

## 连续腔内倍频拉曼激光器的归一化理论解析

李述涛,董渊,金光勇,吕彦飞

(长春理工大学理学院 吉林省固体激光技术与应用重点实验室,吉林 长春 130022)

**摘要:**腔内倍频拉曼激光器是获得黄光激光光源的重要途径,目前尚未有直接的表达式描述连续腔内倍频激光器的功率输出对抽运和激光器参数的依赖关系。以速率方程为基础,对腔内倍频连续拉曼激光器的理论模型进行归一化处理,得到平面波近似下连续腔内倍频拉曼激光器的归一化速率方程组。对此方程组进行求解,得到描述激光器输出的表达式各变量以及参量与输出变量之间的归一化表达式,根据表达式获得了描述激光器运行的理论曲线。

**关键词:**连续拉曼激光器; 内腔式拉曼激光器; 黄光激光器; 速率方程组; 归一化方程组  
**中图分类号:** O437.3 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2015)01-0071-05

## Normalized theoretical analysis of continuous-wave intracavity frequency-doubled Raman laser

Li Shutao, Dong Yuan, Jin Guangyong, Lv Yanfei

(Jilin Key Laboratory of Solid State Laser Technology and Application, School of Science, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, China)

**Abstract:** CW intracavity frequency-doubled Raman laser has become an important approach of CW yellow laser, and the formula which directly described the variation of the laser output with input pump power and laser parameter was not given. A theoretical model of continuous-wave intracavity frequency-doubled Raman laser based on normalized rate equations with plane-wave approximation was built. By solving these normalized rate equations, the expression which described the variation of normalized yellow laser output with the normalized input and normalized laser parameter was obtained, and the theoretical curves which were also obtained. The relations between the normalized output and normalized input as well as normalized parameters was discussed. The model can be used to help the design of the lasers.

**Key words:** CW Raman laser; intracavity Raman laser; yellow laser; rate equations; normalized equations

收稿日期:2014-05-20; 修订日期:2014-06-21

基金项目:中国博士后科学基金(20110491281);高等学校博士学科点专项科研基金(20122216120011)

作者简介:李述涛(1976-),男,助理研究员,博士,主要从事激光物理与新型激光器及非线性光学等方面的研究。

Email:leest@sdu.edu.cn

## 0 引言

从 20 世纪 90 年代起,随着晶体材料技术和固体激光技术的发展,晶体拉曼激光器发展迅速,成为固体激光器的研究热点<sup>[1]</sup>。而近几年来,连续输出晶体拉曼激光器的发展尤为迅速,成为晶体拉曼激光器研究的重要内容<sup>[2-6]</sup>,连续运转的腔内倍频拉曼激光器已经成为获得连续黄激光的重要途径。

在连续拉曼激光器的实验研究取得长足进展的同时,有关的理论研究也有发展。2007 年,David J. Spence 等对连续腔内倍频拉曼激光器和连续内腔式进行了系统的理论研究,建立了理论模型,并对激光器的最佳化问题进行了研究<sup>[7]</sup>。但是该理论模型并未给出黄光激光输出与输入泵浦和激光器参数关系的直接表达式,且未进行归一化处理,因此对该类型激光器的理论研究有必要继续深入,推导出通用的理论模型。

## 1 速率方程

激光器速率方程是进行激光器理论研究的有效理论工具,A. A. Demidovich 等给出了描述内腔式拉曼激光器运转的速率方程组<sup>[8]</sup>;丁双红对以速率方程组为基础的主动调 Q 与被动调 Q 的内腔式拉曼激光器的理论模型进行了讨论<sup>[9-10]</sup>;丛振华等对主动调 Q 腔内倍频拉曼激光器的速率方程组进行了推导和讨论<sup>[10]</sup>。

