

微球体光散射的研究*

任智斌, 卢振武, 朱海东, 孙 强

(中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所 应用光学国家重点实验室, 吉林 长春 130033)

摘 要:利用 Mie 散射理论对微球体光散射特性进行了研究, 分析了散射光的偏振、分布规律及微球体对光的散射、吸收与半径的关系。结果表明, 微球体的半径大小对光散射及吸收有较大的影响。分析结果可为实际应用中微透镜尺寸的选择以及微透镜阵列光学性能的进一步分析提供依据。

关键词: Mie 散射理论; 光散射; 微球体

中图分类号: O43 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-2276(2004)04-0401-04

Study on microsphere light scattering*

REN Zhi-bin, LU Zhen-wu, ZHU Hai-dong, SUN Qiang

(State Key Laboratory of Applied Optics, Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China)

Abstract: The light scattering characteristics of microsphere are studied by use of Mie scattering theory. The characteristics of polarization and distribution of scattered light and the effects of the radius of microsphere on light scattering and absorbing are also analyzed. The results show that the radius of microsphere has significant effect on light scattering and absorbing and the results may provide a reference for choosing appropriate micro-optical elements in practical experiment and further study of microsphere lenses arrays.

Key words: Mie scattering theory; Light scattering; Microsphere

0 引 言

微光学技术的发展给光学这一古老学科注入了新的活力, 也使微光学元件的制作能力迈上了新的台阶。最近, 直径为 $15\ \mu\text{m}$ 、在 $9.3\ \mu\text{m}$ 入射光波的照射下, 分辨率能达到 $\lambda/5$ 的微球体透镜已经通过微加工手段制造出来^[1]。另外, 美国的许多公司已经能制造

出直径为 $0.02\sim 90\ \mu\text{m}$ 的单分散胶体球状颗粒, 并以此为素材利用化学自组装技术制造微球体透镜阵列^[2]。将微球体透镜阵列用于微细加工技术, 可以制造出更为复杂的微图案结构^[3]。

然而, 对口径接近入射光波长的光学元件进行分析时, 由于入射光在其表面的衍射会引起幅度和相位的变化, 以至影响到它的聚焦性能, 因此标量衍射理论与矢量衍射理论都不能准确地对透镜的光学性质

收稿日期: 2003-09-15; 修订日期: 2003-10-20

* 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60078006); 中国科学院创新课题资助项目(2002LQ.04)

作者简介: 任智斌(1976-), 男, 吉林长春人, 博士生, 研究方向为衍射光栅的理论分析与制作、二元光学、光刻及离子束刻蚀技术。

进行分析。有的文献甚至采用几何光学方法来进行分析,结果也不准确。

目前,在对直径与入射光波长数量级相同的光学元件分析中应用比较广泛的理论是 Mie 理论。1908 年, G. Mie 在电磁理论的基础上^[1]对平面单色波被一个位于均匀媒质中具有任意直径及任意成分的均匀球衍射得出了严格解。以后,很多学者把 Mie 理论在各个领域中完善、扩展,解决各自领域的相关问题^[3~13],至今人们对 Mie 理论的研究仍在进一步深入。

本文利用 Mie 散射理论对微球体透镜的光学性质进行了分析,研究了散射光分布的影响因素,数值计算结果表明微球体透镜的光学性质与宏观透镜有很大的差别。

1 Mie 散射的基本概念及公式

光波被真空中或均匀介质中的球状颗粒散射可由 Mie 散射理论形式给出,该理论的精确解可在极坐标系下,通过矢量球谐波形式展开得到^[5~8]。

1.1 散射光的电场 E_s

$$E_s = \frac{e^{ikr}}{r} \frac{i}{k} [\hat{\theta} S_2(\theta) \cos\phi - \hat{\phi} S_1(\theta) \sin\phi] \quad (1)$$

$$S_1(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)}{n(n+1)} [a_n(x, m) \pi_n(\cos\theta) + b_n(x, m) \tau_n(\cos\theta)] \quad (2)$$

$$S_2(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)}{n(n+1)} [a_n(x, m) \tau_n(\cos\theta) + b_n(x, m) \pi_n(\cos\theta)] \quad (3)$$

$$a_n(x, m) = \frac{m\psi_n(mx)\psi'_n(x) - \psi_n(x)\psi'_n(mx)}{m\xi_n(mx)\xi'_n(x) - \xi_n(x)\psi'_n(mx)} \quad (4)$$

$$b_n(x, m) = \frac{m\psi_n(x)\psi'_n(mx) - \psi_n(mx)\psi'_n(x)}{m\xi_n(x)\psi'_n(mx) - \psi_n(mx)\xi'_n(mx)} \quad (5)$$

$$\pi_n = \frac{p_n^1}{\sin\theta} \quad (6)$$

$$\tau_n = \frac{dp_n^1}{d\theta} \quad (7)$$

式中 $\psi_n(x)$ 和 $\xi_n(x)$ 是 Riccati-Bessel 函数; m 是球与介质之间的相对折射率; $x = ka = 2\pi a/\lambda$, a 是球的半径, λ 是入射光波在真空中的波长; p_n^1 是一阶 Legendre 函数; r, θ, ϕ 为极坐标系下的基本参数。坐标系情况如图 1 所示。

