

文章编号:1001-5078(2024)01-0040-08

· 激光应用技术 ·

激光在动态大气湍流中的传播特性研究

耿兴宁¹, 刘政¹, 李武周², 许宏¹, 蔡军¹, 陈科亦³

(1. 电磁空间安全全国重点实验室, 天津 300308; 2. 光电对抗测试评估技术重点实验室, 河南 洛阳 471003;

3. 中国人民解放军93046部队, 辽宁 沈阳 110000)

摘要:激光束在大气中传播的过程中会受到大气湍流的影响, 导致光斑发生畸变, 影响光束质量, 并且在真实情况下湍流是随着时间变化的。本文针对这一问题, 基于傅里叶变换的谱反演法建立了湍流相位屏模型, 并根据湍流冻结法获得动态相位屏, 开展了激光在不同强度的动态大气湍流中传输的仿真研究。仿真结果表明: 对于相同的激光束, 在相同时间内的光斑畸变随着大气湍流强度的增加而增加, 并且接收到的功率密度整体上减小, 起伏增加。

关键词: 大气湍流; 激光; 相位屏; 傅里叶变换

中图分类号: TN249; O436 **文献标识码:** A **DOI:** 10.3969/j.issn.1001-5078.2024.01.006

Study on the propagation characteristics of laser in dynamic atmospheric turbulence

GENG Xing-ning¹, LIU Zheng¹, LI Wu-zhou², XU Hong¹, CAI Jun¹, CHEN Ke-yi³

(1. National Key Laboratory of Electromagnetic Space Security, Tianjin 300308, China;

2. Key Laboratory of Electro-Optical Countermeasures Test & Evaluation Technology, Luoyang 471003, China;

3. 93046 Army Unit of PLA, Shenyang 110000, China)

Abstract: The laser beam is affected by atmospheric turbulence during propagation, causing distortion of the light spot, affecting beam quality and in real life the turbulence varies with time. In this paper, a turbulent phase screen model based on the Fourier transform spectral inversion method is proposed to address above problem, and simulation research of laser propagation in dynamic atmospheric turbulence of different intensities is conducted by obtaining a dynamic phase screen based on the frozen-flow method. The simulation results show that for the same laser beam, the spot distortion increases with the increase of atmospheric turbulence intensity at the same time, and the received power density decreases overall with increasing undulations.

Keywords: atmospheric turbulence; laser; phase screen; Fourier transform

1 概述

大气湍流对在其中传播的光束的直接作用是基于空气密度的不均匀分布而产生的折射率起伏变化。折射率的空间和时间起伏使得波前在传播过程中不能保持一致的相位关系, 出现相位变化, 对光线产生了扭曲、发散、延迟等效应, 进而影响光波信号的传播, 造成

成像质量、功率密度以及稳定性下降等问题。理论分析建模是研究大气湍流的一种重要手段^[1]。

在对光波在大气湍流中传输的仿真中, 模拟大气湍流最简便的方法是将真空传播与介质折射率起伏视为两个独立过程分别处理。即在光波传播的路径上划分一定厚度的平行平板, 入射光波处于平板

的前表面,制造符合大气湍流特性的相位屏,置于平板的后表面,将相位起伏叠加在真空传播的相位之上,如图1所示。

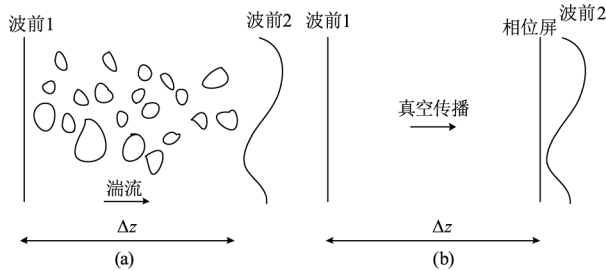


图1 相位屏的作用

Fig.1 The effect of phase screen

图1中(a)为初始波前经过一段湍流 Δz 后,波前发生了畸变,(b)为初始波前在真空中传播同样的 Δz 后,再经过相位屏叠加相位变化后的波前。适当的调整相位屏的结构可使(a)、(b)的出射波前相同。

1.1 湍流相位屏的模型建立方法

产生相位屏的方法主要有基于傅里叶变换的谱反演法^[2-8]、泽尼克多项式法^[9-11]、分形方法等^[12-14],泽尼克多项式方法是以单位圆内连续正交的多项式为基函数进行模拟获得波的相位分布,但其在湍流的高空间频率分量上的模拟有一定的局限性,并且对外尺度效应不能很好地表现出来;分形法是在相位结构函数的基础上逐级插值得到屏上各个点的相位值,但随着插值迭代的次数增加,准确性会降低^[15]。

傅里叶变换谱反演法的基本思想是用一个复高斯矩阵对大气湍流的功率谱进行滤波,然后通过逆傅里叶变换得到大气导致的畸变相位,运算速度快,应用相对广泛。但是这种方法的显著缺点是低频和高频空间分量的欠采样。其中高频分量的误差影响较小,可以忽略,但低频分量对应的功率谱几乎都受到影响,因此需对低频分量进行补偿^[16]。广泛使用的补偿方法为次谐波法^[17]。