连续腔内倍频拉曼激光器处于稳态工作状态,忽略激光介质中的自发辐射、拉曼介质中的自发拉曼散射以及激光介质中下能级寿命对激光器运行的影响,采用平面波近似,认为在激光腔内同一位置的基频激光和拉曼激光的光束横截面积相同,激光器的速率方程组为:

$$\frac{d\varphi_r}{dt}=0=\frac{1}{t_r}2\sigma n l \varphi_r - \frac{1}{t_r} \left[ \ln \left( \frac{1}{R_f} \right) + L_f \right] \varphi_r - \frac{1}{t_r} 2 \frac{A_s}{A_r} g h \nu_r c l \varphi_r \varphi_s \quad (1)$$

$$\frac{d\varphi_s}{dt}=0=\frac{1}{t_r} 2 \frac{A_s}{A_r} g h \nu_r c l \varphi_r \varphi_s - \frac{1}{t_r} \left[ \ln \left( \frac{1}{R_s} \right) + L_s \right] \varphi_s - \frac{d\varphi_s}{dt} |_{\text{SHG}} \quad (2)$$

$$\frac{dn}{dt}=0=-\gamma \sigma c \varphi_r n - \frac{n}{\tau} + \gamma p \quad (3)$$

式中: $p$  为与泵浦功率密度有关的参数; $t$  为时间; $\varphi_r$  与  $\varphi_s$  分别为基频激光和拉曼激光在激光增益介质中的光子密度; $\sigma$  为激光增益介质的受激发射截面; $t_r=2Lc/c$  为光在长度为  $Lc$  的谐振腔的往返时间; $c$  为真空中的光速; $l$  与  $l_r$  分别为激光增益介质与拉曼介质的长度; $L_f$  与  $L_s$  为基频激光和拉曼激光在激光腔中的往返衍射损耗; $R_f$  与  $R_s$  分别为激光器输出镜对基频激光和拉曼激光的反射率; $\nu_r$  为基频光的频率; $A_s$  与  $A_r$  分别为腔内激光在激光介质与拉曼介质中的横截面积; $\tau$  为激光介质的上能级寿命; $\gamma$  为受激辐射产生一个光子导致反转粒子减少的系数; $\frac{d\varphi_s}{dt} |_{\text{SHG}}$  为倍频对拉曼光产生的损耗。

对连续激光的倍频过程应采取小信号近似,根据参考文献[11]可以得出:

$$\frac{d\varphi_s}{dt} |_{\text{SHG}} = \frac{1}{4} \frac{A_s}{A_d} \rho \eta h \nu_s \frac{c^2}{L_c} \varphi_s^2 \quad (4)$$

式中: $A_d$  为腔内激光在倍频晶体中的横截面积; $\rho$  为一个与腔型结构和倍频光输出效率有关的参数<sup>[11]</sup>,取值范围 1~4; $h$  为普朗克常数; $\nu_s$  为拉曼光的频率; $L_c$  为激光腔的光学长度。

$$\eta = 2 \left( \frac{\mu}{\varepsilon} \right)^{1/2} \frac{\omega^2 d_{\text{eff}}^2 l_n^2 \sin^2(l_n \Delta k / 2)}{n_1^2 n_2 c^2 (l_n \Delta k / 2)^2} \quad (5)$$

式中: $\mu$  和  $\varepsilon$  分别为真空中的磁导率与介电常数; $\omega$  为一阶斯托克斯拉曼光的角频率; $d_{\text{eff}}$  为倍频晶体的有效非线性系数; $l_n$  为倍频晶体的长度; $n_1$  与  $n_2$  别为一阶斯托克斯光与黄光在倍频介质中的折射率; $\Delta k$  为失配常数。

## 2 速率方程的求解

将公式(4)代入公式(2),对公式(1)~(3)进行推导变换,并引入归一化参数,可以得到平面波近似下的连续输出腔内倍频拉曼激光器的归一化方程组:

$$G \frac{\Phi_f}{\Phi_f + 1} - M \Phi_s \Phi_f - \Phi_f = 0 \quad (6)$$

$$M \Phi_s \Phi_f - H \Phi_s - D \Phi_s^2 = 0 \quad (7)$$

其中

$$G = 2 \gamma \tau \sigma l \frac{p}{\ln \left( \frac{1}{R_f} \right) + L_f} \quad (8)$$

$$\Phi_f = \gamma \tau \sigma c \varphi_r \quad (9)$$

$$\Phi_s = \gamma\tau\sigma c \varphi_s \quad (10)$$

$$M = \frac{2gh\nu l_r}{\gamma\tau\sigma \left[ \ln\left(\frac{1}{R_f}\right) + L_f \right]} \frac{A_s}{A_r} \quad (11)$$

$$H = \frac{\left[ \ln\left(\frac{1}{R_s}\right) + L_s \right]}{\left[ \ln\left(\frac{1}{R_f}\right) + L_f \right]} \quad (12)$$

$$D = \frac{\rho\eta h\nu_s}{2\gamma\tau\sigma \left[ \ln\left(\frac{1}{R_f}\right) + L_f \right]} \frac{A_s}{A_d} \quad (13)$$

