

图像多小波域矢量量化策略

彭宁嵩^{1,2}, 杨杰¹

- (1. 上海交通大学 图像处理与模式识别研究所, 上海 200030;
2. 河南科技大学 电子与信息学院, 河南 洛阳 471039)

摘要:提出一种基于多小波变换结合矢量量化的图像编码算法(MDWT+VQ)。首先对图像进行多小波分解,然后对高频系数用改进后的 LBG 算法形成的码书进行 VQ 编码。算法充分利用了多小波域不同分辨率层间各方向子图像的相似性,仅对最高分辨率层进行码书地址索引,低级分辨率层的系数按照一定的组织形式直接套用最高分辨率层的地址索引信息。对比实验的结果验证了该算法在提高图像的重建质量以及在降低位码率方面均比传统的单小波图像编码算法有一定的提高。

关键词:多小波变换; 矢量量化; 多分辨率码书

中图分类号:TP391 **文献标识码:**A **文章编号:**1007-2276(2004)05-0520-04

Vector quantization scheme in image multiwavelet domain

PENG Ning-song^{1,2}, YANG Jie¹

- (1. Institute of Image Processing and Pattern Recognition, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China;
2. Institute of Electronic and Information, Henan University of Science and Technology, Luoyang 471039, China)

Abstract: An image coding scheme based on multiwavelet transform and vector quantization is proposed. Firstly, image is decomposed by multiwavelet transform, and then the high frequency coefficients are coded by use of the codebook made by the improved LBG algorithm. The scheme fully uses the comparability of different resolution sub-images in the multiwavelet domain. Coefficients in the highest resolution sub-image are indexed with codebook, and coefficients in the lower resolution sub-image use these index information directly under some certain organization. Comparing to the traditional coding method based on single wavelet, the scheme can improve the quality of reconstruction image and reduce the bite rate at the same time.

Key words: Multiwavelet transform; Vector quantization; Multiresolution codebook

0 引言

多小波变换与单小波变换相比有诸多优势。其

正交性确保了能量的不分散,使得变换域能量集中;光滑性可以减小高频带通滤波各个子带的频间相关干扰;紧支性保证了滤波器的有限响应,便于工程应用;而对称性保证了线性相位,使得重建结果符合人

收稿日期:2003-11-01; 修订日期:2003-12-15

作者简介:彭宁嵩(1973-),男,辽宁沈阳人,讲师,博士生,研究方向为图像处理、计算机视觉及模式识别。

眼视觉系统特性,同时又使得信号的边界易于处理。

总之,多小波弥补了以往单小波中不存在可同时满足上述性能的小波基的缺憾。多小波变换是用矢量滤波器组来处理矢量信号。矢量滤波器组在去除矢量之间相关性的同时,保持了矢量内部的相关性,所以信号多小波变换后的系数更加适合用矢量量化的方法进行编码,这在图像压缩中有着重要的价值。本文提出一种在图像多小波域中进行矢量量化的方法。对比实验表明了该方法优于传统的单小波图像编码方法。

1 多小波变换

1.1 多小波简介

和单小波变换类似,多小波变换也是建立在多分辨率分析(MRA)基础上的。不同的是,单小波只有一个尺度函数和一个小波函数,而多小波有多个尺度函数和多个小波函数。一个重要的多小波就是用分形插值的方法构建的 GHM 多小波^[1]。它包括两个尺度函数 $\phi_1(t), \phi_2(t)$ 和两个小波函数 $w_1(t), w_2(t)$ 。所对应的二尺度方程为:

$$\begin{cases} \Phi(t) = \begin{bmatrix} \phi_1(t) \\ \phi_2(t) \end{bmatrix} = H_0\Phi(2t) + H_1\Phi(2t-1) + \\ H_2\Phi(2t-2) + H_3\Phi(2t-3) \\ W(t) = \begin{bmatrix} w_1(t) \\ w_2(t) \end{bmatrix} = G_0\Phi(2t) + G_1\Phi(2t-1) + \\ G_2\Phi(2t-2) + G_3\Phi(2t-3) \end{cases} \quad (1)$$

式中 H, G 均为矢量滤波器^[1]。

1.2 多小波变换中的预滤波

多小波是用矢量滤波器组对信号进行分解、重建。滤波对象必须是满足一定要求的矢量信号。因此,在进行多小波分解前必须通过前置滤波器对原始离散信号进行预处理得到初始矢量,然后才能进行多小波变换。目前有很多预滤波方法^[2,3],本文采用基于低频近似的预处理方法^[4]。

