

## 基于最优离散滤波器的边缘检测算法\*

白翔<sup>1</sup>, 刘文予<sup>1</sup>, 王郑耀<sup>2</sup>

(1. 华中科技大学 电子与信息工程系, 湖北 武汉 430074 ;

2. 西安交通大学 理学院, 陕西 西安 710049)

**摘要:** 边缘检测已经成为图像理解和计算机视觉中的一个主要领域, 其检测的质量直接影响后期理解的效果。寻找一种对噪声不敏感、定位精确、能有效区分真假边缘的方法, 一直是研究的重点。从理论上来说, Canny 算子是连续域最优的边缘检测算子, 但在离散域中却并非最优, 对于数字图像可能存在误差。为此, 提出一套完整的离散域边缘检测算法。在最优滤波器理论上, 推导出离散域的最优平滑算子, 抑制了图像的分割错误、噪声和伪边缘的影响。实验表明, 该算法能有效实现灰度图像的多尺度边缘检测, 具有高的信噪比, 更清楚和更符合计算机识别要求, 是一个理想的边缘检测方法。

**关键词:** 边缘检测; Canny 算子; 最优离散滤波器; 平滑算子

**中图分类号:** TP391      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1007-2276(2005)06-0737-04

## Edge detection algorithm based on the Optimal Discrete Filter\*

BAI Xiang<sup>1</sup>, LIU Wen-yu<sup>1</sup>, WANG Zheng-yao<sup>2</sup>

(1. Electronics and Information Department, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China;

2. School of Science, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

**Abstract:** Edge detection has been an important domain in comprehension of image and computer vision, Its quality determines the result of subsequent analysis. Thus it's an important goal for people to find a kind of method that is insensitive to noise, precisely locates true edges and excludes false edges. In theory Canny operator is optimal in continuous domain for edge detection, but not optimal in discrete case, which may lead to inaccurate result. In order to solve the problem above, a good edge detection algorithm in discrete field is proposed. The smooth operator is inferred based on the Optimal Discrete Filter's theory, which can reduce the influence of noise, false edges and image error. The experimental result shows that the proposed method can achieve multi-scale edge detection and high SNR, satisfy the requirement for computer recognition. So it is a good edge detection method.

**Key words:** Edge detection; Canny operator; Optimal Discrete Filter; Smooth operator

收稿日期: 2005-02-02; 修订日期: 2005-03-20

\* 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60273099)

作者简介: 白翔(1981-), 男, 湖北潜江人, 硕士生, 研究领域为计算机图形学、计算机视觉与模式识别等。

## 0 引言

边缘是图像的一个基础视觉特征,是指图像中那些局部邻域灰度具有强烈反差的集合。经典的边缘检测算子主要集中在灰度图像梯度的研究,这些算子虽然易于实现,具有较好的实时性,但对噪声敏感,结果不够精确<sup>[1-3]</sup>。Canny 算子是一个非常好的算子,具有很好的抗噪性和精确性。理论上来说它是连续域中最优的边缘检测算子,但是 Demigny<sup>[4-7]</sup>证明了连续域中最优滤波器在离散域中并不是最优的,并提出了离散域中最优滤波器<sup>[8]</sup>。本文是在 Demigny 的最优离散边缘检测滤波器的基础上,对 Canny 算法加以改进,设计了相应的平滑算子,引入双阈值操作,提高了边缘检测的准确性和有效性。

## 1 最优离散滤波器

经典的 Canny 算法是由 John Canny 于 1986 年提出的<sup>[9]</sup>,作者在总结应用的基础上提出了边缘检测的三条准则:好的检测结果、好的定位和对同一边缘尽可能少的响应——这就是著名的 Canny 准则,并在此基础上得到了一个很不错的实用算法。Demigny<sup>[5-7]</sup>证明了连续域中最优的滤波器在离散域中并不是最优的,并在参考文献[1]中提出了边缘检测离散最优滤波器的三个准则。

