号处理后获得光栅的相对移动量,通常采用对两路正交的正弦信号进行细分来达到精密测量的目的。在高精度、高分辨力光电编码器中,细分误差是影响编码器精度的主要误差分量,而莫尔条纹信号的质量是决定光电编码器细分误差的最主要因素<sup>[1-3]</sup>。

目前,德国 Heidenhain 公司检测光电编码器细分误差的角度比较仪,采用小角度光学测量原理,测量装置由高精度自准直仪、多面棱体及转台等组成。国内编码器细分误差测量是通过观察编码器光电信号 lissajou 图形的形状变化,借助于 lissajou 图形来检测编码器莫尔条纹信号质量,分析编码器细分误差,该方法只能求出信号中特定阶次的谐波,且 lissajou 图形与其波形方程不是一一对应的关系,并不能还原真实的信号波形。而另一种通过傅里叶分析编码器细分误差的方法只是一种评估法,没有具体得出真实莫尔条纹信号,只是粗略的评估细分误差<sup>[4,5]</sup>。

文中从光电编码器原始信号的采集出发,重构完整、准确的莫尔条纹信号,消除了采集过程带来的信号误差,通过离散傅里叶变换分析信号各参数值,得到动态光电信号方程,计算出光电编码器动态细分误差。该方法为在实际工作条件下编码器细分误差的检测提供了理论基础。

## 1 理论分析

### 1.1 莫尔条纹信号

莫尔条纹信号  $f(t)$  是一个周期信号,在一个周期中存在有限个极值,并且处处连续,满足狄利克雷条件<sup>[6]</sup>,用傅里叶级数表示为:

$$f(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \cos(n\omega t) + B_n \sin(n\omega t)] \quad (1)$$

当满足一个信号周期内采样两个以上信号点,且  $N$  个采样点中恰好含有整数个信号周期,则通过信号的离散采样值  $f(\Delta t \cdot i)$ , ( $i=0, 1, \dots, N-1$ ), 即可获得参数  $A_0, A_n, B_n$ , 如式(2)~(4)。

$$A_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} f(\Delta t \cdot i) \quad (2)$$

$$A_n = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} f(\Delta t \cdot i) \cos \frac{2ni\pi}{N} \quad (3)$$

$$B_n = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} f(\Delta t \cdot i) \sin \frac{2ni\pi}{N} \quad (4)$$

实际上,由于编码器不可能达到严格意义上的匀速转动,采样点中恰好含有整数个信号周期是很难实现的。如果直接显示所获得的实时采样数据,看到的只是原始信号在取样时间所对应的瞬时值,无法获取信号的更多参数与状态。

### 1.2 离散傅里叶变换

在对编码器精码莫尔条纹信号采集时,信号的所有数据不可能全部采集到,只能进行离散的时间采样,由于采样点是离散的,可使用离散傅里叶变换公式计算信号的各次波形参数<sup>[7]</sup>。

离散傅里叶变换的定义:设想  $x(n)$  是  $N$  点典型有限序列,则称

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{nk} \quad (k=0, 1, \dots, N-1) \quad (5)$$

为  $x(n)$  的离散傅里叶变换(DFT),称

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) W_N^{-nk} \quad (k=0, 1, \dots, N-1) \quad (6)$$

为  $X(k)$  的离散傅里叶反变换(IDFT)。式中:  $W_N^{-nk} = e^{j \frac{2\pi}{N} nk}$  是周期单位复指数序列<sup>[8]</sup>。

## 2 关键算法实现

### 2.1 波形重构

在实际编码器的工作现场或实验室中,编码器

一般为加速运动,在此情况下采集的莫尔条纹信号不能直接进行离散傅里叶变换计算信号波形参数,必须进行波形重构,还原出真实的莫尔条纹信号,再求解出信号各参数值。

在满足采样定理的条件下,可以采用重构算法从采样的离散信号中恢复出完整的波形信号<sup>[9]</sup>。恢复过程如图 1 所示,首先使采样序列  $f[n]$  产生冲激串  $f_s(t)$ ,使之满足:

$$f_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(n) \delta[t-nt] \quad (7)$$