以上对于大气湍流的研究大多集中于静态湍流,对于动态湍流以及激光束在动态湍流中传输的研究还相对较少。在此基础上,本文采用傅里叶变换的方法得到大气湍流模型,并通过叠加低频次谐波来改善相位屏的低频特性,之后再模拟激光在动态大气湍流中的传输,研究不同湍流强度下光斑的畸变以及接收到的激光功率波动。

1.2 大气湍流光学统计性质

大气湍流产生的折射率空间随机分布可用一个随机场表示。随机场空间统计特性一般用结构函数表示。即:

$$D_n(r, r') = \langle [n(r) - n(r')]^2 \rangle \quad (1)$$

式中, r, r' 为空间两点的矢量坐标; n 为空间的折射率分布函数。

公式(1)表示湍流的结构函数是空间中各点的折射率方差。也就是说,结构函数表示了空间中各点的相关性。

在大多数情况下的湍流可作为Kolmogorov湍流看待。该理论认为存在大气湍流的内尺度 l_0 和外尺度 L_0 ,在这个区域之间的湍流是各向同性的,即:

$$D_n(r, r') = D_n(|r - r'|) \quad (2)$$

公式(2)的意思是在Kolmogorov尺度内,大气中任意两个距离相同的点之间的结构函数值是相同的。则结构函数 $D_n(r, r')$ 可以简化为一个固定的原点与矢量 r 之间的关系 $D_n(r)$,如图2所示。

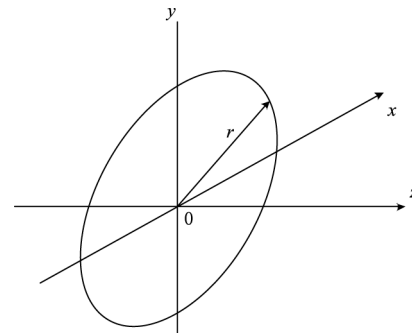


图2 光传播截面湍流尺度

Fig.2 Turbulence scale of light propagation cross section

图2中 Z 轴表示光波传播方向, $X-Y$ 平面为垂直于传播方向的一个截面,在此截面中,以半径为 $|r|$ 的同心圆上各点与 0 点之间的结构函数都可以用 $D_n(r)$ 表示,根据Kolmogorov理论,在该区间内的结构函数满足 $2/3$ 幂律,它的折射率结构函数可写为:

$$D_n(r) = C_n^2 r^{2/3} \quad (3)$$

式中, C_n^2 为大气湍流折射率结构常数,量纲为 $m^{-2/3}$ 。关于 C_n^2 的理论模型,主要采用Hufnagel-Valley(HV)模型:

$$C_n^2(h) = 5.94 \times 10^{-53} (v/27)^2 h^{10} \exp(-h/1000) + 2.7 \times 10^{-16} \exp(-h/1500) + A \exp(-h/100)$$

式中, h 单位为 m ; A 通常设为 $1.7 \times 10^{-14} m^{-2/5}$; v 取

为 21 m/s,称为 HV-21 模型。

湍流折射率起伏的三维谱密度为:

$$\Phi_n(K) = 0.033C_n^2(K^2 + L_0^{-2})^{-11/6} \exp(- (Kl_0/5.92)^2) \quad (4)$$

式中, K 为三维空间波数,即 $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ 。

大气湍流的内尺度一般为 cm 量级,在高度 5 km 以下, l_0 约为 5 cm,在 19 km 以下, l_0 约为 7 cm,而且随季节变化不大。大气湍流外尺度一般为几十米的量级。按照湍流强度划分,湍流可以分为强湍流 ($C_n^2 > 10^{14} \text{m}^{-2/3}$)、中湍流 ($10^{-14} \leq C_n^2 \leq 10^{-18} \text{m}^{-2/3}$) 和弱湍流 ($C_n^2 < 10^{-18} \text{m}^{-2/3}$)^[18-19]。

2 湍流相位屏的生成

本文采用傅里叶变换谱反演法生成大气相位屏。即利用湍流空间谱模型产生相空间随机场并进行傅里叶变换获得二维相位的空间分布。

2.1 用谱反演法产生静态相位屏

首先按照上节的介绍,确定相位的频谱函数 $\Phi_n(K)$ 。据此构造出一个二维复随机场:

$$\tilde{S}(K_x, K_y) = a_R \sqrt{F_s(K_x, K_y)} \quad (5)$$

式中, a_R 为实、虚部均为均值为 0、方差为 1 的随机数; $\sqrt{F_s(K_x, K_y)}$ 为相位的二维频谱与湍流折射率空间谱密度的关系函数,有:

$$\sqrt{F_s(K_x, K_y, z)} = 2\pi k^2 \Delta z \Phi_n(K_x, K_y, K_z = 0, z) \quad (6)$$

式中, k 为光的传播数, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ 。

将(5)式作傅里叶变换可获得一个二维随机相位场:

$$S(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{S}(K_x, K_y) \exp(iKr) dK \quad (7)$$