首先对边缘信号、噪声和边缘检测滤波器做一定假设。假设输入信号(边缘信号)定义为带宽为  $d$  的阶跃信号而不是 Canny 使用的单阶梯型信号  $e_n=A(U_n-U_{n-d})$ ,其中  $U$  是离散的 Heaviside 序列,也就是说

$$\begin{cases} U_n=1 & n \geq 0 \\ U_n=0 & \text{其他} \end{cases} \quad (1)$$

这里假设噪声为离散的方差为  $\sigma_e^2$  的白高斯过程。假设用做边缘检测的离散滤波器具有有限脉冲响应  $h$ ,对于边缘检测的梯度算法, $h$  对应一个反对称函数:

$$\forall k > 0, h_{-k} > 0 \text{ 和 } h_k = -h_{-k} \text{ 成立, 并且 } h_0 = 0 \quad (2)$$

$$-W \leq k \leq W$$

综上所述,本文的问题就是设计一个  $h$  以在假设的噪声下也能有效地检测边缘,也就是要检测卷积信

号  $s=h * e$  的最大值和最小值的位置。

好的检测结果就是把未检测出真实边缘和检测出虚假边缘的可能性降到最低。由于这两个概率都随着信噪比提高而单调下降,所以这一准则就等价于求得一个函数  $f(x)$  使得检测后的图像在边缘点的信噪比最大化。本文定义边缘检测的结果好坏的准则  $\Sigma$  为在信号极值点  $n_0$  处输入信号与输出信号的信噪比的提高:

$$\Sigma = \frac{\sum_{k=n_0-d-1}^{n_0} h_k}{\left[ \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h_k^2 \right]^{1/2}} \quad (3)$$

好的定位是结果标记出的边缘位置要和图像上真正边缘的中心位置充分接近。经过计算最优准则为:

$$\Lambda = \frac{h_{n_0} - h_{n_0-d}}{\left[ \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h_k^2 \right]^{1/2}} = \frac{\sum_{k=n_0-d+1}^{n_0} h'_k}{\left[ \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h_k^2 \right]^{1/2}} \quad (4)$$

式中  $h'_k$  表示  $h_k$  的一阶导数序列  $h'_k = h_k - h_{k-1}$ 。

Didier Demigny 通过理论分析和一些试验说明:只要选择合适的阈值,Canny 的第三个准则的要求可以不要,它的作用可以被阈值操作取代。Canny 三准则可以简化为两个准则,即只需要最优检测准则  $\Sigma$  和最优定位准则  $\Lambda$ 。

为了简单,下面的求和式中没有写出求和项中的指标限制  $-l$  和  $-d$ 。将上述两个准则变形,得到:

$$\Sigma^2 = \frac{(\sum h_k)^2}{2 \sum h_k^2} \quad \Lambda^2 = \left( 2 + 2 \frac{\sum h_k'^2}{h_{-1}^2} \right)^{-1} \quad (5)$$

从而可以定义联合准则为:

$$E = \frac{\sum h_k^2}{(\sum h_k)^2} + \mu \sum h_k'^2 \quad (6)$$

式中  $\mu$  是一个正的常数。于是,求最优离散滤波器的过程变成了求  $W$  个自变量的多元函数公式(6)的最小值。公式(6)取得最小值的条件是它的梯度为 0,从而可以推出在  $-2 \sim -W$  中的任何一个整数  $k$  有:

$$-\mu' h_{k+1} + 2(1 + \mu') h_k - \mu' h_{k-1} = 2F \quad (7)$$

式中  $\mu'$  是一个正的常数;  $F$  是一个满足下面约束条件下的等式:

$$F = \frac{\sum_{-d}^{-1} h_k^2}{\sum_{-d}^{-1} h_k} \quad (8)$$

显然,当  $\mu'=0$  时,这个方程对应着  $\Sigma$  的最优化;当  $\mu' \rightarrow \infty$  时,它对应着  $\Lambda$  最优化。 $\mu'$  对应着定义了两个准则的相对权重。利用在前面最优化  $x_{\max}$  的技术,找到了当  $k \leq 0$  时的  $h_k$  的表达式,其中的正实数  $q$  为:

$$q = \frac{1 + \mu' \pm \sqrt{1 + 2\mu'}}{\mu'} \quad (9)$$

$$\begin{cases} -d \leq k < 0, h_k = Aq^k + Bq^{-k} + F & k=0, h_0=0 \\ 0 < k \leq d, h_k = -(Aq^{-k} + Bq^k + F) \end{cases} \quad (10)$$