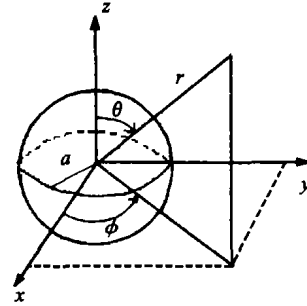


图 1 散射理论的数学模型

Fig. 1 Mathematical model of scattering theory

1.2 归一化散射截面、消光截面与吸收截面

归一化散射截面 (Q_{sca})、归一化消光截面 (Q_{ext}) 与归一化吸收截面 (Q_{abs}) 分别表示单位面积上光的散射、消光及吸收能力。消光又可解释为光学元件对入射光的削弱,因而等于散射与吸收之和。

$$Q_{sca} = \frac{W_{sca}}{I_i(\pi a^2)} = \frac{2}{x^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) (|a_n|^2 + |b_n|^2) \quad (8)$$

$$Q_{ext} = \frac{W_{sca} + W_{abs}}{I_i(\pi a^2)} = \frac{2}{x^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \text{Re}(a_n + b_n) \quad (9)$$

$$Q_{abs} = \frac{W_{abs}}{I_i(\pi a^2)} = Q_{ext} - Q_{sca} \quad (10)$$

2 微球体光散射特性

2.1 散射光的偏振

设入射光为 x 方向的线偏振光,沿 z 轴正方向入射,则 $\hat{k}_i = \hat{z}$,入射光只在 x 轴方向有电场分量,其他方向上电场为零。经微球体散射后,光的偏振会发生变化,精确的数值可由公式(1)计算得出。波长 $\lambda = 0.6 \mu\text{m}$ 的 x 方向线偏振光被半径为 $a = 0.1 \mu\text{m}$ 、相对折射率 $m = 1.5 + 0.01i$ 的微球体散射后的电场分布如图 2 所示,可以看出,电场在不同位置都有分布,而且对应于不同的 ϕ 方向,电场的分布不同。当球的半径为 $3 \mu\text{m}$ 时,电场分布如图 3、图 4 所示(图 4 是对数坐标),此时对应于不同 ϕ 方向上的电场分布基本一致,只是在散射角 θ 较大时略有不同。比较图 2~图 4 可以看出,当球的半径接近或小于光波长时,光的传播方向及偏振都有很大变化,散射光强分布比较分散;当球的半径远大于光波长时,散射光集中分

布在散射角较小的范围内,表现出一定的聚光能力。

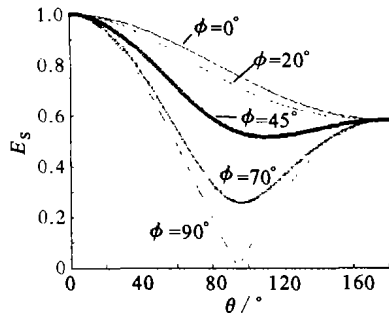


图2 对于不同的偏振角 ϕ , E_s 与散射角 θ 的关系曲线, 相应参数为: $m=1.5+0.01i$, $a=0.1 \mu\text{m}$, $\lambda=0.6 \mu\text{m}$

Fig.2 Relation curves of E_s and scattering angle θ , corresponding to different polarization angle ϕ , here $m=1.5+0.01i$, $a=0.1 \mu\text{m}$, $\lambda=0.6 \mu\text{m}$

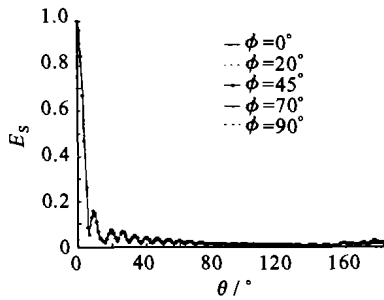


图3 对应于不同的偏振角 ϕ , E_s 与散射角 θ 的关系曲线, 相应参数为: $m=1.5+0.01i$, $a=3.0 \mu\text{m}$, $\lambda=0.6 \mu\text{m}$

Fig.3 Relation curves of E_s and scattering angle θ , corresponding to different polarization angle ϕ , here $m=1.5+0.01i$, $a=3.0 \mu\text{m}$, $\lambda=0.6 \mu\text{m}$

