

增益开关 F-P 激光器抖动的计算和测量*

李怀繁^{1,2},王金定¹,王云才¹

(1.太原理工大学 应用物理系,山西 太原 030024;2.雁北师范学院 物理系,山西 大同 037009)

摘要:为了能够精确测量增益开关激光脉冲的抖动,应用傅里叶变换和自相关函数,理论分析了谐波频谱分析法测量激光脉冲抖动的数学模型、测量原理,修正了 David A. Leep 等人建立的基于功率谱测量脉冲抖动的误差,推导出了普适的测量激光脉冲抖动的数学表达式,并数值模拟了不同情况下激光脉冲功率谱的表现形式;利用谐波频谱分析法测量了外连续光注入下增益开关 F-P 激光脉冲的抖动,时基抖动为 0.905 ps、振幅噪声为 2.83%,并与取样示波器的测量结果进行比较。结果表明在脉冲抖动较小、且重复频率较低的情况下,利用谐波频谱分析法测量脉冲抖动具有更高的精确度,其精确度可以达到飞秒量级。

关键词:时基抖动; 振幅噪声; 功率谱; 傅里叶变换; 半导体激光器

中图分类号:TP206*.1 **文献标识码:**A **文章编号:**1007-2276(2005)05-0540-04

Calculation and measurement of jitter in gain-switch F-P laser*

LI Huai-fan^{1,2}, WANG Jin-ding¹, WANG Yun-cai¹

(1.Department of Applied Physics, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, China;

2.Department of Physics, Yanbei Normal University, Datong 037009, China)

Abstract: In order to measure jitter of gain-switched laser precisely, we analyze theoretically the math model and measurement principle of harmonic spectrum analysis used to measure laser pulse jitter. The error in pulse jitter measurement, which based on power spectrum measurement and was established by David A. Leep etc., is corrected. The universal math formula for measuring pulse jitter was deduced and the power spectrum of pulse in different conditions was numerically simulated. The pulse jitter of gain-switched Fabry-Perot laser with external cw-light injection was experimentally investigated by using harmonic spectrum analysis. The time jitter is 0.905 ps and amplitude noise is 2.83%. Compared with the outcome of sample oscilloscope measurement, it indicates that the harmonic spectrum analysis measurement is more precise and the accuracy is up to the magnitude of fs in the case of small jitter high repeat frequency.

Key words: Timing jitter; Amplitude noise; Power spectrum; Fourier transform; Laser diode

收稿日期:2005-01-08; 修订日期:2005-02-28

* 基金项目:山西省自然科学基金资助项目(20041042);山西省留学回国人员基金资助项目(200417)

作者简介:李怀繁(1980-),男,山西洪洞人,硕士生,主要从事低抖动超短光脉冲的产生和测量方面的研究。

0 引言

增益开关半导体激光器由于体积小、价格低、结构简单、重复频率任意可调等优点，而被广泛用于高速光通信和超快测量系统。由于增益开关半导体激光器产生的光脉冲是建立在激光器腔内自发辐射基础上的，所以自发辐射产生的光子数的随机起伏将会引起脉冲间较大的时基抖动，从而增加高速光通信的误码率，降低测量系统的分辨率等。人们在致力于降低增益开关激光脉冲时基抖动的同时，提出了激光脉冲抖动测量方法^[1-3]，以改进现有误码测量仪的精度低于 1.2 ps 的限制。

本文在假设时基抖动与振幅噪声是小量且不相关的情况下，推导了激光脉冲的功率谱，并修正了参考文献[4]中功率谱的误差。发现含有相位噪声和振幅噪声的激光脉冲，其功率谱不再是理想的梳状波，而是含有连续基底的梳状波。实验中我们用谐波频谱分析法^[4]测量了增益开关 F-P 激光器在外光注入下产生的激光脉冲的不同级次谐波的相对噪声，以此来计算脉冲的时基抖动和振幅噪声。