对任意  $k > 0, h_k = -h_{-k}$ 。边界条件  $h_{-1}=1$  和  $h_{w+1}=0$  把  $A$  和  $B$  定为  $q$  和  $F$  的函数。接下去对  $q$  的每一个值,利用公式(8)确定  $F$ 。而  $q$  是两个准则相对权重的函数,由公式(9)确定。

当  $W=1,2,3,4$  时,按照上述算法得到的最优滤波器的数值如表 1 所示。

### 2 平滑滤波器

1986 年 Vincent Torre 和 Tomaso A.Poggio<sup>[10]</sup>指出:数字图像的边缘检测本质上是一个数值导数问题,但是数值导数是一个病态问题。图像的数值导数是一个病态问题。为了把这个病态问题转化为良态问题,需要对图像做一个平滑。下面计算平滑算子。

尺度为  $W$  的平滑算子可以用同尺度的求导算子迭代产生。假设  $d$  是尺度为  $W$  的求导算子,  $W=1,2,\dots,20$ ,  $s$  为同尺度下的平滑算子,  $d_i$  为  $d$  的第  $i$  个数,  $s_i$  为  $s$  的第  $i$  个数,  $i=-W, -(W-1), \dots, -1, 0, 1, \dots, W$ , 则有:

$$s_i = s_{i-1} + d_i + d_{i-1} \quad (11)$$

注意,当  $i \notin \{-W, -(W-1), \dots, -1, 0, 1, \dots, W\}$ ,  $d_i, s_i$  按 0 计算。

最后将得到的最优滤波器标准化为和为 1 的滤波器。

表 1 第 4 列给出了相应于  $W=1,2, \dots, 4$  的最优边缘检测算子的平滑算子。

表 1 常用的导算子及其对应的平滑算子

Tab.1 Common differential operators and their smooth operators

$W$	$n$	$d_{-n}=-d_n$	$s_{-n}=s_n$	$W$	$n$	$d_{-n}=-d_n$	$s_{-n}=s_n$
$W=1$	0	0	0.5	$W=2$	0	0	0.365469
	1	0.5	0.25		1	0.315948	0.25
	0	0	0.238481		2	0.184052	0.067265
$W=4$	1	0.1894026	0.193312	$W=3$	0	0	0.288806
	2	0.1393324	0.114915		1	0.2356651	0.220745
	3	0.1048262	0.056688		2	0.1630372	0.105597
	4	0.0664388	0.015844		3	0.1012976	0.029255

### 3 完整的边缘检测算法

Demigny 只给出了上述离散最优滤波器的联合准则表达式,没有给出最终的滤波器的数据,也没有给出一整套边缘检测算法。结合上述计算得到的最优滤波器及其对应的平滑滤波器,下面给出一整套边缘检测算法:

(1) 尺度为  $W$  的平滑算子( $s$ )按行对原图像做卷积运算,然后用相应的最优求导算子( $d$ )对平滑后的算子按列做卷积运算,得到  $G_y$ ;再用  $s$  按列对原图像做卷积运算,然后用  $d$  对平滑后的算子按行做卷积运算,得到  $G_x$ 。

(2) 计算  $G = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}$ ; 计算  $\theta = \arctan(G_y/G_x)$ 。

(3) 遍历一次灰度矩阵,把梯度方向  $\theta$  分为四种:

水平方向  $0^\circ \sim 22.5^\circ$  以及  $157.5^\circ \sim 180^\circ$ ;

$45^\circ$  方向  $22.5^\circ \sim 67.5^\circ$ ;

$90^\circ$  方向  $67.5^\circ \sim 112.5^\circ$ ;

$135^\circ$  方向  $112.5^\circ \sim 157.5^\circ$ 。

(4) 求  $G$  的累积直方图,本文试验选用 0.8 分点处的值作为高阈值  $T_h$ ; 计算低阈值  $T_l = 0.4 \cdot T_h$ ;

(5) 非最大抑制 遍历  $G$ ,若某个像素的灰度值与其梯度方向上前后两个像素的灰度值相比不是最大的,那么这个像素值置为 0。

(6) 双阈值操作 遍历  $G$ ,大于  $T_h$  的设为边缘,小于  $T_l$  的设为非边缘,小于  $T_h$  但是大于  $T_l$  的时候看他周围像素处有没有大于  $T_h$  的边缘,如果有,这个点就