其中  $T$  是与序列  $f[n]$  相关的采样周期。

然后再将冲激串输入到冲激响应为  $h(t)$  的理想低通滤波器,滤波器增益为  $T$ ,截至频率为  $\omega_c$  (位于  $\omega_N$  和  $\omega_s - \omega_N$  之间),这时滤波器的输出就是被采样信号。一般滤波器截至频率为  $\omega_s/2$ ,此时滤波器的冲激响应为:

$$h(t) = \frac{\sin(\pi t/T)}{\pi t/T} \quad (8)$$

而滤波器的输出与采样序列有如下关系:

$$f(t) = f_s(t) * h(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(n) \delta[t-nT] * h(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(n) h(t-nT) \quad (9)$$

将式(8)带入式(9),有:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(n) \frac{\sin[\pi(t-nT)/T]}{\pi(t-nT)/T} \quad (10)$$

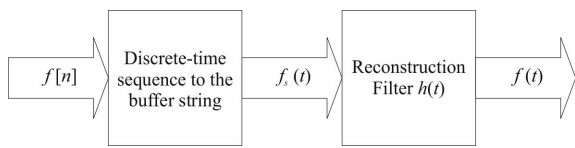
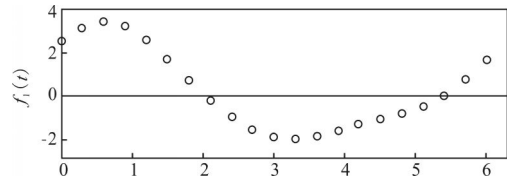


图 1 信号重构过程

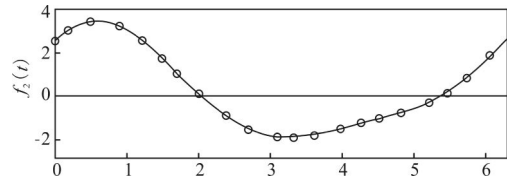
Fig.1 Signal reconstruction process

设光电编码器莫尔条纹是一个含有直流分量、二次谐波和三次谐波的正弦信号  $f(t)$ , 其参数方程为:  $f(t) = 0.3 + 2.5\sin(t + \pi/3) + 0.6\sin(2t) + 0.1\sin(3t + \pi/6)$ , 该信号直流分量为 0.3 V, 基波振幅为 2.5 V, 相位为  $\pi/3$ , 二次谐波振幅为 0.6 V, 相位为 0, 三次谐波振幅为 0.1 V, 相位为  $\pi/6$ 。图 2(a) 为编码器匀速转动时均匀采样点, 图 2(b) 中圆点为实际编码器转动时的采样数据点, 波形曲线为信号离散采样值经式(10)进行计算, 得到的重构波形。



(a) 匀速均匀采样点

(a) Uniform sampling



(b) 实际信号采样与重构

(b) Real signal with sampling and reconstructing

图 2 莫尔条纹信号的处理

Fig.2 Morié fringe signal processing

### 2.2 参数分析

莫尔条纹信号由 3.1 节算法重构后得到原始信号方程, 该信号由基波和多次谐波线性组合而成, 根据傅里叶变换的线性性质对各次谐波分别进行傅里叶变换的线性组合即为莫尔条纹信号的傅里叶变换。这里以分析信号的基波参量为例。

设基波信号为:

$$x(t) = A \sin(\omega_0 t + \theta) \quad (11)$$

将其展为指数形式经采样后为:

$$x(t_n) = \frac{A}{2} e^{j(\omega_0 t_n + \theta)} - e^{-j(\omega_0 t_n + \theta)} \quad (12)$$

取正频率部分进行傅里叶变换:

$$X(K) = \frac{A}{2} \sum_{n=0}^{N-1} e^{j(2\pi f_0 n T + \theta)} \cdot e^{-j \frac{2\pi k}{N} t_n} = \frac{Ae^{j\theta}}{2} \sum_{n=0}^{N-1} e^{j(2\pi f_0 n T)} \cdot e^{-j \frac{2\pi k}{N} n T} \quad (13)$$