公式(6)、(7)给出了描述内腔式连续拉曼激光器输入输出关系的归一化方程组。结合激光器运行的实际情况,对这个方程组进行求解,可得:

当  $G > 1 + H/M$  时,激光器能够实现一阶斯托克斯光振荡:

$$\Phi_f = \frac{\sqrt{(MH+M^2+D)^2+4MD(GM-H-M)}+MH-M^2-D}{2M^2} \quad (14)$$

$$\Phi_s = \frac{\sqrt{(MH+M^2+D)^2+4MD(GM-H-M)}-(MH+M^2+D)}{2MD} \quad (15)$$

推导可知

$$\frac{D\Phi_s^2}{G} = \frac{L_c \frac{d\varphi_s}{dt} |_{SHG}}{pl} \quad (16)$$

说明拉曼光倍频产生的黄光正比于  $D\Phi_s^2$ , 定义归一化黄光输出功率为  $Y$ , 则

$$Y = D\Phi_s^2 = \frac{[\sqrt{(MH+M^2+D)^2+4MD(GM-H-M)}-(MH+M^2+D)]^2}{4M^2D} \quad (17)$$

对于腔内倍频拉曼激光器,为了获得高的转换效率,需要尽可能的提高腔镜对基频激光和拉曼激光的反射率,因此  $R_f, R_s \rightarrow 1, \ln\left(\frac{1}{R_s}\right), \ln\left(\frac{1}{R_f}\right) \rightarrow 0$ , 而基频激光和拉曼激光的波长相差不大,腔模尺寸差别不大,所以腔内衍射损耗基本相等,可以认为  $H=1$ , 所以

$$Y = \frac{[\sqrt{(M+M^2+D)^2+4MD(GM-1-M)}-(M+M^2+D)]^2}{4M^2D} \quad (18)$$

在连续输出腔内倍频拉曼激光器中,当激光器的结构和激光增益介质确定以后,激光器的输出与泵浦功率、拉曼介质和倍频介质的参数有关,分别对应  $G, M$  和  $D$ 。

### 3 理论曲线

根据公式(18),可以得到反映  $Y$  随  $G, M$  和  $D$  变

化的关系曲线。从图 1~3 中可以看出,  $Y$  的阈值是由  $M$  取值决定的,随  $M$  的增大而变小,而与  $D$  无关,说明拉曼光的阈值和倍频介质无关,这与公式(15)和公式(17)是一致的。同时,从图 1~3 中还可以发现,  $Y$  并

