

基于 Mie 散射理论的微球体颗粒半径分析*

孙国正¹, 孙 强², 任智斌³

- (1. 南京理工大学 电子工程与光电技术学院, 江苏 南京 210094;
2. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所 应用光学国家重点实验室, 吉林 长春 130033;
3. 长春理工大学 研究生部, 吉林 长春 130022)

摘要:为高效、经济、准确地对微球体颗粒的半径进行测量, 基于 Mie 散射理论设计了一种测量装置。本文应用 Mie 散射理论对微球体颗粒光散射的性质进行了理论分析与数值计算, 得出了散射光分布与入射光波长、微球体颗粒半径以及微球体相对折射率之间的关系。结果表明: 入射光波长越小, 散射光能量越集中分布在散射角较小的范围内; 相对折射率的变化对散射光分布的影响不大; 不同半径颗粒的散射光强的分布差异较大, 因此通过测量散射光的分布可以确定微球体颗粒的半径, 从理论上证明了该设计方案的可行性。结合理论分析与计算结果设计了一种用于测量微球体颗粒半径的装置, 该装置具有结构简单、成本低、效率高等优点, 可以用于实际测量, 具有一定的实用性。

关键词: Mie 散射理论; 半径测量装置; 微球体颗粒

中图分类号: TH744 文献标识码: A 文章编号: 1007-2276(2005)04-0495-04

Analysis of the radius of microsphere particles based on Mie scattering theory*

SUN Guo-zheng¹, SUN Qiang², REN Zhi-bin³

- (1. School of Electronic Engineering and Optoelectronic Techniques, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China; 2. State Key Laboratory of Applied Optics, Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China; 3. Changchun University of Science and Technology, Postgraduate School, Changchun 130022, China)

Abstract: To measure the radius of microsphere particles effectively, economically and accurately, the Mie scattering theory is adopted to design the radius measuring device. The theoretical analysis and numerical calculations of microsphere particle light scattering characteristics are carrying out by using Mie scattering theory. Moreover, the relations of the distribution of scattering light and incident wavelength, the radius of microparticle and the relative index of the microsphere particle are presented. Three results are obtained. Firstly, the energy of scattering light distributes in the area where scattering angle is small when the incident wavelength is small. Secondly, the variety of the relative index has little effect on the

收稿日期: 2004-10-05; 修订日期: 2004-11-01

* 基金项目: 云南省省院省校科技合作计划项目支持(2004yx30); 中国科学院王宽诚博士后工作奖励基金支持; 应用光学国家重点实验室开放基金支持(DA04Q03)

作者简介: 孙国正(1968-), 男, 江苏盐城人, 博士生, 主要从事光电器件、微光学计算研究工作。

distribution of scattering light. Thirdly, the distributions of scattering light have great difference according to different radiuses of microsphere particle, so that the radius of the microsphere particle could be obtained by measuring the distribution of the scattering light, therefore, the feasibility of the design scheme is proved theoretically. The radius measuring device for microsphere particles is designed based on theoretical analysis and numerical calculations. The device has the merits of simple structure, low cost and high efficiency. The device is practical and could be adapted to practical measurement.

Key words: Mie scattering theory; Radius measuring device; Microsphere particle

0 引言

在科学技术飞速发展的今天, 微电子技术、光刻技术以及以光刻技术为核心的超大规模集成电路制造技术取得了飞速的进展, 促进了微光学技术的发展, 人们所能加工的光学元件的口径也越来越微小了。最近, 在波长为 $9.3 \mu\text{m}$ 的入射光的照射下, 直径为 $15 \mu\text{m}$ 、分辨率能达到 $\lambda/5$ 的微球体透镜已经通过微加工手段制造出来^[1]。另一方面, 以化学自组装技术为基础的光子晶体制造工艺也进一步成熟, 据国外文献报道, 美国的许多公司已经能制造出直径为 $0.02\sim 90 \mu\text{m}$ 的单分散胶体球状颗粒^[2]。

对微球体颗粒半径进行精确测量可采用原子力显微镜 (AFM)、扫描电镜 (SEM) 等仪器。然而, 这些仪器比较昂贵, 远远超过了一般科研单位及人员的支付能力。根据微球体颗粒光散射的特性, 应用 Mie 散射理论分析了微球体颗粒光散射的性质并设计了一种用于测量微颗粒半径的比较经济实用且结构简单、容易制作的实验装置。