设 $f(t)$ 是连续函数,用它表示尺度函数经平移后线性组合生成的 V_0 空间,有:

$$f(t) = \sum_n (c_{1,n}^{(0)}\phi_1(t-n) + c_{2,n}^{(0)}\phi_2(t-n)) \quad (2)$$

设 $f[2n]$ 是对 $f(t)$ 在半整数点的采样,有:

$$f[2n] = f(n), f[2n+1] = f(n+0.5) \quad (3)$$

由 GHM 多小波的尺度函数解析特性可知: $\phi_1(t)$ 在所有整数点上均为 0, $\phi_2(t)$, 只在 1 上有非零值。所以上式可写为:

$$\begin{cases} f[2n] = \phi_2(1)c_{2,n-1}^{(0)} \\ f[2n+1] = \phi_2(3/2)c_{2,n-1}^{(0)} + \phi_1(1/2)c_{1,n}^{(0)} + \phi_2(3/2)c_{2,n}^{(0)} \end{cases} \quad (4)$$

再根据 $\phi_2(t)$ 的对称性,最终可解得初始系数 $c_{1,n}^{(0)}, c_{2,n}^{(0)}$:

$$\begin{cases} c_{1,n}^{(0)} = (\phi_2(1)f[2n+1] - \phi_2(1/2)f[2n+2] - \\ \phi_2(3/2)f[2n]) / \phi_2(1)\phi_2(1/2) \\ c_{2,n}^{(0)} = \frac{f[2n+2]}{\phi_2(1)} \end{cases} \quad (5)$$

这样,就完成了对原始数据的预滤波。下面即可用 GHM 多小波将 $c_{1,n}^{(0)}, c_{2,n}^{(0)}$ 作为初始矢量进行多小波分解,重建后按公式(3)由 $c_{1,n}^{(0)}, c_{2,n}^{(0)}$ 求出 $f[n]$ 即可。

2 图像多小波域的矢量量化算法

图像多小波域矢量量化编码的关键在于生成一个能够精细刻画矢量间相似程度的码书和设计一种合理的形式用来组织小波系数,即一个能充分利用多小波变换特点的矢量组织策略。下面将讨论码书的生成算法和多分辨率码书的概念,同时给出多分辨率码书在多小波域中的具体矢量量化方法,以及如何对矢量进行组织。

2.1 改进的码书生产算法

LBG 算法是较为常用的码书生成算法。该算法中采用欧氏距刻画两个矢量的相似程度,然而欧氏距不能很好地满足要求,经常使图像恢复后的边缘失真较大。本文用加权欧氏距的形式改进 LBG 算法。两矢量的相似程度用如下方法度量:

$$d(X, Y) = (X - Y)^T W (X - Y) \quad (6)$$

其中

$$W = \sum_{i=1}^n [(x_i - y_i) - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (x_j - y_j)]^2 \quad (7)$$

权值 W 为两矢量相减所得矢量的方差。加权后,矢量间的相似程度得到了很好的刻画,特别是在图像的边缘上能消弱普通 VQ 算法中的边缘退化。改进后的码书生成算法如下:

(1) 随机得到初始码书 $Y_N^0 = \{y_1, y_2, y_3, \dots, y_N\}^0, 0$ 表示首次迭代的结果, N 为码书大小。设定平均失真 $D^{(-1)} \rightarrow \infty$, 算法收敛阈值 $\epsilon (0 < \epsilon < 1)$ 。

(2) 以 Y_N^0 为型心, 把训练集 $T_s = \{X_1, X_2, \dots, X_m\}$ 依下式分割成多个子集:

$$S_j^{(n)} = \{X \mid d(X, Y_j) \leq d(X, Y_i)\} \quad (8)$$

$$Y_j \in Y_N^{(n)}, X \in T_s, (j = 1, 2, \dots, N)$$

(3) 计算平均失真 $D^{(n)}$ 和相对失真 $\overline{D}^{(n)}$

$$D^{(n)} = \frac{1}{m} \sum_{r=1}^m \text{mind}(X_r, Y), Y \in Y_N^{(n)} \quad (9)$$

$$\overline{D}^{(n)} = \left| \frac{D^{(n-1)} - D^{(n)}}{D^{(n)}} \right| \quad (10)$$

(4) 如果 $\overline{D}^{(n)} < \epsilon$ 停止计算, $Y_N^{(n)}$ 就是最终码书, 否则重新计算型心:

$$y_i = \frac{1}{|S_i|} \sum_{X \in S_i} X \quad (11)$$

得到新一轮码书: $Y_N^{n+1} = \{y_1^{(n+1)}, y_2^{(n+1)}, \dots, y_N^{(n+1)}\}$, 并返回步骤(2)。

