

干涉图空域延拓技术研究

苏俊宏^{1,2}, 陈磊², 朱日宏²

(1.西安工业学院 陕西省薄膜技术与光学检测重点实验室, 陕西 西安 710032;
2.南京理工大学 电光学院, 江苏 南京 210094)

摘要:现代干涉测试的核心是用合理的算法处理干涉图而获得所需的面形及参数。用二维 FFT 方法处理干涉图时, 由于 FFT 算法只能处理数字化的离散数据, 且要求数据分布区域必须是矩形区域, 因此必须设法将圆形区域干涉图扩展延拓成矩形区域。在研究二维 FFT 法进行干涉测试基本原理的基础上, 提出了一种干涉图空域迭代延拓的原理和方法, 利用该方法对一幅实际干涉图进行空域延拓, 取得了满意的延拓效果。结果表明, 该方法具有较高的处理精度, 为波面相位复原奠定了基础。

关键词:二维 FFT; 区域延拓; 干涉图; 算法

中图分类号: O436.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-2276(2005)04-0397-04

Interferogram region spreading technology in spatial domain

SU Jun-hong^{1,2}, CHEN Lei², ZHU Ri-hong²

(1. Shaanxi Province Key Laboratory of Thin Film Technology and Optical Test, Xi'an Institute of Technology, Xi'an 710032, China;
2. School of Electronic and Optical Technology, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: The kernel of modern interferometry is to obtain necessary surface shape and parameter by processing interferogram with reasonable algorithm. The circular interferogram must be spread into square region when interferogram is disposed by using 2-D FFT arithmetic, which is applied only to numeric disperse data and requires square distributing region. On the basis of the study of the basic principle of interferometry by using 2-D FFT arithmetic, the principle and method of interferogram region spreading is proposed. This technique has been used in region spreading of an actual interferogram with satisfactory result. The results indicate that the method has high processing precision and establishes the foundation to phase recovery.

Key words: 2-D FFT; Region spreading; Interferogram; Algorithm

0 引言

采用二维 FFT 方法对干涉图处理后可得到被测面

的波面面形, 数据处理过程可借助于计算机完成^[1]。由于计算机只能处理数字化的离散数据, 因此所采用的傅里叶变换是离散傅里叶变换, 为了提高运算速度,

收稿日期: 2005-05-14; 修订日期: 2005-06-16

作者简介: 苏俊宏(1963-), 男, 陕西西安人, 教授, 博士生, 主要从事光电技术及仪器、薄膜技术及检测方面的研究。

减少运算时间,一般采用快速傅里叶变换算法。用二维 FFT 算法对干涉条纹图进行插值时,要求采样序列长度满足 2 的 n 次方,所以处理的数据块呈矩形形状,即采样的行列都是 2 的 n 次方,如果数据块不是矩形区域,为了采用二维 FFT 算法,则要设法变成矩形区域。由于一般干涉图数据的有效区域是圆形的,这样的数据块不能直接使用二维 FFT 算法进行处理,必须对图像区域进行空域延拓^[2],使数据有效区域变成矩形区域,为此提出了区域外插的思想^[3-5]。区域外插的方法很多,最简单的是将扩充的区域内数据取为零,即在圆域干涉图之外、方型区域之内以零代替条纹数据再作傅里叶变换。由于条纹在孔径边界突然消失,引起傅里叶谱的扩散,在恢复所得波面的孔径边缘产生很大误差,形成边界效应^[6]。因此必须用一种既科学又精确的方法,将不是矩形状的数据区域延拓变成矩形区域。在对二维 FFT 法进行干涉测试的基本原理研究的基础上,提出了一种基于二维 FFT 变换的干涉图迭代延拓方法,利用该方法对一幅测量量块长度时获取的干涉图进行了延拓,取得满意的效果。

1 二维 FFT 法进行干涉测试的基本原理

根据光干涉原理,两个相干波面发生干涉时,其干涉图像的光强分布为:

$$i(x,y)=a(x,y)+b(x,y)\cos[\varphi_0(x,y)] \quad (1)$$

式中 $a(x,y)$ 为干涉图背景光强; $b(x,y)$ 为干涉条纹的幅值调制; $\varphi_0(x,y)=\varphi_s(x,y)-\varphi_R(x,y)$, $\varphi_s(x,y)$ 为带有量块信息的被测波面的相位分布函数; $\varphi_R(x,y)$ 为参考波前的相位分布函数。