1 微球体颗粒光散射的性质

对口径接近入射光波长的光学元件进行分析时, 由于入射光在其表面的衍射会引起幅度和相位的变化, 影响其聚焦性能, 因此标量衍射理论与矢量衍射理论都不能准确地对透镜的光学性质进行分析。甚至, 有的文献还采用几何光学方法进行分析, 这样的结果很不精确。目前, 广泛用于对直径与入射光波长数量级相同的光学元件分析的理论是 Mie 理论。1980 年 G.Mie^[3]在电磁理论的基础上, 对平面单色波被一个位于均匀媒质中具有任意直径及任意成分

的球衍射得出了严格解。以后, 很多学者把 Mie 理论在各个领域中完善、扩展, 解决各自领域的相关问题^[4-14], 直到现在, 人们对 Mie 理论的研究仍在进一步深入。光波被真空中或均匀非吸收介质中的球状颗粒的散射可由 Mie 散射理论形式给出^[4-8]。该理论的精确解可通过矢量球谐波展开形式得到。散射光振幅 E_s 与光强 I_s 由下式给出:

$$E_s = \frac{e^{ikr}}{r} \frac{i}{k} \left[\hat{\theta} S_2(\theta) \cos\phi - \hat{\phi} S_1(\theta) \sin\phi \right] \quad (1)$$

$$I_s = E_s \times E_s^* \quad (2)$$

$$S_1(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)}{n(n+1)} [a_n(x, m) \pi_n(\cos\theta) + b_n(x, m) \tau_n(\cos\theta)] \quad (3)$$

$$S_2(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)}{n(n+1)} [a_n(x, m) \tau_n(\cos\theta) + b_n(x, m) \pi_n(\cos\theta)] \quad (4)$$

$$a_n(x, m) = \frac{m\psi_n(mx)\psi'_n(x) - \psi_n(x)\psi'_n(mx)}{m\psi_n(mx)\xi'_n(x) - \xi_n(x)\psi'_n(mx)} \quad (5)$$

$$b_n(x, m) = \frac{m\psi_n(x)\psi'_n(mx) - \psi_n(mx)\psi'_n(x)}{m\xi_n(x)\psi'_n(mx) - \psi_n(mx)\xi'_n(mx)} \quad (6)$$

$$\pi_n = \frac{1}{\sin\theta} \quad (7)$$

$$\tau_n = \frac{1}{d\theta} \quad (8)$$

式中 $\psi_n(x)$ 和 $\xi_n(x)$ 为 Riccati-Bessel 函数; m 为球与介质之间的相对折射率; x 为球的口径参数, $x=ka=2\pi a/\lambda$, a 为球的半径, λ 为入射光波在真空中的波长; p_n^1 为一阶 Legendre 函数。

2 微球体颗粒散射光分布规律的数值结果

根据公式(1)~(8)利用Matlab 语言编写相应的程序可以计算出散射光强的数值结果。改变入射光波长 λ 、微球体颗粒半径 a 、相对折射率 m , 便可得出散射光强 I_s 的分布与它们的关系。

2.1 入射光波长对散射光分布的影响

图 1 给出了对应于不同入射光波长时散射光强 I_s 的分布曲线。可以看出, 入射光波长越小, 散射光能量越集中分布在散射角较小的范围内。从测量的角度来说, 散射光分布越集中, 观察得越清晰、采集的信号越强、测量越准确, 因此实际中不应使用红外光源。然而紫外光对人体有伤害, 不易直接观察调试。因此, 可以采用可见光中波长较短的紫光或蓝光作为光源。

2.2 相对折射率对散射光分布的影响

图 2 给出了对应于不同折射率时散射光强 I_s 的分布曲线。可以看出, 在 $I_s = \frac{\sqrt{2}}{2} I_0$ (I_0 为 $\theta=0^\circ$ 处光强) 处, 折射率的变化对光强的影响很小。尤其在观测同类物质颗粒时, 颗粒间折射率差异很小, 由此所引起的测量误差可以忽略。

2.3 微球体颗粒半径对散射光分布的影响

微球体颗粒半径对散射光分布的影响如图 3~图 5 所示, 可以看出, 对于不同的入射光波长, 微颗粒的折射率 $m=1.5$ 时, 随着半径的变化, 散射光的分布都呈现规律性的变化, 且在 $I_s = \frac{\sqrt{2}}{2} I_0$ 处的不同直径颗粒的散射光强有较大差异, 因此改点光强大小可以由公式(1)~(8) 精确地求出微球体颗粒的半径。