采样时刻  $t_n = nT, T = 1/f_s$  为采样时间间隔。频率分辨率是  $\Delta f = f_s/N$ , 设信号频率  $f_0$  是  $\Delta f$  的整数倍, 即  $f_0/\Delta f = M$ , 则  $f_0/f_s = M/N$ 。

$$X(k) = \frac{Ae^{j\theta}}{2} \sum_{n=0}^{N-1} e^{j(2\pi f_0 n T)} \cdot e^{-j \frac{2\pi k}{N} n T} = \frac{Ae^{j\theta}}{2} \sum_{n=0}^{N-1} e^{j \frac{(2\pi f_0 n)}{f_s}} \cdot e^{-j \frac{2\pi k n}{N f_s}} = \frac{Ae^{j\theta}}{2} \sum_{n=0}^{N-1} e^{-2\pi j n (\frac{k-M}{N})} \quad (14)$$

当  $k=M$  时,

$$X(k) = X(M) = \frac{Ae^{j\theta}}{2} \cdot N \quad (15)$$

即在第  $M$  根谱线处出现傅里叶变换频谱的极大值,据此可检测出基波信号的频率为:

$$f_0 = M \cdot \Delta f = \frac{M}{N} f_s \quad (16)$$

根据式(15),可计算出基波幅值为:

$$A = \frac{2}{N} |X(M)| \quad (17)$$

基波的初相位为:

$$\theta = \arctan\left(\frac{\text{Im}(X(M))}{\text{Re}(X(M))}\right) \quad (18)$$

各次谐波参数的分析和上述基波信号分析过程相同,根据式(17)~(18)可求解出谐波信号的幅值与相位。

根据傅里叶分析对信号进行仿真,设莫尔条纹信号为:

$$y = A_0 + A_1 \sin(2\pi f_1 t + \varphi_1) + A_2 \sin(2\pi f_2 t + \varphi_2) + A_3 \sin(2\pi f_3 t + \varphi_3) \quad (19)$$

式中:直流电平  $A_0 = 0.2 \text{ V}$ ,基波幅值  $A_1 = 2.5 \text{ V}$ ,频率  $f_1 = 10 \text{ Hz}$ ,相位  $\varphi_1 = \pi/3$ ;二次谐波幅值  $A_2 = 0.6 \text{ V}$ ,频率  $f_2 = 20 \text{ Hz}$ ,相位  $\varphi_2 = 0$ ;三次谐波幅值  $A_3 = 0.1 \text{ V}$ ,频率  $f_3 = 30 \text{ Hz}$ ,相位  $\varphi_3 = \pi/6$ 。

图 3(a)为原始信号波形,编码器以  $90^\circ/\text{s}$  的速度转动,采样频率为  $40 \text{ KHz}$ ,采样点数为 100 个,其横坐标为数据对应的时间序列,纵坐标为时间域信号。

图 3(b)为对信号离散傅里叶变换所得频谱,从图中可以看出,该方法检测出了包括基波,二次谐波,三次谐波的所有频率分量,消除了混叠信号,并且包括信号直流分量在内的各次谐波分量的幅值都非常接近真实值。

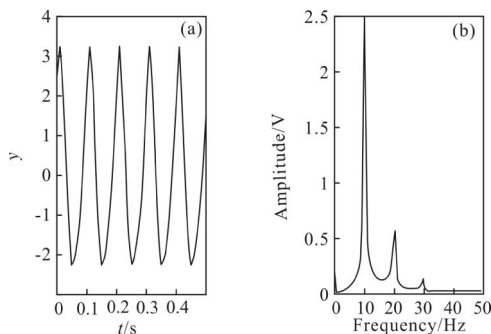


图 3 信号的傅里叶变换分析

Fig.3 Fourier transform analysis of signals

### 2.3 细分误差

莫尔条纹信号经参数分析后得到直流电平、幅

值、相位和谐波参量。信号各参数值直接反应了莫尔条纹信号质量,当实际信号波形偏离理想信号波形,存在直流分量、高次谐波及幅值不等、相位不正交等问题时,就会产生细分误差,导致细分精度下降<sup>[10-12]</sup>。下面分别讨论信号的正弦性、正交性及等幅性等几种典型特征对细分误差的影响。