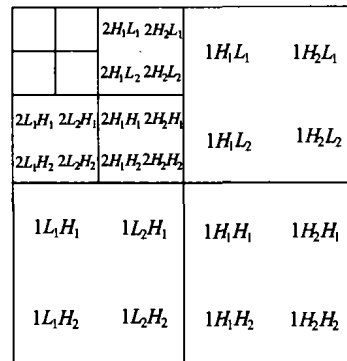
2.2 图像多小波域的矢量组织

以三级分解为例来说明多小波域的矢量组织, 如图 1 所示。图 1(a) 是图像三级分解后的频率分布示意图(只标注了前两级)。 H_1L_2 表示第一级分解时数据水平方向经过第一个高通滤波器后又在垂直方向经过第二个低通滤波器得到的小波系数。图 1(b) 是矢量的组织过程示意图。第三级分解层的每个系数对应第二级分解层同一位置上的 4 个相关系数(如直线箭头所示)。每一层在 $H_iL_j, L_iH_j, H_iH_j, (i, j = 1, 2)$ 三个子块中由左到右, 由上到下依次在相同位置上分别取 4 个系数, 得到的 12 个系数顺序排列组成第三层的矢量。同理, 第二层的每个矢量由 48 个系数组成。曲线箭头表示矢量的组成过程。

2.3 多分辨率码书和矢量量化

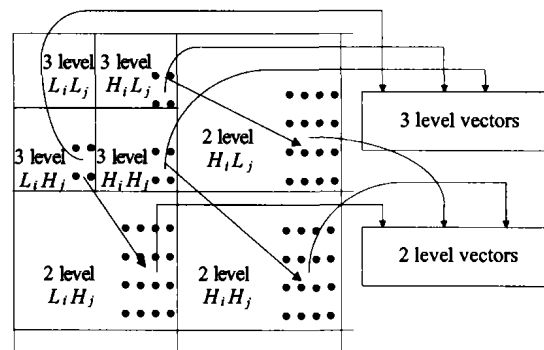
对多小波域中的每个分解层(分辨率层)均用改进的码书生成算法生成一个码书, 称为多分辨率码书。在进行矢量量化时, 考虑到 W 的加入使得矢量索引生成时间大大增加, 为此必须寻找降低矢量量化搜索时间的方法。由于多小波分解后高频区域在不同分辨率层之间具有相似性和相关性的特点, 故搜索只限于最高层的高频区, 低一级高频区的系数矢量量化时直接采用最高层的索引结果。以三级小波变换为例, 在第二层、第三层上用改进的 LBG 算法得到各个层上的码书后, 就可以只对第三层高频区域进行矢量编码。在解码时第二层用与第三层相同的索引信息基于第二层的码书来进行解码, 这样在编码时就不

用考虑第二层的信息了。这种处理方式一方面降低了整体的矢量量化时间, 另一方面也降低了位码率。



(a) 图像三级多小波分解的频率分布图

(a) Schematic of sub-bands of 3-level multiwavelet decomposition



(b) 矢量组成过程示意图

(b) The schematic of construction of vectors

图 1 图像多小波分解和系数组织示意图

Fig. 1 Multiwavelet domain and the construction of coefficients

2.4 实验结果对比

用一些典型的测试图像对单小波编码方法和本文提出的算法进行了比较。测试图像大小均为 256×256 、256 级灰度的静止图像。本文用峰值信噪比对重建图像的质量进行客观评价。其定义为:

$$\text{PSNR} = 10 \log(255 \times 255 / \text{MSE}) \quad (\text{dB}) \quad (12)$$

$$\text{MSE} = \frac{1}{M \times N} \sum_{0 \leq i \leq M} \sum_{0 \leq j \leq N} (f(i, j) - g(i, j))^2 \quad (13)$$