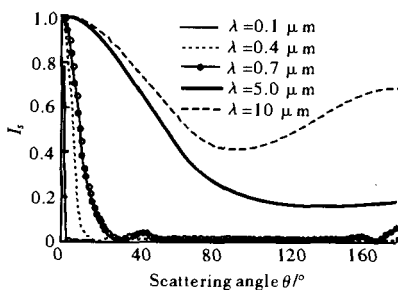


图 1 对应于不同入射光波长时, 散射光强 I_s 随散射角 θ 的变化曲线 ($m=1.5, a=1 \mu\text{m}$)
Fig.1 Relations of I_s and scattering angle θ , corresponding to different λ ($m=1.5, a=1 \mu\text{m}$)

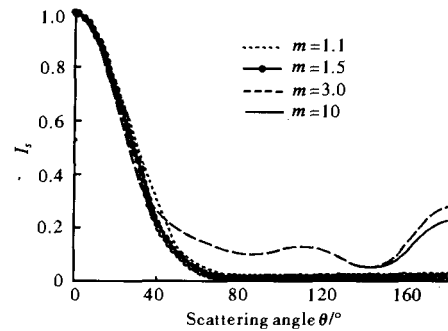


图 2 球体折射率变化时, 散射光强 I_s 随散射角 θ 的变化曲线 ($\lambda=0.4 \mu\text{m}, a=0.2 \mu\text{m}$)

Fig.2 Relations of I_s and scattering angle θ , corresponding to different m ($\lambda=0.4 \mu\text{m}, a=0.2 \mu\text{m}$)

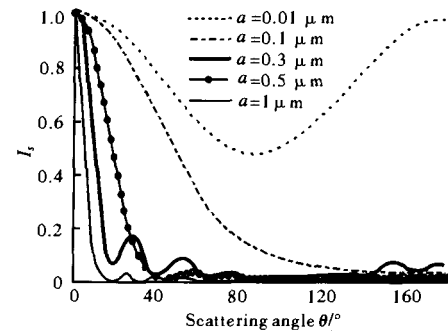


图 3 半径变化时, 散射光强 I_s 随散射角 θ 的变化曲线 ($m=1.5, \lambda=0.442 \mu\text{m}$)

Fig.3 Relations of I_s and scattering angle θ , corresponding to different a ($m=1.5, \lambda=0.442 \mu\text{m}$)

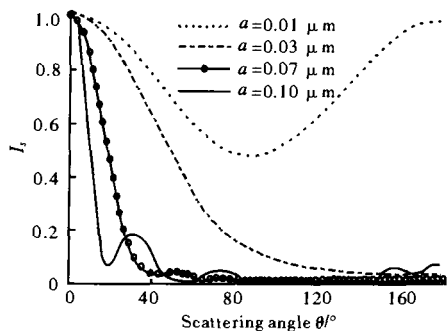


图 4 半径变化时, 散射光强 I_s 随散射角 θ 的变化曲线 ($m=1.5, \lambda=0.1 \mu\text{m}$)

Fig.4 Relations of I_s and scattering angle θ , corresponding to different a ($m=1.5, \lambda=0.1 \mu\text{m}$)

3 系统设计

用于测量微球体半径的实验装置如图 6 所示。光源用波长为 442 nm 的 He-Cd 激光器, 该光源发出的

平行光照射到微球体颗粒并被其散射。在光轴方向上距球心 d 的位置放置观测装置,观测装置由目视装置和 CCD 构成,目视装置可由物镜、目镜系统和光强调节装置组成,便于人眼观察并调节光强以致不损伤人眼,CCD 可对光信号进行采样,对光斑大小进行测量。

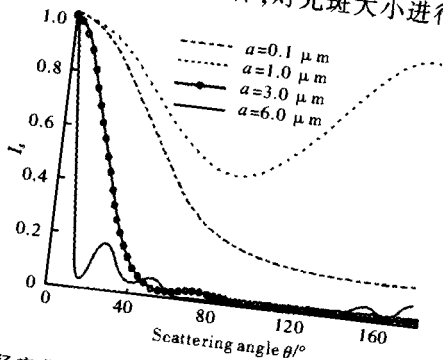


图 5 半径变化时,散射光强 I_s 随散射角 θ 的变化曲线
($m=1.5, \lambda=5 \mu\text{m}$)
Fig.5 Relations of I_s and scattering angle θ , corresponding to different a ($m=1.5, \lambda=5 \mu\text{m}$)