(7)式即为在二维平面上的相位屏。

在构造中要注意一些参数的范围,如相位屏所代表的平板厚度 Δz 范围应有:

$$L_0 < \Delta z < l_0^2/\lambda \quad (8)$$

只有相位屏的间距满足公式(8)式,才能保证建立的相位屏各自独立,并且使得在其间的光传播满足几何光学近似,这有这样才能在公式(6)中用平板厚度代表对厚度的积分。

将一个要放置相位屏的空间平面分割为网格,设每一格宽度 Δx ,每边共有 N 格,从采样定理可知,最低和最高采样频率必须满足:

$$\begin{cases} K_{\min} \leq 2\pi/(N\Delta x) \\ K_{\max} \geq \pi/\Delta x \end{cases} \quad (9)$$

为简便起见,可用 $2\pi/(N\Delta x)$ 和 $\pi/\Delta x$ 分别作为 K_{\min} 和 K_{\max} ,而波数间隔 ΔK 设为 K_{\min} 。这样可将公式(7)用离散化的形式写出:

$$S(p\Delta x, q\Delta y) = \frac{1}{N^2} \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{S}(m\Delta K, n\Delta K) \cdot \exp[-2\pi i(mp + nq)/N] \quad (10)$$

其中,

$$\tilde{S}(p\Delta K, q\Delta K) = a_R \sqrt{F_s(p\Delta K, q\Delta K)}/\Delta K \quad (11)$$

2.2 相位屏的低频校正

通过傅里叶变换谱反演法生成相位屏相较于其他方法更加便捷,但其空间频率的最小和最大值分别是 $f_{\min} = 1/L, f_{\max} = 1/2\Delta x$,因此相位屏没有 $[-\Delta f_x/2, \Delta f_x/2]$ 、 $[-\Delta f_y/2, \Delta f_y/2]$ 这个频段内的分量相应的功率谱^[20],使得对相位屏模拟的准确性降低。因此我们需要对相位屏在低频功率谱上进行补偿。

本文采用次谐波法对大气湍流相位屏进行低频校正,它的主要方法是在低频区域使用较小的采样间隔,以实现更为精确的功率谱近似,其表达式为:

$$S_{\text{SH}}(m, n) = \sum_{p=1}^{N_p} \sum_{m'=-1}^1 \sum_{n'=-1}^1 R(m', n') f(m', n') \cdot \exp\left[2\pi i 3^{-p} \left(\frac{mm'}{N} + \frac{nn'}{N}\right)\right] \quad (12)$$

式中, p 次谐波级数; $f(m', n')$ 这谐波函数。

$$\begin{cases} f(m', n') = C 3^{-2p} r_0^{-5/6} (f_{lx}^2 + f_{ly}^2) \\ f_{lx} = 3^{-p} m' \Delta f_x \\ f_{ly} = 3^{-p} n' \Delta f_y \end{cases} \quad (13)$$

将式(13)与式(10)合并,就构成了总的相位屏相位分布,从而实现了低频的相位补偿。

2.3 相位屏结果验证

对于计算得到的相位屏的可信度,可用大气湍流的相位结构函数来验证,它是对二阶相位统计特性的描述。

对于 Kolmogorov 谱,相位结构函数为:

$$D_\phi(r) = 6.88 \left(\frac{r}{r_0}\right)^{5/3} \quad (14)$$

式中, r_0 为大气相干长度,相干长度的定义为:

$$r_0 = \left[0.423k^2 \sec\theta_z \int_0^R C_n^2(h) dh\right]^{-3/5} \quad (15)$$

式中, $k = 2\pi/\lambda$; R 为路径长度; θ_z 为天顶角。

2.4 动态相位屏的生成

现实中的大气湍流是在持续变化的,折射率在时间上和空间上的分布都是随机的,因此模拟大气湍流时需要在静态分布的基础上加入湍流随时间的变化。目前对于动态相位屏的构造主要有两种方法,一种方法是样条插值法,它的基本原理是根据傅里叶变换的平移特性,在构造相位屏时直接将时间变化的特征加进去;另一种方法是湍流冻结法,它是基于 Taylor 冻结假设,认为在较短的时间内,湍流在不改变折射率分布的情况下运动,整个相位屏在观察孔径内刚性移动,而大气的内部运动可以被忽略,因此这种方法需要构造很大的相位屏,再随时间平移截取一系列相位屏。