式中 M, N 分别为以像素数为单位的图像的长和宽; $f(i, j), g(i, j)$ 分别为原图像和恢复图像所在处的灰度值。压缩比定义为:

$$C = \frac{256 \times 256 \times 8}{B_1 + B_2 + B_3} \quad (14)$$

式中 B_1 为低频区域编码后的比特数; B_2 为 VQ 编

码后的比特数; B_3 为游程编码后的比特数。对图像采用前面提到的预处理方法进行预滤波后再进行三级 GHM 多小波分解, 第三级各个子块大小为 32×32 , 第二级为 64×64 。低频子块采用传统的 DPCM 方法进行编码, 第一级高频子块采用游程编码。第二级、第三级分别用改进的码书生成算法生成 2 个多分辨率码书, 大小均为 256。二级码书每个矢量含有 12 个系数, 三级含有 48 个系数。通过调整矢量所含的系数个数以及码书的大小, 可以获得不同的压缩效果。表 1 是实验对比结果。其中, 第一列是典型测试图像的名称; 第二列是压缩等级, 用位比特率表示 ($b.p.p = 1/C$); 第三列是多小波结合矢量量化编码后重建图像的峰值信噪比; 第四列和第五列分别是用经典的 Daub4、Biroth 单小波进行编码后的重建图像的峰值信噪比^[5]。从表 1 中可以看出, 多小波变换与矢量量化结合的方法基本上优于相应的单小波编

码方法, 尤其是对含纹理成分较多的 Barbara 图像编码很好。

3 结 论

提出了一种基于多小波变换结合矢量量化的图像编码算法。利用多小波优良性质并结合改进的 LBG 码书生成算法和用多分辨率码书进行矢量量化的方法对一些典型的测试图像进行了编码和比较。验证了该算法在降低位比特率的同时可以很好地改善图像的重建质量, 同时编码效果基本上优于传统的单小波编码方法。

参考文献:

- [1] Geronimo J S, Hardin D P, Massopust P R. Fractal functions and wavelet expansions based on several scaling functions [J]. *J of Approx Theory*, 1994, 78(3): 73-401.
- [2] Miller J T, Li C C. Adaptive multiwavelet initialization [J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 1998, 46(12): 3282-3292.
- [3] Xia X G, Geronimo J, Suter B. Design of prefilters for discrete multiwavelet transforms [J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 1996, 44(1): 25-35.
- [4] V Strela V. Multiwavelets: theory and application [D]. US: MIT, 1996.
- [5] Mariantonia Cotronei, Damiana Lazzaro, Laura B Montefusco et al. Compression through embedded multiwavelet transform coding [J]. *IEEE Trans on IP*, 2000, 9(2): 184-188.

表 1 多小波矢量量化和单小波编码的实验对比

Tab. 1 Comparison of MDWT + VQ and single DWT coding methods

Test image	$b.p.p$	MDWT+VQ	Daub4	Biroth
Lena	0.5	35.69	34.89	35.72
Lena	0.25	32.28	31.56	32.24
Barbara	0.5	26.60	24.29	24.10
Barbara	0.25	24.71	22.52	22.40
Boats	0.5	32.02	32.81	33.27
Boats	0.25	29.33	29.34	29.67

(上接第 515 页)

度修正, 可有效保留并增强图像局部细节, 图像视觉效果明显改善。该方法尤其适合原图直方图灰度层次比较丰富, 但灰度分布失衡的图像。对直方图分布比较集中、但部分直方图分布为零的图像, 由于 HE 处理有扩展灰度功能, 因此灰度级次合并比较少, 图像细节损失较少, 应用本方法处理的必要性不大。与其他类似算法相比, 本方法只处理部分图像数据, 而且算法比较简洁, 容易实现, 计算量小, 便于实时处理。

参考文献:

- [1] 邓志鹏, 许丽敏, 杨杰, 等. 基于直方图相关的图像灰度校正

[J]. *红外与激光工程*, 2003, 32(2): 167-169.

- [2] 杨必武, 郭晓松, 王克军, 等. 基于直方图非线性拉伸的红外图像增强新算法[J]. *红外与激光工程*, 2003, 32(1): 1-3.
- [3] 王龙, 汪天富, 郑昌琼, 等. 基于灰度直方图均衡的超声医学图像增强方法[J]. *四川大学学报(工程科学版)*, 2002, 34(1): 105-108.
- [4] Pizer S. Adaptive histogram equalization and its variations[J]. *CVGIP*, 1987, 39(3): 355-368.
- [5] 杨词银, 黄廉卿. 基于幂函数的加权自适应直方图均衡[J]. *光电子·激光*, 2002, 13(5): 515-517.
- [6] Paranjape R B. Adaptive-neighborhood histogram equalization for image enhancement [J]. *CVGIP*, 1992, 54(3): 259-267.
- [7] Lee Jongsan. Digital image enhancement and noise filtering by using of local statistics[J]. *PAMI-1*, 1980, 2(2): 165-168.
- [8] 宋刚, 刘瑶华. 一种能强化细节的自适应直方图均衡法[J]. *山东工业大学学报*, 1999, 29(1): 81-85.