图 1 测试图像

Fig.1 Test image

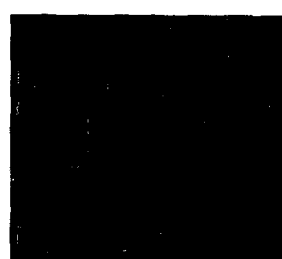
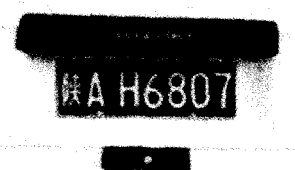
图 2  $W=2$  时的测试结果Fig.2 Test result when  $W=2$ 图 3  $W=8$  时的测试结果Fig.3 Test result when  $W=8$ 

图 4 车牌原始图像

Fig.4 Original image of car's plate



图 5 Canny 算法得到的车牌边缘

Fig.5 Result of Canny algorithm



图 6 本文算法得到的车牌边缘

Fig.6 Result of algorithm in this paper

是边缘,否则就不是边缘。

#### 4 实验结果及其结论

本文用C++实现了上述算法。我们选用两幅图像作为测试图像,一幅是阶梯型边缘检测算法的标准测试图像(如图 1 所示),另一幅是车牌号码图像(如图 4 所示)。图 2~图 3 是对标准测试图像用两种不同  $W$  参数下的计算结果,较好地实现了多尺度边缘检测。图 5 和图 6 是 Canny 算子下的边缘检测结果和本文算法结果的比较,可以发现本文的算法能有效地抑制噪声,对于中文“陕”字,该算法能较好的定位其边缘。

本文在 Demigny 最优离散滤波器的基础上给出了一整套边缘检测算法,实验证明了算法的有效性。

#### 参考文献:

[1] Milan Sonka, Vaclav Hlavac, Roger Boyle; AI Hai-zhou, Wu Bo. Image Processing, Analysis, and Machine Vision. Second Edition [M]. Beijing: People's Posts & Telecommunication Publishing House (Milan Sonka, Vaclav Hlavac, Roger Boyle; 艾海舟, 武勃. 图像处理、分析与机器视觉. 第 2 版. 北京: 人民邮电出版社), 2003.

[2] TAO Hong-jiu, LIU Jian, TIAN Jin-wen. Remote sense image edge detection based on wavelet transform and mathematical morphology[J]. Infrared and Laser Engineering (陶洪久, 柳健, 田金文,

基于小波变换和数学形态学的遥感图像边缘检测. 红外与激光工程), 2002, 31(2): 154-157.

- [3] YONG Yang, WANG Jing-ru, CHEN Chang-bin, et al. Edge detection method based on fusion technology[J]. Infrared and Laser Engineering (雍杨, 王敬儒, 陈昌彬, 等. 基于融合技术的图像边缘检测方法. 红外与激光工程), 2004, 33(5): 542-544.
- [4] Demigny D, Kessal L, Pons J. Fast recursive implementation of the Gaussian filter[A]. Proc 11th IFIP Int Conf Very Large Scale Integration[C]. 2001. 339-346.
- [5] Demigny D, Tawfik Kamlé. A discrete expression of Canny's criteria for step edge detector performance evaluation [J]. IEEE Trans Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1997, 19(11): 1199-1210.
- [6] Demigny D, Karabernou M. An effective resolution definition or how to choose an edge detector, its scale parameter and the threshold [A]. Proc IEEE Int'l Conf Image Processing [C]. 1996, 1. 829-832.
- [7] Demigny D, Lorca F G, Kessal L. Evaluation of edge detectors performances with a discrete expression of Canny's criteria [A]. Proc Int Conf Image Processing [C]. 1995. 169-172.
- [8] Demigny D. On optimal linear filtering for edge detection [J]. IEEE Trans Image Processing, 2002, 11(7): 728-737.
- [9] John Canny. A Computational approach to edge detection [J]. IEEE Trans Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1986, PAMI-8(1): 679-697.
- [10] Vincent Torre, Tomaso Poggio A. On edge detection [J]. IEEE Trans Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1986, PAMI-8(2): 147-163.