本文采用湍流冻结法实现动态湍流仿真。所考虑的波前相位可表示为 $S(r, t)$, 其中 t 表示时间。考虑到风速对相位屏的漂移作用,引入风速 v , 在 Taylor 假设下,时间间隔 τ 内:

$$S(r, t + \tau) = S(r - v\tau, t) \quad (16)$$

则结构函数可以表示为:

$$D_n(v\tau) = \langle [S(r, t) - S(r - v\tau, t)]^2 \rangle \quad (17)$$

表征湍流时间特性的一个参数是 Greenwood 频率,它是与风速、大气相干长度有关的物理量,简化后的计算式为^[21-22]:

$$f_G = 0.427 \frac{v}{r_0} \quad (18)$$

3 相位屏仿真结果

3.1 静态湍流相位屏仿真

按照上述的计算方法,设大气湍流内尺度2 cm,外尺度 50 m,相位屏尺寸 0.4×0.4 m,分为 100×100 的网格,按照式(12)计算,在大气路径以 45° 仰角传播 1 km,激光波长 $1.064 \mu\text{m}$ 时按照 HV 模型构造了强湍流相位屏,这是一个二维复数场,此时 $r_0 = 0.03$ m。叠加和未叠加次级谐波补偿的相位屏分别如图 3 (a), (b) 所示。

图 3 中图(b)为叠加了 3 级次谐波补偿的相位屏,相较于未叠加次谐波补偿的相位屏图 3 (a),图像更为平滑,表明其低频成分能较好地显示出来。

图 4 为低频补偿前后的相位结构函数与理论值的对比,可以更好地看出,未叠加次谐波时的相位结构函数与理论值的误差随着距离的增加而逐渐增大,说明其存在着低频成分的缺失,而补偿后

的相位结构函数则与理论值的符合较好,低频分量得到改善。次谐波的级数更高会使得结构函数符合更好,但计算量也会相应增大,因此叠加的次谐波级数不宜过高。

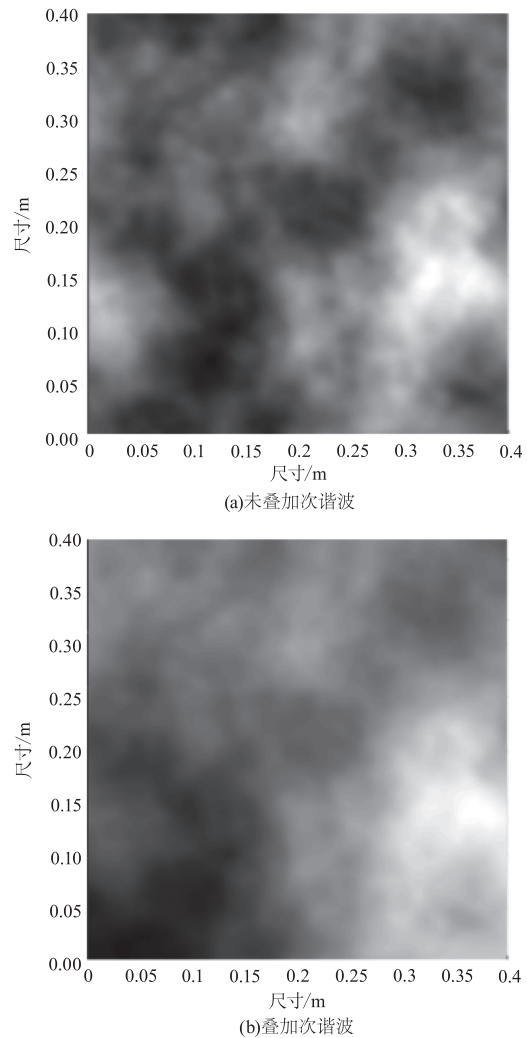


图 3 谱反演法生成的相位屏

Fig. 3 Phase screen generated by spectral inversion method

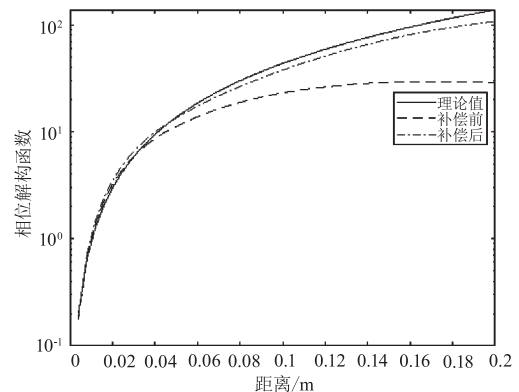


图 4 $r_0 = 0.03$ m 的相位屏结构函数

Fig. 4 Phase screen structure function with $r_0 = 0.03$ m

3.2 动态湍流相位屏仿真

动态相位屏在 $10 \sim 20 \text{ ms}$ 的时间尺度内满足 Taylor 冻结假设, 并且风速需要满足 $v = 0.314r_0/\tau_0$, 其中 τ_0 为大气相干时间, 只有在 τ_0 内的大气湍流满足 Kolmogorov 统计特性^[23-24]。由此, 设置每秒能接收到 500 张图像, 此时的风速约为 0.47 m/s 。

按照 S 型方式旋转选取相位屏, 子相位屏尺寸为 $0.08 \times 0.08 \text{ m}$, 记录下连续变化的子屏图像即可得到动态相位屏。其中的连续 8 帧相位屏如图 5 所示。