公式(1)中 $a(x,y)$ 、 $b(x,y)$ 均为未知,故无法直接从中求解 $\varphi_0(x,y)$,为此对公式(1)进行变换。首先使参考波前在 x 方向和 y 方向上产生倾斜,则干涉条纹在沿与 x 方向成一定夹角的方向上变密集了,如图 1(a)所示,这相当于在 x 方向和 y 方向各引入了空间载频 f_x, f_y 。图 1(a)表示加载后的干涉图,(b)表示光瞳函数。干涉条纹的强度分布可以表达为:

$$i(x,y)=a(x,y)+b(x,y)\cos[\varphi_0(x,y)+2\pi f_x(x\cos\theta+y\sin\theta)]=a(x,y)+b(x,y)\cos[\varphi_0(x,y)+2\pi f_x x+2\pi f_y y] \quad (2)$$

式中 f_0 为与干涉条纹垂直方向的空间载频, $f_0=1/T$, T 为干涉条纹空间周期,常以每条纹采样像素表示。

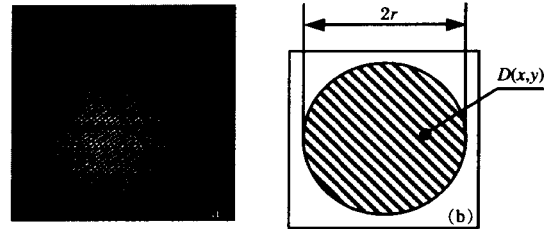


图1 空间载频干涉图

Fig.1 Spatial carrier frequency interferogram

如果能求出 $\varphi_0(x,y)$,且选定 $\varphi_R(x,y)$ 为一常量,如参考波前选平面波,就可求出被测波面的波差函数为:

$$W(x,y)=\frac{\lambda}{2\pi}\varphi_0(x,y) \quad (3)$$

为了求出 $\varphi_0(x,y)$,将公式(2)改写成复数表达式:

$$i(x,y)=a(x,y)+c(x,y)\exp(j2\pi f_x x+j2\pi f_y y)+c^*(x,y)\exp(-j2\pi f_x x-j2\pi f_y y) \quad (4)$$

式中

$$c(x,y)=\frac{1}{2}b(x,y)\exp[j\varphi_0(x,y)] \quad (5)$$

式中 (*) 表示复共轭。

在干涉图区域内,对公式(4)中的空间变量作二维 FFT 变换,有:

$$I(f_1,f_2)=A(f_1,f_2)+C(f_1-f_x,f_2-f_y)+C^*(f_1+f_x,f_2+f_y) \quad (6)$$

式中 大写字母表示频域中的值; $A(f_1,f_2)$ 为干涉图背景光强的频谱即零级谱分布函数; $C(f_1-f_x,f_2-f_y)$ 为正一级频谱的分布函数; $C^*(f_1+f_x,f_2+f_y)$ 为负一级频谱的函数分布。由公式(6)可知,正一级频谱的中心在 (f_x, f_y) , 而负一级频谱中心在 $(-f_x, -f_y)$, 如图 2 所示。由于 $a(x,y)$ 、 $b(x,y)$ 及 $\varphi_0(x,y)$ 的空间变化比引入的条纹空间频率 f_x, f_y 要缓慢得多,函数 $I(f_1,f_2)$ 在 (f_x, f_y) 、 $(-f_x, -f_y)$ 及原点处是峰值点。若载频 f_x 或 f_y 取得适当大,就可使零级频谱与正负一级频谱分离,并且使正一级频谱不失真地含有被测波面信息。这时只要采用一个中心频率为 (f_x, f_y) , 频带宽度适当的滤波器,就可将正一级频谱即 $C(f_1-f_x, f_2-f_y)$ 分离出来。然后在频域上将

$C(f_1-f_x, f_2-f_y)$ 从 (f_x, f_y) 平移到原点, 得到 $C(f_1, f_2)$, 这样就消除了不需要的背景光强 $a(x, y)$, 再对其

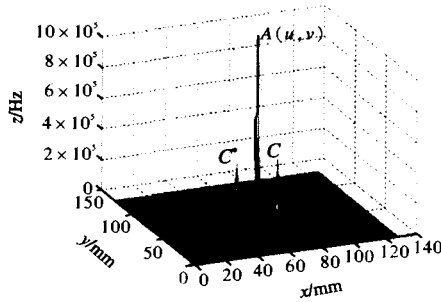


图 2 二维频谱立体图

Fig.2 Solid diagram of 2D frequency spectrum

进行二维傅里叶逆变换:

$$F^{-1}[C(f_1, f_2)] = c(x, y) = \frac{1}{2} b(x, y) \exp[j\varphi_0(x, y)] \quad (7)$$