1 时基抖动和振幅噪声的频谱分析

对于增益开关半导体激光器产生的激光脉冲，其输出强度 $y(t)$ 可以表示为^[4]：

$$y(t) = \sum_{n=-N}^N x_n f(t - nT - \tau_n) \quad (1)$$

式中 $f(t)$ 为脉冲的形状； x_n 和 τ_n 分别为第 n 个光脉冲的振幅和时延， x_n 和 τ_n 都为随机变量，且相互独立。假设时基抖动与振幅噪声是小量且互不相关，故 x_n 和 x_m 及 τ_n 和 τ_m 也相互独立且同分布 ($n \neq m$)，用 $p(x)$ 表示 x_n 的几率密度； $p(\tau)$ 表示 τ_n 的几率密度。

在用频谱仪进行测量时，我们测量的是脉冲的功率谱 $S_p(w)$ ， $S_p(w)$ 是激光脉冲强度 $y(t)$ 的自相关函数的傅里叶变换，可表示为：

$$S_p(w) = \lim_{\Delta \rightarrow \infty} \Delta^{-1} \langle |Y(w)|^2 \rangle \quad (2)$$

式中 $\Delta = (2N+1)T$ ，为激光脉冲的持续时间； $Y(w)$ 为 $y(t)$ 的傅里叶变换； $\langle \rangle$ 表示对整体求平均。由傅里叶变

换的线性和位移性质得：

$$Y(w) = \sum_n x_n F(w) \exp[-if(nT + \tau_n)] \quad (3)$$

式中 $F(w)$ 为脉冲形状 $f(t)$ 的傅里叶变换； n 为从 $-N$ 到 N ，文中不再标注。因此：

$$\begin{aligned} \langle |Y(w)|^2 \rangle &= |F(w)|^2 \sum_n \sum_m \langle x_n x_m \rangle \times \\ &\quad \langle \exp[-if(\tau_n - \tau_m)] \rangle \times \\ &\quad \exp[-if(n-m)T] \end{aligned} \quad (4)$$

在公式(4)中，用 S_1, S_2 分别代表 $m=n$ 部分和其余部分，则：

$$\langle |Y(w)|^2 \rangle = |F(w)|^2 (S_1 + S_2) \quad (5)$$

$$S_1 = \sum_n \sum_{m=n} \langle x_n x_m \rangle = (2N+1) \langle x^2 \rangle \quad (6)$$

和

$$\begin{aligned} S_2 &= \sum_n \sum_{m \neq n} \langle x_n x_m \rangle \langle \exp[-iw(\tau_n - \tau_m)] \rangle \exp[-iw(n-m)T] = \\ &\quad \sum_n \sum_{m \neq n} \langle x_n \rangle \langle x_m \rangle \langle \exp(-iw\tau_n) \rangle \langle \exp(-iw\tau_m) \rangle \times \\ &\quad \exp[-iw(n-m)T] \end{aligned}$$

式中 x_n 和 x_m 是相互独立且同分布，故可以用 $\langle x^2 \rangle$ 来表示 x_n 的均方差。又因为：

$$\langle \exp(-iw\tau_n) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} p(\tau) e^{-iw\tau} d\tau = P(w)$$

于是：

$$\begin{aligned} S_2 \langle x \rangle^2 |P(w)|^2 \sum_n \sum_{m \neq n} \exp[-iw(n-m)T] = \\ \langle x \rangle^2 |P(w)|^2 \left\{ \sum_n \sum_m \exp[-iw(n-m)T] - (2N+1) \right\} \end{aligned} \quad (7)$$

式中 $\langle x \rangle$ 是 x_n 的平均值，令 $\sigma_x^2 = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2$ ，是振幅 x_n 的均方差，将公式(6)和(7)代入公式(5)并除以时间 Δ 得：

$$\Delta^{-1} \langle |Y(w)|^2 \rangle = \frac{|F(w)|^2}{T} \left\{ \sigma_x^2 + \langle x^2 \rangle \right\}$$

$$(1-|P(w)|^2) + \frac{\langle x^2 \rangle |P(w)|^2}{2N+1} \times \left\{ \sum_n \sum_m \exp[-iw(n-m)T] \right\}$$