2.2 微球体聚焦性能

当半径 a 远大于光波长时,利用几何光学知识可推导出球体光学元件焦距的计算公式:

$$f = \frac{2 - \text{Re}(m)}{2\text{Re}(m) - 2} a \quad (11)$$

相对折射率 $m=1.5+0.01i$ 时, $f=1.5a$, 焦点在距球心 1.5 倍半径处。当 a 为光波长或亚波长量级时,该公式就不适用了。过 z 轴上的某一点,且与 y 轴平行的直线上的光电场分布可说明球体的聚焦性能。图 5 为过 z 轴上 $(0,0,1)$ 、 $(0,0,1.5)$ 、 $(0,0,3)$ 、 $(0,0,5)$ 四点且与 y 轴平行的直线上的电场分布曲线,可以看出,几何焦点处的电场分布并不是最集中、最强烈、聚光性能最好的位置,而在球外且距球心越近的

位置的聚光性能越好。

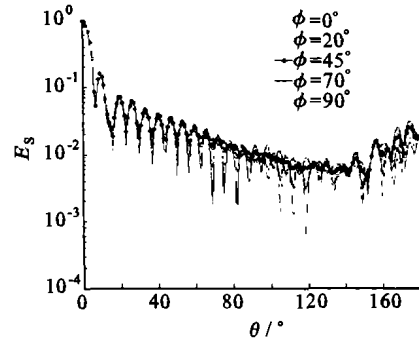


图4 对应于不同的偏振角 ϕ , E_s 与散射角 θ 的关系曲线, 相应参数为: $m=1.5+0.01i$, $a=3.0 \mu\text{m}$, $\lambda=0.6 \mu\text{m}$ (对数坐标)

Fig.4 Relation curves of E_s and scattering angle θ , corresponding to different polarization angle ϕ , here $m=1.5+0.01i$, $a=3.0 \mu\text{m}$, $\lambda=0.6 \mu\text{m}$ (logarithm coordinate)

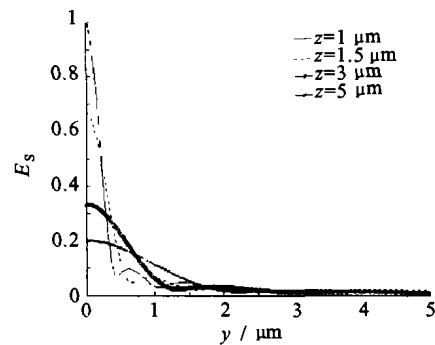


图5 对应于不同的 z 点, E_s 在 y 方向上的分布曲线, 相应参数为 $m=1.5+0.01i$, $a=1.0 \mu\text{m}$, $\lambda=0.6 \mu\text{m}$, $\phi=90^\circ$

Fig.5 Relation curves of E_s and y , corresponding to different point z , here $m=1.5+0.01i$, $a=1.0 \mu\text{m}$, $\lambda=0.6 \mu\text{m}$, $\phi=90^\circ$

2.3 微球体半径 a 对散射光电场分布的影响

不同大小的微球体对光的散射能力不同,尤其是当它的半径与光波长接近时,光散射的情形会与几何光学分析结果有很大不同。入射光波长 $\lambda=0.6 \mu\text{m}$, 球的相对折射率 $m=1.5+0.01i$, 半径分别为 0.1 、 0.5 、 1.0 、 2.0 、 $5.0 \mu\text{m}$ 时,光的电场分布情形如图 6 所示。由图可见,当 $a < \lambda$ 时,电场分布不集中,而且在散射角 $\theta=180^\circ$ 处的电场值很大,很大一部分光沿反方向射回,此时球体对光的散射能力很强,聚焦效果很差;当 $a > \lambda$ 时,电场分布集中在散射角较小 (20° 以内) 的范围内,球体的散射能力不强,聚光效果较好。

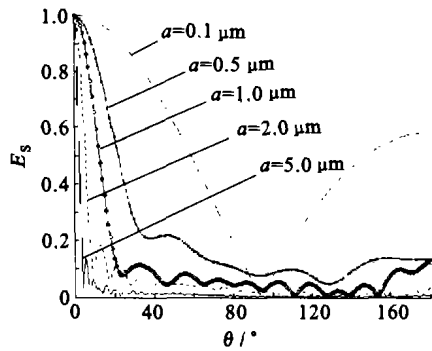


图 6 对应于不同的半径 a , E_s 与散射角 θ 的关系曲线, 相应参数为: $m=1.5+0.01i$, $\lambda=0.6 \mu\text{m}$, $\phi=90^\circ$

Fig. 6 Relation curves of E_s and scattering angle θ , corresponding to different a , here $m=1.5+0.01i$, $\lambda=0.6 \mu\text{m}$, $\phi=90^\circ$