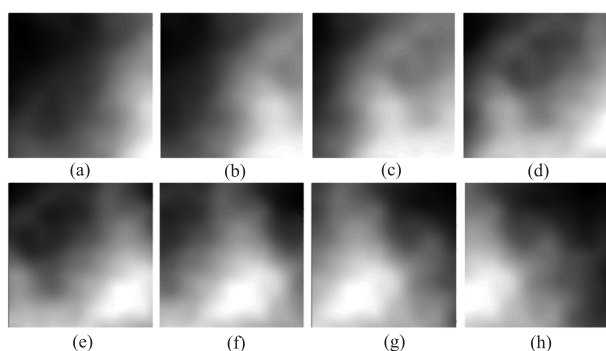


图5 连续变化动态相位屏

Fig. 5 Continuously changing dynamic phase screen

由图 5 可以看出, 连续变化的相位屏之间可以较为平缓地变化, 具有一定的相关性。

3.3 激光在动态湍流相位屏中的传播

设置光束为基模高斯光束, 首先根据激光传输模型计算其通过相位屏前的光强分布, 设 1064 nm 激光发射口径 100 mm , 功率 100 W , 发散角 0.05 mrad , 在没有大气湍流干扰的情况下, 在 3 km 处的接收平面上产生的光斑如图 6 所示。

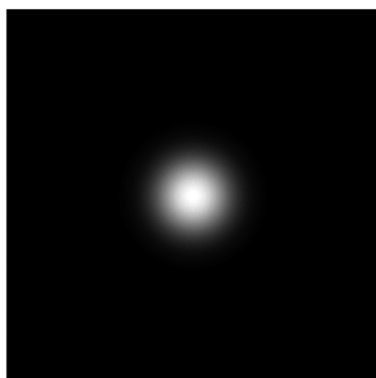


图6 无湍流扰动时的光强分布

Fig. 6 Intensity distribution without turbulence disturbance

光斑分别经过动态弱湍流、中湍流和强湍流后的连续 8 帧能量分布分别如图 7 ~ 图 9 所示。

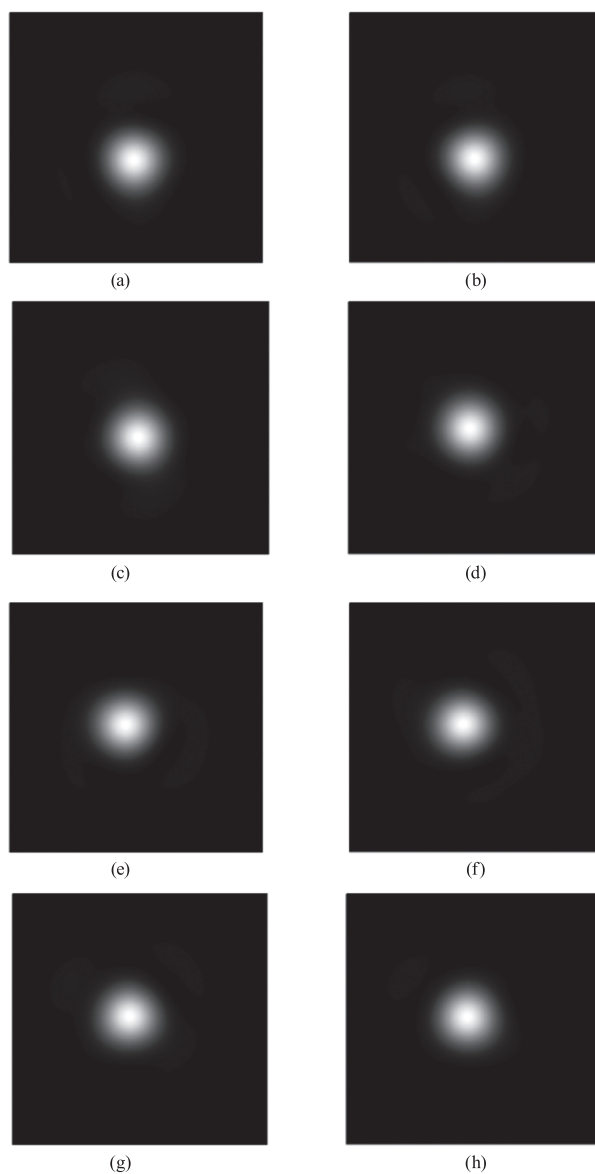
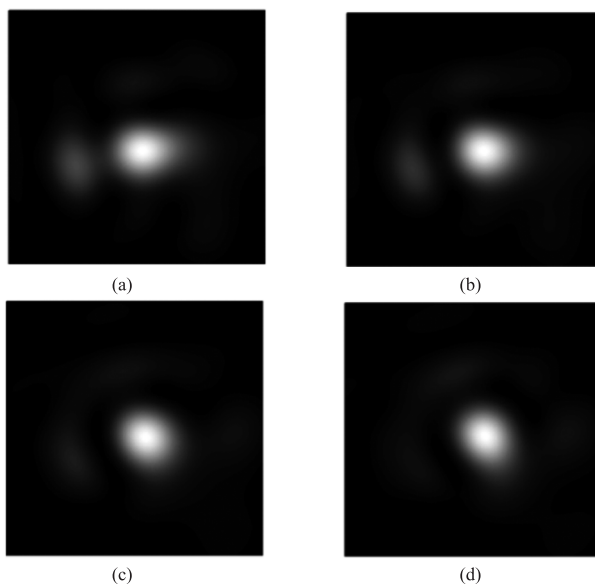