又因为,

$$\sum_n \sum_m \exp[-iw(n-m)T] = \frac{\sin^2(2N+1)wT/2}{\sin^2wT/2}$$

$$\Delta^{-1} \langle |Y(w)|^2 \rangle = \frac{|F(w)|^2}{T} \left\{ \sigma_x^2 + \langle x^2 \rangle (1-|P(w)|^2) + \langle x^2 \rangle |P(w)|^2 \frac{\sin^2(2N+1)wT/2}{(2N+1)\sin^2wT/2} \right\} \quad (8)$$

$$S_p(w) = \frac{\langle x^2 \rangle |F(w)|^2}{T} \left\{ \sigma_r^2 + (1-|P(w)|^2) + w_0 |P(w)|^2 \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(w-kw_0) \right\} \quad (9)$$

式中 $\sigma_r^2 = \sigma_x^2 / \langle x^2 \rangle$; $w_0 = 2\pi/T$, 为重复频率。

在没有噪声的理想情况下, x_n, τ_n 均为常数, 取 $x_n = 1, \tau_n = 0$, 则公式(9)变为:

$$S_p(w) = \frac{|F(w)|^2}{T} w_0 \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(w-kw_0) \quad (10)$$

即在无噪声的情况下, 激光器输出的脉冲的功率谱为理想的梳状波, 重复频率为 w_0 , 振幅正比于 $|F(w)|^2$, 如图 1 所示。

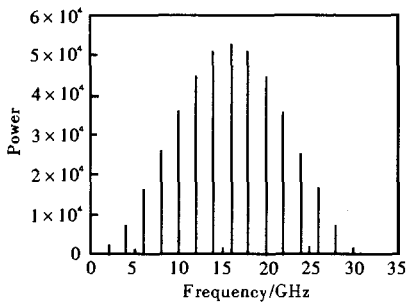


图 1 无噪声光脉冲的功率谱

Fig.1 Optical pulse power spectrum without noise

公式(9)适用于任何时基抖动和振幅噪声不相关的情况, 一般增益开关激光器的时间抖动都很小, 故在讨论低噪声的情况时, 将 $P(w)$ 用 Maclaurin 公式展开并由傅里叶变换的导数定理得:

$$P(w) = 1 - i\langle \tau \rangle w - \frac{1}{2} \langle \tau^2 \rangle w^2 + \dots,$$

所以 $|P(w)|^2 = 1 - \sigma_\tau^2 w^2 + \frac{1}{4} \langle \tau^2 \rangle^2 w^4 + \dots, w^4$ 以及更高次

项造成激光器脉冲宽度的变化, 而对脉冲的时基抖动影响很小, 这里假设脉冲的宽度不发生改变, 取 $|P(w)|^2 = 1 - \sigma_\tau^2 w^2$, 则公式(9)可简化为:

$$s(w) = \frac{\langle x^2 \rangle |F(w)|^2}{T} \left\{ \sigma_r^2 + \sigma_\tau^2 w^2 + w_0 (1 - \sigma_\tau^2 w^2) \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(w - kw_0) \right\} \quad (11)$$

此时, 激光脉冲功率谱除梳状波外, 还会出现连续基底, 基底部分的能量由时基抖动和振幅噪声造成。假设脉冲形状为高斯脉冲, 脉宽为 48 ps, 时基抖动项服从正态分布 $\sigma_\tau = 1$ ps, 振幅噪声项服从均匀分布 $\sigma_r = 0.0826, \langle x^2 \rangle = 0.2458$, 其数值模拟结果如图 2 所示。