2.4 归一化散射截面、消光截面、吸收截面与半径 a 的关系

对于理想光学元件, m 为实数, 没有吸收 ($Q_{\text{abs}}=0$), 则 $Q_{\text{sca}}=Q_{\text{ext}}$ 。然而, 任何光学元件或多或少都对光有吸收, $Q_{\text{abs}}>0$, 且与球的半径有关。当光波长 $\lambda=0.6 \mu\text{m}$, 相对折射率 $m=1.5+0.01i$ 时, Q_{sca} 、 Q_{ext} 、 Q_{abs} 与半径 a 的关系曲线如图 7 所示。可以看出, Q_{sca} 随半径 a 的变化曲线出现了振荡波纹结构, 半径的变化对微球体散射影响很大, 当 $a=0.5 \mu\text{m}$ 时, 微球体对光的吸收较弱, 散射光能量占 90% 以上; 随着半径 a 的增大, 微球体对光的吸收逐渐变强, 散射光能量相对减弱, 当 $a=5 \mu\text{m}$ 时, 微球体吸收的光能已达 40%, 散射光能量仅占 60%。

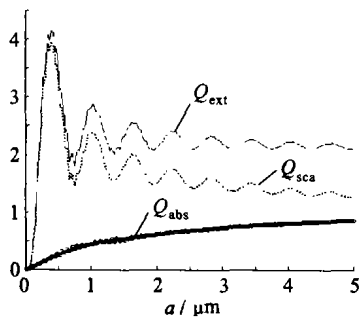


图 7 Q_{sca} 、 Q_{ext} 、 Q_{abs} 与半径 a 的关系曲线, 相应参数为 $m=1.5+0.01i$, $\lambda=0.6 \mu\text{m}$, $\phi=90^\circ$

Fig. 7 Relation curves of Q_{sca} 、 Q_{ext} 、 Q_{abs} and radius a , here $m=1.5+0.01i$, $\lambda=0.6 \mu\text{m}$, $\phi=90^\circ$

3 结论

通过实例研究计算了微球体光散射各方面的性质, 当微球体半径与入射光波长接近时, 可以得出以

下结论:

(1) 微球体半径越小, 光散射能力越强, 聚光效果越差; 半径越大, 聚光效果越好。

(2) 球体外, 距球心越近的位置, 聚光性能越好, 光斑半径越小, 几何焦点并不是光会聚最集中的位置。

(3) 由于微球体对光的吸收, 且吸收程度与半径有关, 所以在实际应用中应在吸收较小的半径范围内合理选择。

本文的结论可为实际应用中微透镜尺寸的选择以及微透镜阵列光学性能的进一步分析提供依据。

参考文献:

- [1] Fletcher D A, Goodson K E, Kino G S. Focusing in microlenses close to a wavelength in diameter[J]. Optics Letters, 2001, 26(7):399-401.
- [2] By Younan, Byron Gates, Yadong Yin, et al. Monodispersed colloidal spheres: old materials with new applications[J]. Advanced Materials, 2000, 12(10):693-713.
- [3] Ming-Hsien Wu, George M Whitesides. Fabrication of arrays of two-dimensional micropatterns using microspheres as lenses for projection photolithography[J]. Applied Physics Letter, 2000, 78(6):2273-2275.
- [4] Mie G. Beitrage zur optik truber medien speziel kolloidaler metallösungen[J]. Ann Phys, 1908, 25(4):377-445.
- [5] Leung Tsang, JinAu Kong, Kung-Hau Ding. Scattering of Electromagnetic Waves[M]. New York: JOHN & SONS Inc, 2000. 1-52.
- [6] H C van de Hulst. Light Scattering by Small Particles[M]. New York: JOHN & SONS Inc, 1957. 28-102.
- [7] Bohren C F, Huffman D R. Absorption and Scattering of Light by Small Particles[M]. New York: JOHN & SONS Inc, 1983. 1-165.
- [8] Born M, Wolf E. Principles of Optics, 6th ed[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1980. 633-664.
- [9] Petr Chylek. Partial-wave resonance and the ripple structure in the Mie normalized extinction cross section[J]. J Opt Soc Am, 1976, 66(3):285-287.
- [10] Petr Chylek. Asymptotic limits of the Mie-scattering characteristics[J]. J Opt Soc Am, 1975, 65(11):1316-1318.
- [11] Mundy W C, Roux J A, Smith A M. Mie scattering by spheres in an absorbing medium[J]. J Opt Soc Am, 1974, 6(12):1609-1613.
- [12] Petr Chylek, Kiehl J T, M K W Ko. Narrow resonance structure in the Mie scattering characteristics[J]. Applied Optics, 1978, 17(19):3019-3021.
- [13] Wayan Sudiarta, Petr Chylek. Mie-scattering formalism for spherical particles embedded in an absorbing medium[J]. J Opt Soc Am, 2001, 18(6):1275-1278.