图7 弱湍流下的动态光斑功率分布变化

Fig. 7 Dynamic power distribution changes under weak turbulence



(c)

(d)

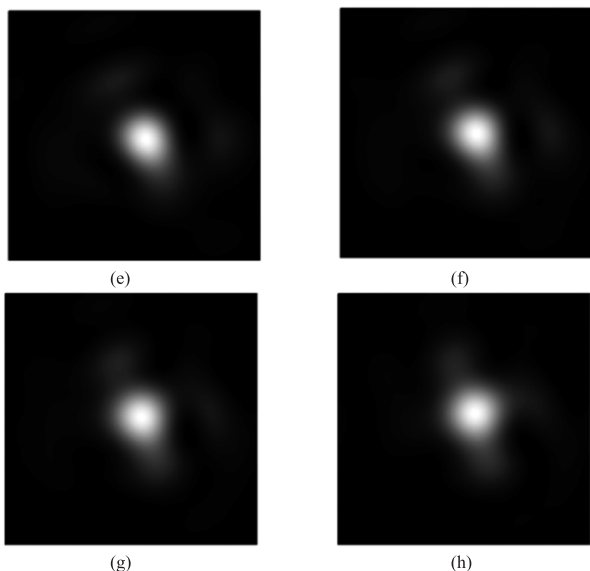


图8 中湍流下的动态光斑功率分布变化

Fig. 8 Dynamic power distribution changes under medium turbulence

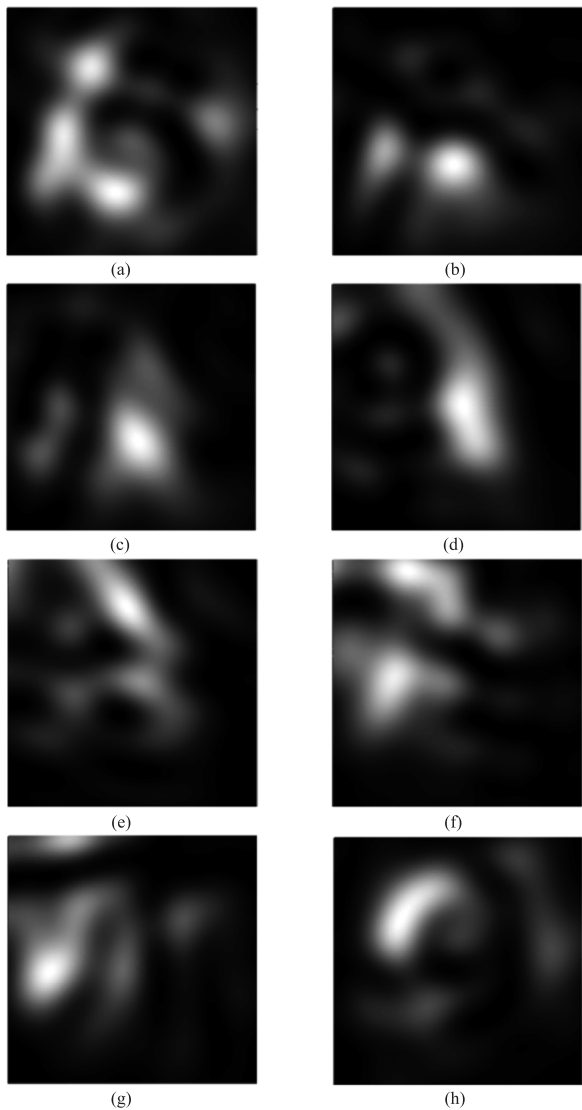


图9 强湍流下的动态光斑功率分布变化

Fig. 9 Dynamic power distribution changes under strong turbulence

可以看出,随着大气湍流强度的增加,激光传输经过后更加分散,其畸变和抖动也更加严重。弱湍流时光斑基本没有变化,中湍流时光斑出现一定程度的畸变,而在强湍流时的光斑畸变最大,已经没有了本来的形状。