测量时,操作者可通过目镜对散射光斑进行观察并可手动调节微球体于观测平面的距离 d 。通过采集的信号确定光强为 $I = \frac{\sqrt{2}}{2} I_0$ (距光轴的距离为观测平面上光轴处的光强),可得出散射角 θ 。

$$\theta = \arctg \frac{x}{d} \quad (9)$$

测量 SiO_2 胶体球颗粒的半径时, $m=1.5$, 测得 I 的值, 求出 θ 的大小, 应用 Mie 散射理论公式便可计算出该球体颗粒的半径。

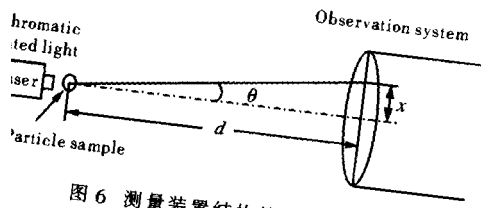


图 6 测量装置结构简图
Fig.6 Brief graph of the measuring device

Mie 散射理论对微球体颗粒光散射的理论分析, 并利用理论分析的结果设计了微球体颗粒直径的简易装置, 该装置具

有结构简单、成本低、效率高及实用性强等优点。

参考文献:

- [1] Fletcher D A, Goodson K E, Kino G S. Focusing in microlenses close to a wavelength in diameter[J]. Optics Letters, 2001, 26(7): 399-401.
- [2] Younan B Y, Byron Gates, Yadong Yin, et al. Monodispersed colloidal spheres: old materials with new applications[J]. Advanced Materials, 2000, 12(10): 693-713.
- [3] Mie G. Beitrage zur optik truber medien speziel kolloidaler metallosungen[J]. Ann Phys, 1908, 25(4): 377-445.
- [4] Leung Tsang, Jin Au Kong, Kung-Hau Ding. Scattering of Electromagnetic Waves[M]. New York: JOHN & SONS Inc, 2000. 1-52.
- [5] Van de Hulst H C. Light Scattering by Small Particles[M]. New York: JOHN & SONS Inc, 1957. 28-102.
- [6] Bohren C F, Huffman D R. Absorption and Scattering of Light by Small Particles[M]. New York: JOHN & SONS Inc, 1983. 1-165.
- [7] Born M, Wolf E. Principles of Optics. 6th ed[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1980. 633-664.
- [8] Petr Chylek. Partial-wave resonance and the ripple structure in the Mie normalized extinction cross section[J]. J Opt Soc Am, 1976, 66(3): 285-287.
- [9] Petr Chylek. Asymptotic limits of the Mie-scattering characteristics[J]. J Opt Soc Am, 1975, 65(11): 1316-1318.
- [10] CHEN An-jun. Dual light path laser detection system for visibility by forward scattering[J]. Infrared and Laser Engineering (陈安军. 利用前向散射实现的双光路能见度激光测量系统. 红外与激光工程), 2001, 30(4): 226-230.
- [11] DAI Guang-hui, REN Zhi-bin. Study of microsphere extinction efficiency by Matlab language computer simulation[J]. Infrared and Laser Engineering (代光辉, 任智斌. 采用 Matlab 语言的计算机仿真微球体消光率特性研究. 红外与激光工程), 2004, 33(3): 231-234.
- [12] SUN Qiang, WANG Zhao-qi, LIU Hong-bo, et al. Optical system of harmonic diffractive/refractive for infrared dual color detector[J]. Infrared and Laser Engineering (孙强, 王肇圻, 刘宏波, 等. 应用于双色探测器的谐波衍射/折射光学系统. 红外与激光工程), 2003, 33(3): 47-51.
- [13] Wayan Sudiarta, Petr Chylek. Mie-scattering formalism for spherical particles embedded in an absorbing medium[J]. J Opt Soc Am, 2001, 18(6): 1275-1278.
- [14] REN Zhi-bin, LU Zhen-wu, LIU Yu-ling, et al. Study of Mie normalized scattered intensity distributions[J]. Journal of Optoelectronics-Laser (任智斌, 卢振武, 刘玉玲, 等. Mie 散射光强的分布特性研究. 红外与激光工程), 2004, 33(3): 231-234.