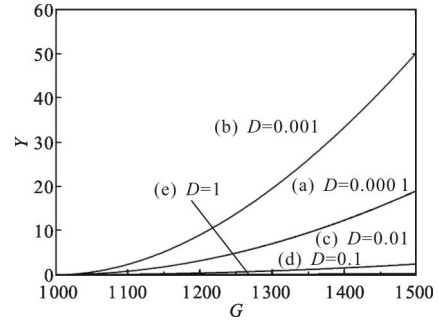


图 1  $M=0.001$  时,  $D$  取不同值时  $Y$  随  $G$  的变化关系

Fig.1 Variation of  $Y$  with  $G$  for different  $D$  when  $M=0.001$

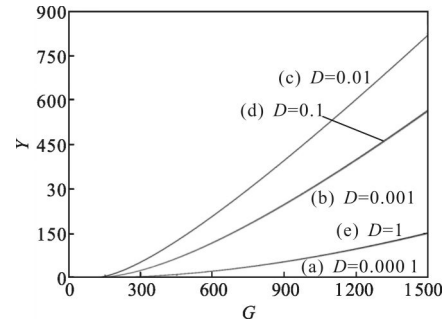


图 2  $M=0.01$  时,  $D$  取不同值时  $Y$  随  $G$  的变化关系

Fig.2 Variation of  $Y$  with  $G$  for different  $D$  when  $M=0.01$

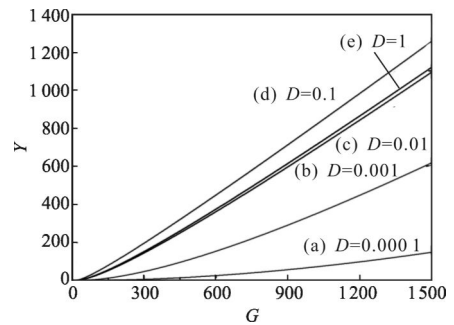


图 3  $M=0.1$  时,  $D$  取不同值时  $Y$  随  $G$  的变化关系

Fig.3 Variation of  $Y$  with  $G$  for different  $D$  when  $M=0.1$

不是随着  $D$  的增大而单向增大, 这说明当激光腔、激光介质以及拉曼晶体的参数确定之后, 倍频晶体的倍频效率并不是越高越好, 而是有一个最佳参数, 其原因在于,  $D$  代表了倍频晶体将拉曼倍频转化为黄光的能力, 拉曼光向黄光的倍频转化同样也是对腔内拉曼光的一种消耗, 在  $G, M$  和其他参数确定时,  $D$  的增长虽然有助腔内拉曼光向基频光的转化,

但同时也会降低腔内拉曼光的光子密度,这两种变化决定了黄光激光不会随着  $D$  的增长而单向增长。因此,有必要对  $M$ 、 $D$  的变化与  $Y$  的变化之间的关系进行讨论。

设定  $G$  的值分别为 500、1000 和 1500,对  $D$  的不同取值情况下  $Y$  随着  $M$  的变化关系绘制理论曲线。从图 4~6 中可以发现,在  $G$  值与  $D$  值确定的情况下, $Y$  随  $M$  的变化关系为先随着  $M$  的增长而增长,当达到极值后开始下降,在  $Y$  达到最高值附近, $M$  的变化对  $Y$  的影响较小。从图 4~6 中可以看出,当  $M$  和  $D$  取值都达到 1 时, $Y$  和  $G$  的比值在 90% 左右, $G$  值越

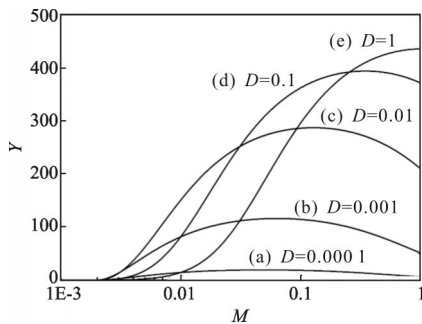


图 4  $G=500$  时,  $D$  取不同值时  $Y$  随  $M$  的变化关系

Fig.4 Variation of  $Y$  with  $M$  for different  $D$  when  $G=500$

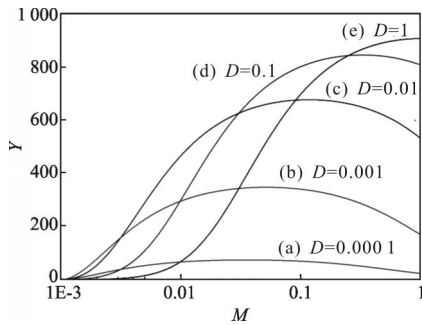


图 5  $G=1000$  时,  $D$  取不同值时  $Y$  随  $M$  的变化关系

Fig.5 Variation of  $Y$  with  $M$  for different  $D$  when  $G=1000$

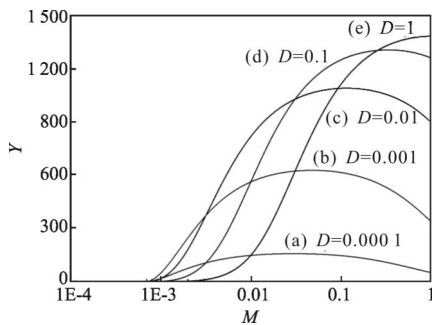


图 6  $G=1500$  时,  $D$  取不同值时  $Y$  随  $M$  的变化关系

Fig.6 Variation of  $Y$  with  $M$  for different  $D$  when  $G=1500$

大,这个比值越大。如果  $G$  和  $D$  的值进一步增大,这个比值能够向 100% 更加接近。然而在设计具体的激光器时,现有非线性晶体材料的尺寸限制了  $G$  和  $D$  的取值范围,难以实现理论中的高转换效率,要根据实际情况进行技术指数的选择。