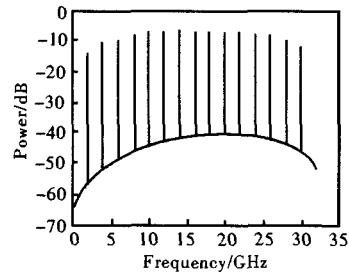


图 2 含有振幅噪声和相位噪声的功率谱

Fig.2 Power spectrum with amplitude and phase noise

而在参考文献[4]中则将公式(11)右边第三项系数 $w_0 (1 - \sigma_\tau^2 w^2)$ 近似为 w_0 , 即认为 $\sigma_\tau^2 w^2 \ll 1$, 在这种情况下功率谱中的能量重新分配, 使原本属于噪声基底部分的能量转移到了脉冲部分, 给计算激光脉冲的时基抖动和振幅噪声引入很大的误差, 特别是在脉冲的时基抖动较大和脉冲的谐波级次较高的情况下。我们模拟了其功率谱图, 如图 3 所示。

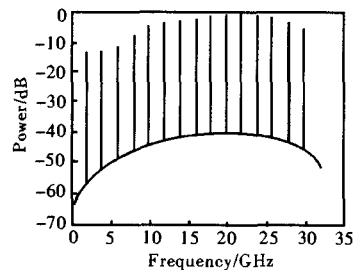


图 3 未修正误差的噪声和相位噪声的功率谱

Fig.3 Power spectrum with amplitude and phase noise without correct error

比较图 2、图 3 可以看出将 $w_0(1-\sigma_r^2 w^2)$ 近似为 w_0 , 脉冲的光功率则有明显增加, 利用相对噪声法计算则使脉冲抖动的测量值偏低。所以在计算脉冲抖动时应该采用公式(11)。

2 时基抖动和振幅噪声的测量

在前边抖动频谱分析中, 如果用时域上的连续函数 $A(t)$ 和 $J(t)$ 分别表示归一化的脉冲功率和脉冲重复频率的随机起伏, σ_A 、 σ_J 分别为 $A(t)$ 和 $J(t)$ 的标准偏差。脉冲形状近似为 δ 函数, 则脉冲序列可以表示为:

$$I(t) = \frac{P}{w_0} [1 + A(t)] \sum_{-\infty}^{+\infty} \delta\left[t - \frac{n}{w_0} - J(t)\right] \quad (12)$$

式中 P 为光脉冲串的平均功率; w_0 为脉冲的重复频率, 则对应于公式(12)可以推导出频谱仪测得的光脉冲的功率谱 $S_p(w)$, 即有:

$$S_p(w) = P_0^2 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left\{ \left[1 - (2\pi w_0 \sigma_J)^2 \right] \delta(w - n w_0) + \left[1 - (2\pi w_0 \sigma_J)^2 \right] S_A(w - n w_0) + (2\pi n w_0)^2 S_J(w - n w_0) \right\} \quad (13)$$

式中 $S_A(w)$ 为振幅噪声的功率谱密度; $S_J(w)$ 为相位噪声的功率谱密度。从公式(11)和(13)可以看出, 对于脉冲重复频率的不同级次谐波, 其功率谱包含振幅噪声边带 $S_A(w - n w_0)$ 和相位噪声边带 $(2\pi n w_0)^2 S_J(w - n w_0)$ 。其中振幅噪声边带在激光脉冲重复频率的各次谐波中保持不变, 而相位噪声边带正比于谐波次级的平方。这一点从图 2 中可以看出脉冲基底随着脉冲的频率明显增加。在 $n=1$ 时噪声基底由 10% 的相位噪声和 90% 的振幅噪声组成, 而 $n=10$ 时由 92% 的相位噪声和 8% 的振幅噪声组成。

在测量实验中, 频谱仪显示的是分辨率带宽内积分的功率谱密度 $P(w)$ 。对于给定频率范围 (w_l, w_h) 均方根振幅抖动为^[6-9]:

$$\sigma_A[w_l, w_h] = \sqrt{\langle A(t)^2 \rangle} = \sqrt{P_{sb}/P_c} \quad (14)$$