#### 2.3.1 直流电平

莫尔条纹信号的直流电平由暗电流引起的,设两路信号方程为:

$$U_s = U_0 + A \sin \theta$$

$$U_c = U_1 + A \cos \theta$$

其中,  $U_0$ 、 $U_1$  为信号的直流分量,  $A$  为基波幅值。

该信号的正余切函数  $U_\Delta$  为:

$$U_\Delta = \begin{cases} \tan \theta = \frac{|U_s|}{|U_c|} = \frac{|U_0 + A \sin \theta|}{|U_1 + A \cos \theta|}, & |U_s| \leq |U_c| \\ \cot \theta = \frac{|U_c|}{|U_s|} = \frac{|U_1 + A \cos \theta|}{|U_0 + A \sin \theta|}, & |U_s| \geq |U_c| \end{cases} \quad (20)$$

(1) 正弦  $U_s$  过零点的相移  $\Delta\theta_{11}$ :

令  $U_s = 0$ , 得

$$\Delta\theta_{11} = -\arcsin \frac{U_0}{A} \quad (21)$$

(2) 余弦  $U_c$  过零点的相移  $\Delta\theta_{12}$ :

令  $U_c = 0$ , 得

$$\Delta\theta_{12} = -\arcsin \frac{U_1}{A} \quad (22)$$

(3) 正余弦交点的相移  $\Delta\theta_{13}$ :

$$\Delta\theta_{13} = -\arcsin \frac{U_0 - U_1}{\sqrt{2} A} \quad (23)$$

在一个信号周期内,三个关键点在不同的区间内相移的符号不确定,且过零点与交点交替出现,因此相位误差为过零点与交点相位误差代数和中较大的一个:

$$\Delta\theta_{\max} = \max \{ (\Delta\theta_{11} + \Delta\theta_{12}), (\Delta\theta_{12} + \Delta\theta_{13}) \} \quad (24)$$

#### 2.3.2 幅值不等

光栅刻划误差、光源变换、电源波动、放大器增益变化以及幅值调整误差等因素均会引起信号幅值不等。设信号方程为:

$$U_s = A \sin \theta$$

$$U_c = (1 + \delta) A \cos \theta$$

其中  $\delta$  为幅值不等量。

该信号的正余切函数  $U_\Delta$  为:

$$U_{\Delta} = \begin{cases} \tan \theta = \frac{|U_s|}{|U_c|} = \frac{|A \sin \theta|}{|(1+\delta)A \cos \theta|}, & |U_s| \leq |U_c| \\ \cot \theta = \frac{|U_c|}{|U_s|} = \frac{|(1+\delta)A \cos \theta|}{|A \sin \theta|}, & |U_s| \geq |U_c| \end{cases} \quad (25)$$

从式(25)中可知,函数的相位相对于理想信号没有改变,且函数过零点不发生变化,则正余弦交点相移:

$$\Delta \theta_{2\max} = \arctan(1+\delta) - \frac{\pi}{4} \quad (26)$$

### 2.3.3 相位不交

因受到测量中器件安装调试水平和精度的限制,实际信号不可能绝对正交,且具有一定的随机性和波动性。设信号方程为:

$$U_s = A \sin \theta$$

$$U_c = A \cos(\theta + \varphi)$$

该信号的正余切函数  $U_{\Delta}$  为:

$$U_{\Delta} = \begin{cases} \tan \theta = \frac{|U_s|}{|U_c|} = \frac{|A \sin \theta|}{|A \cos(\theta + \varphi)|}, & |U_s| \leq |U_c| \\ \cot \theta = \frac{|U_c|}{|U_s|} = \frac{|A \cos(\theta + \varphi)|}{|A \sin \theta|}, & |U_s| \geq |U_c| \end{cases} \quad (27)$$

根据式(27)得到

- (1) 正弦的相位不发生变化;
- (2) 余弦过零点的相移:  $\Delta \theta_{31} = -\varphi$ ;
- (3) 正余弦交点相移:

$$\Delta \theta_{32} = \arctan \frac{\cos \varphi}{1 + \sin \varphi} - \frac{\pi}{4} \quad (28)$$

$$\Delta \theta_{3\max} = \Delta \theta_{31} + \Delta \theta_{32} \quad (29)$$

由于各项误差分布形式极其复杂,在研究其误差分布形式时将其近似看成正态分布。各误差相互独立、互不相关,在实际应用中常用方和根法合成误差,此法得到的误差极限值比较接近实际情况。综上所述,由直流电平、幅值不等及相位不正交等因素造成的细分总误差为:

$$\Delta \theta_{\max} = \sqrt{\Delta \theta_{1\max}^2 + \Delta \theta_{2\max}^2 + \Delta \theta_{3\max}^2} \quad (30)$$