就可得到公式(5)中的 $c(x, y)$, 从该表达式就可求出带有量块波面信息的相位分布函数 $\varphi_0(x, y)$ 为:

$$\varphi_0(x, y) = \arctan \frac{\text{Im}[c(x, y)]}{\text{Re}[c(x, y)]} \quad (8)$$

式中 $\text{Re}[c(x, y)]$ 、 $\text{Im}[c(x, y)]$ 分别为 $c(x, y)$ 的实部和虚部, 完成该过程的同时也消除了调制度 $b(x, y)$ 的影响。

2 基于二维 FFT 变换的干涉图的迭代延拓

2.1 干涉图迭代延拓的原理

一幅普通干涉图的光强分布也可描述为:

$$I(r) = D(r)A(r) \{1 + V(r) \cos[2\pi f_0 \cdot r - \varphi(r)]\} \quad (9)$$

式中 $D(r)$ 是对干涉图区域分布范围的描述, 其表达式可写成:

$$D(r) = \begin{cases} 1 & \text{干涉图内} \\ 0 & \text{干涉图外} \end{cases} \quad (10)$$

$A(r)$ 为连续区域内背景分布, 它在区域 D 内唯一确定; $V(r)$ 为条纹清晰度; f_0 为所加载频; $\varphi(r)$ 为被测面的相位分布。公式(9)还可写成复数形式:

$$I(r) = D(r)A(r) \left[1 + \frac{1}{2} C(r) \exp(j2\pi f_0 \cdot r) + \frac{1}{2} C(r) \exp(-j2\pi f_0 \cdot r) \right] \quad (11)$$

式中 $C(r)$ 称为复条纹可见度, 定义为:

$$C(r) = V(r) \exp[-j\varphi(r)] \quad (12)$$

对 $I(r)$ 进行傅里叶变换有:

$$\hat{I}(f) = \hat{D}(r) * \hat{A}(r) * \left[\delta(f) + \frac{1}{2} \hat{C}(f-f_0) + \frac{1}{2} \hat{C}^*(-f-f_0) \right] \quad (13)$$

式中 $(*)$ 表示卷积; $(^*)$ 表示复共轭; $\delta(f)$ 表示一个 Dirac 脉冲分布。

由于傅里叶变换原则上是对无限大的区间进行变换才不引起误差, 也就是公式(13)中的 $\hat{D}(r)$ 趋向于无穷大, 但实际干涉图都有确定的大小和较清晰的边缘, 如对干涉图边缘处理不当, 将是延拓时很重要的误差源, 表现在傅里叶频域上, 干涉图的边缘不连续性会产生很大的波纹现象。为了解决这个问题, 用基于二维 FFT 的迭代算法进行条纹延拓就可突破边缘的限制, 该算法的流程如图 3 所示。在除去连续分布后, 也就消除了干涉图内背景分布, 通过公式(9)有:

$$J(r) = \frac{I(r)}{A(r)} - D(r) = D(r)V(r) \cos[2\pi f_0 \cdot r - \varphi(r)] \quad (14)$$

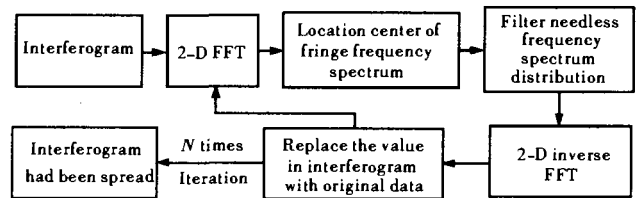


图 3 迭代延拓算法流程图

Fig.3 Flow diagram of iteration spreading arithmetic

其傅里叶变换为:

$$\hat{J}(f) = \hat{D}(f) * [1/2 \hat{C}(f-f_0) + 1/2 \hat{C}^*(-f-f_0)] \quad (15)$$

如果干涉图无限大, $\hat{J}(f)$ 将完全集中在以 $+f_0$ 和 $-f_0$ 为中心, 半径为 f_c ($\hat{C}(f)$ 的截止频率) 的两个圆域内, 该算法就是将所有在这两个圆域外的值置为零, 对其进行傅里叶逆变换, 产生一个有条纹延拓的干涉图, 如图 4 所示。干涉图内的值用原始数据代替, 延拓产生的值保持不变。对新的干涉图进行傅里叶变换重复上面的步骤直到绝大多数能量集中在两个圆内, 这通