以参考文献[5]和[6]分别报道的实验为例,参考文献[5]采用长度为 48 mm 的  $\text{BaWO}_4$  晶体作为拉曼增益介质,其拉曼增益系数为 8.5 cm/GW;参考文献[6]采用 18 mm 长的键合  $\text{Nd:LuVO}_4$  晶体作为自拉曼晶体,其拉曼增益系数约为 4.5 cm/GW,两套激光装置采用的倍频晶体都是 10 mm 的 LBO 晶体,且激光器结构和镀膜基本相同。不考虑热效应问题,计算可得到参考文献[5]中的  $M$  和  $D$  分别为 0.058 和 0.007,差别很大;而参考文献[6]中的  $M$  和  $D$  分别为 0.004 和 0.0026,差别较小。两篇文献报道的黄光输出功率分别为 2.7 W 和 3.5 W,相应的,从半导体激光到黄光激光的转换效率分别为 11% 和 13%。可以看出,参考文献[5]中激光器的  $M$  远大于  $D$ ,而相对于参考文献[6],其拉曼增益介质具有较大优势的拉曼增益系数和长度并没有给激光器带来更高的转换效率,可见在设计此类激光器时,要注意  $M$  和  $D$  的相对均衡,以  $M$  稍大于  $D$  比较合适。

## 4 结论

以速率方程为基础,推导出平面波近似下的连续运行腔内倍频拉曼激光器的归一化的方程组,对方程组求解得出了归一化的激光器输出与输入和激光器参数的表达式,根据表达式得到了关系曲线。此公式能够反映连续运行腔内倍频拉曼激光器的输入变量和激光器参数对输出变量的影响,可以作为连续运转腔内倍频拉曼激光器设计的辅助工具。

## 参考文献:

- [1] Piper J A, Pask H M. Crystalline Raman lasers [J]. *IEEE J Sel Top Quantum Elec*, 2007, 13(3): 694-704.
- [2] Grabitchikov A S, Linsinetskii V A, Orlovich V A, et al. Multimode pumped continuous-wave solid-state Raman laser [J]. *Opt Lett*, 2004, 29(21): 2524-2526.
- [3] Pask H M. Continuous-wave, all-solid-state intracavity Raman laser[J]. *Opt Lett*, 2005, 30(18): 2454-2456.
- [4] Dekker P, Pask H M, Spence D J, et al. Continuous-wave,

- intracavity doubled, self-Raman laser operation in Nd:GdVO<sub>4</sub> at 586.5nm [J]. *Opt Express*, 2007, 15(11): 7038–7046.
- [5] Lee A J, Pask H M, Piper J A, et al. An intracavity, frequency-doubled BaWO<sub>4</sub> Raman laser generating multi-watt continuous-wave, yellow emission[J]. *Opt Express*, 2010, 18(6): 5984–5992
- [6] Lü Yanfei, Zhang Xihe, Li Shutao, et al. All-solid-state CW sodium D<sub>2</sub> resonance radiation based on intracavity frequency-doubled self-Raman laser operation in double-end diffusion-bonded Nd<sup>3+</sup>:LuVO<sub>4</sub> crystal [J]. *Opt Lett*, 2010, 35(17): 2964–2966.
- [7] Spence D J, Dekker P, Pask H M. Modeling of continuous wave intracavity raman lasers [J]. *IEEE J Sel Top Quantum Elec*, 2007, 13(3): 756–763.
- [8] Demidovich A A, Apanasevich P A, Batay L E, et al. Sub-nanosecond microchip laser with intracavity Raman conversion[J]. *Appl Phys B*, 2003, 76: 509–514.
- [9] Ding Shuanghong, Zhang Xingyu, Wang Qingpu, et al. Theoretical and experimental study on the self-Raman laser with Nd:YVO<sub>4</sub> crystal [J]. *IEEE J Quantum Elec*, 2006, 42(9): 927–933.
- [10] Ding Shuanghong, Zhang Xingyu, Wang Qingpu, et al. Numerical modelling of passively Q-switched intracavity Raman lasers [J]. *J Phys D: Appl Phys*, 2007, 40: 736–2747.
- [11] Cong Zhenhua, Zhang Xingyu, Wang Qingpu, et al. Theoretical and experimental study on the Nd:YAG/BaWO<sub>4</sub>/KTP yellow laser generating 8.3 W output power [J]. *Opt Express*, 2010, 18(7): 12111–12118.