式中 $P_{sb} = \int_{nw_0+w_l}^{nw_0+w_h} \frac{2P(w)}{RB} dw$ 。

时基抖动为:

$$\sigma_J[w_l, w_h] = \sqrt{\langle J(t)^2 \rangle} = \frac{1}{2\pi n w_0} \sqrt{P_{sb}/P_c} \quad (15)$$

在实验中用谐波分析法测量增益开关 F-P 激光器在外光注入下产生的脉冲的时间抖动和振幅噪声。利用一个低噪声电压控制晶体振荡器产生 400 MHz 的正弦信号, 经过射频放大器放大后输入到梳状波发生器中, 产生低抖动 (RMS Jitter < 900 fs) 脉宽 (FWHM) 为 205 ps 的电脉冲。用此电脉冲调制 F-P 激光器产生激光脉冲, 同时用 DFB 激光器进行外光注入以降低脉冲的时基抖动。实验中 F-P 激光器的偏置电流为 $0.6 I_{th}$ (阈值电流), 利用温度控制器对 F-P 激光器进行温度调谐, 控制其输出中心波长在 1550 nm。使用一个带宽为 47 GHz 的超快光电探测器和频率范围为 9 kHz~26.5 GHz 的安捷伦 E4407B 频谱仪测量脉冲的时基抖动和振幅噪声, 测得外光注入下 F-P 激光器的谐波频谱如图 4 所示。取 $w_l =$

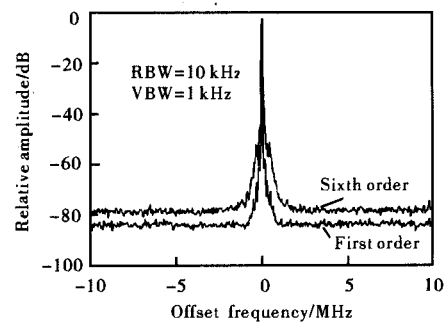


图 4 基波和 6 次谐波的噪声边带
Fig.4 Noise sideband of the first and sixth order

50 kHz、 $w_h = w_0/2 = 200$ MHz, 计算结果时基抖动为 905 fs, 振幅噪声为 2.83%。同时用带宽为 50 GHz 取样示波器测得激光脉冲的时基抖动为 1.06 ps, 其结果基本一致。

3 讨论与结论

谐波分析方法可以同时测量激光脉冲的时基抖动和振幅噪声, 但是它会受到频谱仪噪声基底随谐波次级的增加而增加的影响。同时如果脉冲的重复频率在大于 10 GHz 的情况下, 由于频谱仪测量带宽的限制而无法测量高次谐波。谐波频谱技术其误差 (下转第 547 页)

到了 GaN 薄膜 9.0~12.6 μm 波段的折射率和消光系数。这一波段的本征 GaN 材料的光学参数的色散曲线尚属首次报道。显然,对于目前获得的本征 GaN 材料,其在本文关心的这一波段内有较高的吸收系数。这些结果对红外紫外多波段集成的探测器研制具有重要的参考意义。

参考文献:

- [1] Nakamura S, Senoh M, Nagahama S, et al. InGaN multi-quantum-well structure laser diodes grown on MgAl_2O_4 substrates[J]. Appl Phys Lett, 1996, 68: 2105-2107.
- [2] Monemar B. III-V Nitrides-Important future electronic materials[J]. Journal of Materials Science: Materials in Electronics, 1999, 10: 227-254.
- [3] Perlin P, Camassel J, Knap W, et al. Investigation of longitudinal-optical phonon-plasmon coupled modes in highly conducting bulk GaN[J]. Appl Phys Lett, 1995, 67: 2524-2526.
- [4] Barker A S, Jr, Ilegems M. Infrared lattice vibrations and free-electron dispersion in GaN[J]. Phys Rev B, 1973, 7: 743-750.
- [5] Li Z F, Lu W, Ye H J, et al. Carrier concentration and mobility in GaN epilayers on sapphire substrate studied by infrared reflection spectroscopy[J]. J Appl Phys, 1999, 86: 2691-2695.
- [6] Kozawa T, Kachi T, Kano H, et al. Raman scattering from LO phonon-plasmon coupled modes in gallium nitride[J]. J Appl Phys, 1994, 75: 1098-1101.
- [7] Herzinger C M, Johs B, McGahan W A, et al. Ellipsometric determination of optical constants for silicon and thermally grown silicon dioxide via a multi-sample, multi-wavelength, multi-angle investigation[J]. J Appl Phys, 1998, 83: 3323-3336.
- [8] Azzam R M A, Bashara N M. Ellipsometry and Polarized Light[M]. North-Holland: Amsterdam, 1997. 283-288.
- [9] Schubert M, Tiwald T E, Herzinger C M. Infrared dielectric anisotropy and phonon modes of sapphire[J]. Phys Rev B, 1999, 61: 8187-8201.
- [10] Kawashima T, Yodhikawa H, Adachi S, et al. Optical properties of hexagonal GaN[J]. J Appl Phys, 1997, 82(7): 3528-3535.
- [11] Lian C X, Li X Y, Liu J. Optical anisotropy of wurtzite GaN on sapphire characterized by spectroscopic ellipsometry[J]. Semicond Sci Technol, 2004, 19: 417-420.
- [12] Jenkins F A, White H E. Fundamentals of Optics[M]. New York: Mc Graw-Hill, 1976. 487-488.

(上接第 543 页)

来源主要是频谱分析仪的内部噪声及数值拟合带来的。同时在推导光脉冲的频谱时,假设相位噪声和振幅噪声是小量且不相关,用于测量时基抖动较大的脉冲时会引入较大的误差。在脉冲的时基抖动很小,而且重复频率较低时,可用谐波分析法来测量其时基抖动和振幅噪声。

参考文献:

- [1] Yoshida E, Nakazawa M. Measurement of the timing jitter and pulse energy fluctuation of PLL regeneratively model-locked fiber-laser[J]. IEEE Photon Technol Lett, 1999, 11: 548-550.
- [2] Shen T M. Timing jitter in semiconductor laser under pseudorandom word modulation[J]. J of Lightwave Technol, 1989, 17: 1394-1399.
- [3] Tsuchida H. Time-domain measurement of pulse-timing fluctuations in a model-locked laser diode[J]. IEEE Photon Technol Lett, 2002, 14: 513-515.
- [4] David A Leep. Spectral measurement of timing jitter in gain-semiconductor lasers[J]. Appl Phys Lett, 1992, 60(20): 2451-2453.
- [5] WANG Yun-cai. Measurement of timing jitter in a pulse LD with phase noise and harmonic analysis methods[J]. Journal of Optoelectronics-Laser (王云才. 用相位噪声和谐波分析法测量激光脉冲的时基抖动. 光电子·激光. 2003, 14(9): 961-964.
- [6] Andrew Finch, ZHU Xiao-nong, Peter N Kean. Noise characterization of mode-locked color-center laser sources[J]. IEEE J of Quantum Electron, 1990, 26(6): 1115-1123.
- [7] PENG Peng-chun, Tseng Hong-Yih, Sien Chi. A Tunable dual-wavelength erbium-doped fiber ring laser using a self-seeded Fabry-Pérot laser diode[J]. IEEE Photon Technol Lett, 2003, 15(5): 661-663.
- [8] ZHANG M, WANG D N, LI H, et al. Tunable dual-wavelength picosecond pulse generation by the use of two Fabry-Pérot laser diodes in an external injection seeding scheme[J]. IEEE Photon Technol Lett, 2002, 14(1): 92-94.
- [9] Yasuhiro Matsui, Satoko Kutsuzawa, Shin Arahira, et al. Generation of wavelength tunable gain-switched pulses from FP MQW lasers with external injection seeding[J]. IEEE Photon Technol Lett, 1997, 9(8): 1087-1089.