常需要进行多次迭代才可达到目的。在干涉图内的条纹模式保持不变,只是对干涉图外的区域进行延拓,这就防止了傅里叶变换中两项重叠现象。

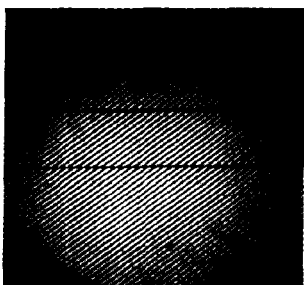


图 4 有延拓现象的干涉条纹图
Fig.4 Interferogram with spreading

2.2 干涉图迭代延拓实例

在用二维 FFT 方法对量块长度进行测量时,由干涉测试系统采集得到的原始干涉条纹图如图 5 所示,利用上述的迭代延拓方法编制算法处理程序^[7],对原始干涉图进行延拓处理,其延拓后的干涉图如图 6 所示。这两幅干涉条纹模式在干涉图内是一样的^[8]。

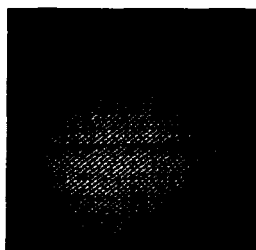


图 5 原始干涉图
Fig.5 Original interferogram

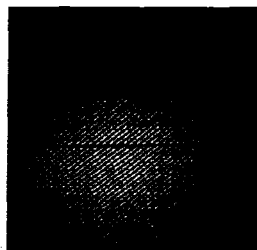


图 6 延拓后的干涉图
Fig.6 Spread interferogram

3 分析与结论

离散傅里叶变换必须是周期函数的傅里叶变换,上面描述的迭代算法不仅能对干涉条纹图进行延拓,而且还能很好地从一个周期到另一个周期进行内插值,也能够避免周期倾斜中的不连续性。这是因为周期倾斜是连续的,能量集中在傅里叶变换平面上,从而避免了由于有限采样而引起的误差。但应看到,这种延拓方法也存在很大的缺陷与局限性^[9]。首先,迭代效果的好坏没有客观的评价标准。因为二维 FFT 方

法对于空域能量分配变化影响的不确定性,算法中无法确定迭代多少次后延拓的干涉图达到了合适的效果。其次,延拓区域内外干涉图的灰度等级不一致。因为频域滤波会导致空域能量分配的极大变化。虽然该算法在迭代的过程中将有效区域干涉图替换回去,保证了有效区域的可靠性,通过迭代也逐步增强了待填充区域的能量分配,但要直接通过二维 FFT 方法迭代使待填充区域与有效区域灰度等级达到一致几乎是不可能的。

参考文献:

- [1] Bone D J, Bachor H A, Sandeman R J. Fringe pattern analyses using a 2-D Fourier transform[J]. *Applied Optics*, 1986, 25: 1653-1660.
- [2] Rodier C, Rodier F. Interferogram analysis using Fourier transform technique[J]. *Applied Optics*, 1987, 26(9): 1668-1673.
- [3] Talamonti J J, Kay R B, Krebs D J. Numerical model estimating the capabilities and limitations of the fast Fourier transform technique in absolute interferometry[J]. *Applied Optics*, 1996, 35(13): 2182-2191.
- [4] LIU Ting-ru, HE Hai-tao. A modified algorithm for fringe-pattern extrapolation based on FFT analysis[J]. *Journal of Shanghai University (Natural Science)*(刘廷瑞, 何海涛. 基于 FFT 干涉图处理的外插修正算法. 上海大学学报(自然科学版)), 2003, 9(5): 456-458.
- [5] ZHANG Jie, CHEN Ming-yi. A new algorithm of interference fringe extrapolation Fourier transform analysis[J]. *Optical Instruments* (张婕, 陈明仪. 傅里叶变换中干涉条纹的外插新算法. 光学仪器), 1996, 18(1): 20-26.
- [6] Gerchberg R W. Super-resolution through error energy reduction[J]. *Opt Acta*, 1974, 21: 709-720.
- [7] HE Yong, WANG Qing, ZHU Ri-hong, et al. Interferogram acquisition and procession system based on Windows environment[J]. *Infrared and Laser Engineering*(何勇, 王青, 朱日宏, 等. Windows 环境下干涉图像采集和处理软件. 红外与激光工程), 2003, 32(2): 203-206.
- [8] LI Shun-guang. Study on high precision testing of gauge block by FFT method[D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology(李顺光. FFT 进行量块高精度测试的研究. 南京: 南京理工大学), 1999.
- [9] CHEN Jin-jun. Study on interference testing by FFT method[D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology(陈进军. FFT 法进行干涉测试的研究. 南京: 南京理工大学), 2004.