## 3 实验验证

测量某 24 位绝对式光电轴角编码器的静态细分误差,同时在编码器绝对 0° 位置变速转动检测机构,分别取编码器正向转动和反向转动时精码信号的连续两个采样周期,采集两路精码光电信号,将采集到的动态数据送到计算机进行上述算法处理,计

算得到编码器的细分误差。

为保证编码器动态细分误差检测和修正的实时性,根据经验每个精码信号周期采集默认 60~100 个点,既保证了数据处理的完整性又达到了误差检测的实时性。文中只列出编码器正向转动时精码信号第一个周期的采样数据处理过程。先利用采集到的精码信号数据进行波形重构处理,得到真实的光电信号  $u_s$  和  $u_c$ ,然后分别采用离散傅里叶变换算法进行谐波参量分析,可获得信号的各次谐波分量幅值和相位如表 1 所示,由于较高次谐波对误差计算结果影响不大,所以只列出直流分量和前三次谐波。

表 1 精码信号各次谐波参量

Tab.1 Each harmonic parametric of precise code

	Amplitude ( $U_s$ )	Phase ( $U_s$ )	Amplitude ( $U_c$ )	Phase ( $U_c$ )
Direct current component	0.014 5	0	0.0216	0
Fundamental	3.521 1	89.503	3.5375	1.063 8
Second harmonic	0.014 6	27.947 8	0.023 6	15.642 9
Third harmonic	0.059 6	99.224 5	0.059 7	6.11

根据各次谐波参量与细分误差关系,计算出编码器细分误差值,绘制成细分误差曲线如图 4 所示。

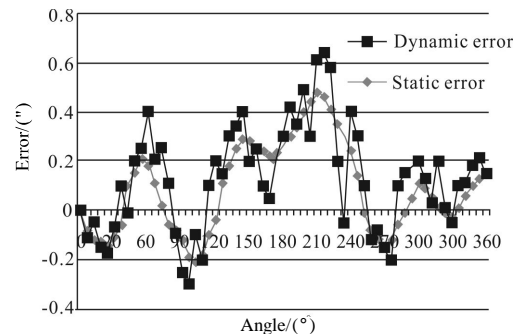


图 4 静态与动态细分误差对比曲线图

Fig.4 Comparison graph of static and dynamic interpolation error

从图 4 中可以看出,利用文中所述方法的误差数据与静态检测数据走势一样,虽然静态测量值在测量系统误差范围外出现了一些野值,但整个过程是有效的。新方法得到的动态峰值误差为 +0.48" 和 -0.21",静态检测系统的峰值误差为 +0.64" 和 -0.3",动态测量方法计算的细分误差峰值比静态检测得到的细分误差峰值小,并且离散的静态测量误差值只有较少的野值在测量系统误差范围外。另外通过对编码器正向转动第二个周期和反向转动的两个周期

的精码信号进行采样处理,所得到的动态细分误差数据与图4中给出的数据走势基本一致,峰值位置基本相同,重复性较好,因此该方法计算光电编码器莫尔条纹细分误差是可行的。

## 4 结论

文中提出基于离散傅里叶变换分析莫尔条纹细分误差方法。以信号的采集和重构为基础得到真实的信号波形,利用离散傅里叶变换方法求解出信号的各项参数,仿真分析了数值变换后的莫尔条纹信号,最后讨论各参数值对光电编码器细分误差的影响,从而求解出光电编码器细分误差值。相比在实验室采用的传统静态误差测量法和 lissajou 图形观察法,该方法检测过程简便、测量精度高、可用于工作现场。以某24位绝对式光电编码器细分误差进行检测,细分误差的峰值为+0.48"和-0.21"。实验结果表明,文中所述方法可以进行光电编码器细分误差测量,为光电信号校正和补偿奠定基础,提高编码器误差测量精度。