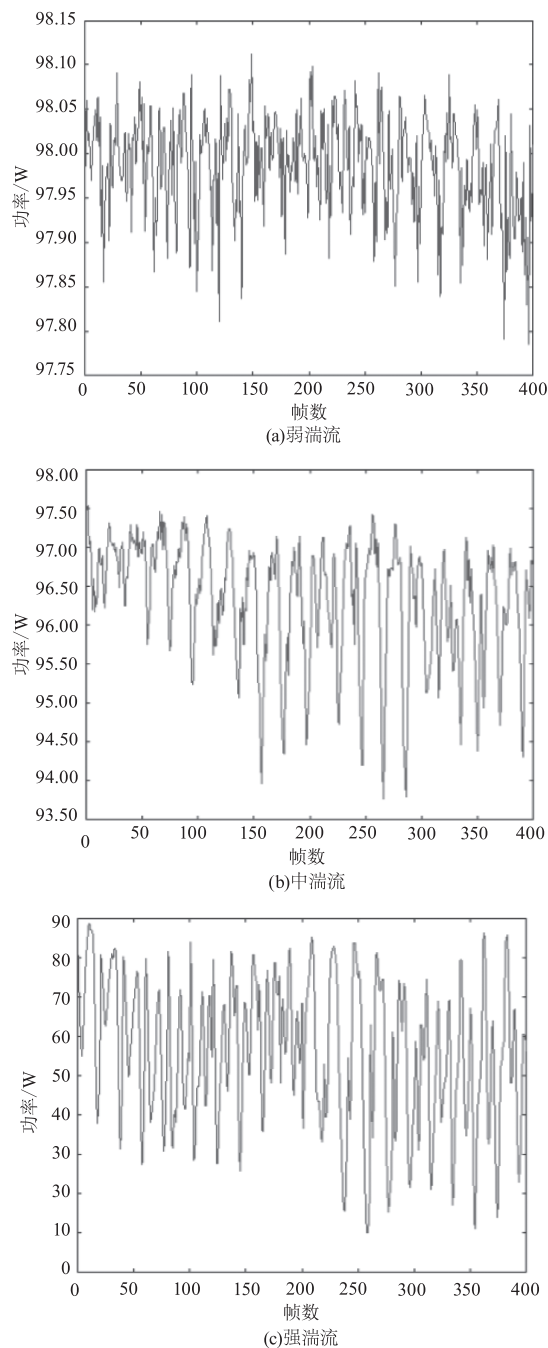


图10 接收面内的激光功率

Fig. 10 Laser power in the receiving surface

为了更好地描述不同强度的湍流对激光束传播的影响,本文计算了在连续400帧中的相同激光经过不同强度的湍流后落在接收面内的功率波动,如图10所示。可以看出,弱湍流中的激光功率起伏较

小,基本稳定在 98 W 左右;中湍流的激光功率有一定的起伏,大部分在 94 ~ 97 W 范围内波动;强湍流中的激光起伏较大,在 20 ~ 80 W 的范围内均有分布,功率起伏的方差分别为 0.016、0.594、332.517。同时在整体上,接收到的激光功率随着湍流强度的增加而减小,说明高强度的湍流对激光的衰减更大,造成的功率发散效应更严重。

4 总结

本文基于傅里叶变换的谱反演法建立了静态大气湍流模型并利用次谐波方法进行低频校正,在此基础上通过湍流冻结法建立了动态大气湍流模型,模拟实际情况下的大气湍流变化。模拟了激光在不同强度的动态大气湍流中的传输,仿真了激光通过湍流后的光斑分布情况,并计算了接收面内的激光功率。计算结果表明:功率为 100 W,发散角 0.05 mrad 的 1064 nm 激光束,在相同的作用时间内经过不同湍流强度的大气湍流相位屏,湍流越强,激光受到的影响就越明显,光束质量就越差,并且接收到的功率降低,起伏增加;弱湍流时光斑基本无变化,接收到的功率稳定在 98 W 左右;中湍流的光斑有一定程度的畸变,功率在 94 ~ 97 W 范围内波动;强湍流的光斑畸变最大,功率在 20 ~ 80 W 的范围内波动。综上,本文对研究动态大气湍流建模仿真,以及激光在真实情况下的大气湍流中的传输提供了一定的参考作用。

参考文献:

- [1] Wu Lin, Ying Jiaju, Geng Biao. Effect on laser propagation in the atmospheric turbulence[J]. Laser & Infrared, 2008, 38(10): 974 - 977. (in Chinese)
武琳, 应家驹, 耿彪. 大气湍流对激光传输的影响[J]. 激光与红外, 2008, 38(10): 974 - 977.
- [2] Martin J M, Stanley M. Flatté. Intensity images and statistics from numerical simulation of wave propagation in 3-D random media[J]. Applied Optics, 1988, 27(11): 2111 - 2126.
- [3] Coles W A, Filic E P, Frehlich R G, et al. Simulation of wave propagation in three-dimensional random media[J]. Applied Optics, 1995, 34(12): 2089 - 2101.
- [4] Frehlich R. Simulation of laser propagation in a turbulent atmosphere[J]. Applied Optics, 2000, 39(3): 393 - 397.
- [5] Wang Lijin, Li Qiang, Wei Honggang, et al. Numerical simulation and validation of phase screen distorted by atmospheric turbulence[J]. Opto-Electronic Engineering, 2007, 34(3): 5 - 9. (in Chinese)
王立瑾, 李强, 魏宏刚, 等. 大气湍流随机相位屏的数值模拟和验证[J]. 光电工程, 2007, 34(3): 5 - 9.
- [6] Xiang Jinsong. High-frequency error compensation method for the fast fourier transform-based turbulent phase screen[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(10): 5 - 9. (in Chinese)
向劲松. 快速傅里叶变换湍流相位屏高频误差的补偿方法[J]. 光学学报, 2014, 34(10): 5 - 9.
- [7] Zhao Z, Chen M, Liu X, et al. Simulation and experiment of subharmonic method for low-frequency compensation in atmospheric turbulence phase screen[C]//Sixth Symposium on Novel Photoelectronic Detection Technology and Application, 2020: 114553Z.
- [8] Xiang Jingsong. Fast and accurate simulation of the turbulent phase screen using fast fourier transform[J]. Optical Engineering, 2014, 51(1): 016110.
- [9] Noll, Robert J. Zernike polynomials and atmospheric turbulence[J]. Journal of Optical Society of America, 1976, 66(3): 207 - 211.
- [10] Roddier N A. Atmospheric wavefront simulation using zernike polynomials[C]//Amplitude and Intensity Spatial Interferometry, 1990: 1174 - 1180.
- [11] Duan Mengyun, Ai Yong, Xiong Zhun, et al. Simulation of laser atmospheric transmission in laboratory[J]. Journal of Atmospheric and Environmental Optics, 2014, 9(3): 188 - 193. (in Chinese)
段梦云, 艾勇, 熊准, 等. 激光大气传输室内模拟研究[J]. 大气与环境光学学报, 2014, 9(3): 188 - 193.
- [12] Lane R G, Glindemann A, Dainty J C. Simulation of a kolmogorov phase screen[J]. Waves in Random Media, 1992, 2(3): 209 - 224.
- [13] Wu Hanling, Yan Haixing, Li Xinyang. Generation of rectangular turbulence phase screens based on fractal characteristics of distorted wavefront[J]. Acta Optica Sinica, 2009, 29(1): 114 - 119. (in Chinese)
吴晗玲, 严海星, 李新阳. 基于畸变相位波前分形特征产生矩形湍流相屏[J]. 光学学报, 2009, 29(1): 114 - 119.
- [14] Zhi S, Ying C, Qin X, et al. Generation of a large-scale atmospheric turbulence based on an improved fractal algorithm[J]. Journal of Optoelectronics & Advanced Materials, 2016, 18(7 - 8): 654 - 660.
- [15] Li Yujie, Zhu Wenyue, Rao Ruizhong. Simulation of random phase screen of non-Kolmogorov atmospheric turbulence[J]. Infrared and Laser Engineering, 2016, 45(12):

1211001. (in Chinese)
李玉杰,朱文越,饶瑞中. 非 Kolmogorov 大气湍流随机相位屏模拟 [J]. 红外与激光工程, 2016, 45 (12):1211001.
- [16] Zhang D, Chen Z, Xiao C, et al. Accurate simulation of turbulent phase screen using optimization method [J]. Optik, 2019, 178:1023 – 1028.
- [17] Improved subharmonic method for simulation of atmospheric turbulence phase screen [J]. Acta Photonica Sinica, 2019, 48(2):201002.
- [18] Davis J I. Consideration of atmospheric turbulence in laser systems design [J]. Applied Optics, 1966, 5 (1): 139 – 147.
- [19] Jiang Jie. Research on theory and technology of atmospheric turbulence compensation in free space optical communication [D]. Beijing: Beijing University of Posts and Telecommunications, 2021. (in Chinese)
江杰. 自由空间光通信中大气湍流补偿理论与技术研究 [D]. 北京:北京邮电大学, 2021.
- [20] Zhang Huimin, Li Xinyang. Numerical simulation of wavefront phase screen distorted by atmospheric turbulence [J]. Opto-Electronic Engineering, 2006, 33(1):14 – 19. (in Chinese)
张慧敏, 李新阳. 大气湍流畸变相位屏的数值模拟方法研究 [J]. 光电工程, 2006, 33(1):14 – 19.
- [21] Liu W, Yao K, Huang D, et al. Performance evaluation of coherent free space optical communications with a double-stage fast-steering-mirror adaptive optics system depending on the Greenwood frequency [J]. Optics Express, 2016, 24(12):13288 – 13302.
- [22] Yu Zhihao. Research on compensation technologies of atmospheric turbulence effects in strong and moderate turbulence conditions [D]. Beijing: Beijing University of Posts and Telecommunications, 2019. (in Chinese)
于智豪. 中强湍流条件下的大气湍流补偿若干关键技术研究 [D]. 北京:北京邮电大学, 2019.
- [23] Li Linye, Zou Rong, Luo Liping, et al. Study on the effect of time-varying atmospheric turbulence on the propagation of array combination lasers [J]. Audio Engineering, 2022, 46(2):107 – 113. (in Chinese)
李林野, 邹嵘, 罗丽平, 等. 时变大气湍流对阵列合束激光传输特性的影响研究 [J]. 电声技术, 2022, 46 (2):107 – 113.
- [24] Li Zhenghan, Li Xinyang. Performance of predictive correction for adaptive optics systems with frozen flow turbulence [J]. Optics and Precision Engineering, 2018, 26 (3):548 – 555. (in Chinese)
李正汉, 李新阳. 冻结大气湍流下自适应光学系统的预测校正性能 [J]. 光学精密工程, 2018, 26(3): 548 – 555.