## 参考文献:

- [1] Wu Hongsheng, Zeng Qifeng, Qiao Dong, et al. Filtering method of improving quality of grating Moire fringe [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2011, 19(8): 1944-1949. (in Chinese)  
吴宏圣,曾琪峰,乔栋,等.提高光栅莫尔条纹信号质量的滤波方法[J].*光学精密工程*,2011,19(8): 1944-1949.
- [2] Feng Yingqiao, Wan Qiuhua. Interpolation error calibration method of small photoelectric encoders[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2013, 31(6): 1374-1379. (in Chinese)  
冯英翘,万秋华.小型光电编码器细分误差校正方法[J].*仪器仪表学报*,2013,31(6): 1374-1379.
- [3] Feng Yingqiao, Wan Qiuhua, Sun Ying, et al. High resolution interpolation techniques of small photoelectric encoder [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2013, 42 (7): 1825-1829. (in Chinese)  
冯英翘,万秋华,孙莹,等.小型光电编码器的高分辨力细分技术[J].*红外与激光工程*,2013,42(7): 1825-1829.
- [4] Wu Yongzhi, Liu Yisheng, Wan Qiuhua, et al. Dynamic interpolation error measuring system for high precision optical encoder [J]. *Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition)*, 2012, 42(1): 309-313. (in Chinese)  
吴永芝,刘义生,万秋华,等.高精度光电编码器动态细分误差测量系统[J].*吉林大学学报(工学版)*,2012,42(1): 309-313.
- [5] Li Hong, Feng Changyou, Ding Linhui. Dynamic evaluation method for interpolation errors in photoelectric Encoder [J]. *Chinese Journal of Sensors and Actuators*, 2005, 18 (4): 927-930. (in Chinese)  
李洪,冯长有,丁林辉.光电轴角编码器细分误差动态评估方法[J].*传感技术学报*,2005,18(4): 927-930.
- [6] Liang Zhiguo, Geng Shuya. A precise evaluation method for the distortion of sine wave signal based on Fourier transform algorithm [J]. *Acta Metrologica Sinica*, 2004, 25(4): 357-361. (in Chinese)  
梁志国,耿书雅.基于傅里叶变换的正弦信号源波形失真评价方法[J].*计量学报*,2004,25(4): 357-361.
- [7] Jiang Yi, Gu Tianxiang. A novel way of improving spectra analysis precision with nonuniform sampling [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2005, 26 (12): 1290-1292. (in Chinese)  
蒋毅,古天祥.用非均匀采样实现谐波的高精度分析[J].*仪器仪表学报*,2005,26(12): 1290-1292.
- [8] Leng Jianhua. Fourier Transform[M]. Beijing: Qinghua University Press, 2004. (in Chinese)  
冷建华.傅里叶变换[M].北京:清华大学出版社,2004.
- [9] Li Lin, Zhang Eryang, Lu Jun. Direct sampling theory of signal [J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2002, 24(1): 54-58. (in Chinese)  
李琳,张尔扬,路军.信号的直接采样理论[J].*国防科技大学学报*,2002,24(1): 54-58.
- [10] Xiong Wenzhuo, Kong Zhiyong, Zhang Wei. Phase correction of quartering deviation of photoelectric rotary encoder [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2007, 15 (11): 1745-1748. (in Chinese)  
熊文卓,孔智勇,张伟.光电轴角编码器光电信号正交性偏差的相量校正方法 [J]. *光学精密工程*, 2007, 15(11): 1745-1748.
- [11] Wang Xianjun. Errors and precision analysis of subdivision signals for photoelectric angle encoders [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2012, 20(2): 379-386. (in Chinese)  
王显军.光电轴角编码器细分信号误差及精度分析 [J].*光学精密工程*,2012,20(2): 379-386.
- [12] Yu Hai, Wan Qiuhua, Yang Shouwang, et al. Dynamic error acquisition system of absolute optical encoder [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2013, 42(7): 1809-1814. (in Chinese)  
于海,万秋华,杨守旺,等.绝对式光电编码器动态误差采集系统[J].*红外与激光工程*,2013,42(7): 1809-1814.