



·复杂电磁环境中的等离子体过程·

二维片状相对论电子束到靶规律研究^{*}

高 磊¹, 郝建红¹, 张 芳², 赵 强², 范杰清¹, 薛碧曦¹, 董志伟²

(1. 华北电力大学 电气与电子工程学院, 北京 102206; 2. 北京应用物理与计算数学研究所, 北京 100094)

摘 要: 相对论电子束在理想顺磁环境下能够以较高的注量率击中靶目标, 但实际情况中由于受环境的影响, 相对论电子束的传输方向可能会与地磁场呈小角度偏差, 因此会受到地磁场的作用产生拉莫尔进动, 影响电子束的到靶瞄准以及到靶注量。基于二维片状相对论电子束, 分别对相对论电子束顺磁和偏离磁场 3° 角两种传输情况进行仿真模拟, 通过模拟束团的传输过程, 分析研究了顺磁环境下不同传输距离束团到靶率的变化规律, 以及偏离磁场 3° 角时传输过程中注量率的变化规律, 为相对论电子束到靶率的预估和靶目标的瞄准提供数据参考。

关键词: 相对论电子束; 到靶率; 注量率; 回转点; 拉莫尔进动

中图分类号: O46

文献标志码: A

doi: 10.11884/HPLPB202436.230101

Study on law of two-dimensional sheet relativistic electron beam transport to target

Gao Lei¹, Hao Jianhong¹, Zhang Fang², Zhao Qiang², Fan Jieqing¹, Xue Bixi¹, Dong Zhiwei²

(1. School of Electrical and Electronic Engineering, North China Electric Power University, Beijing 102206, China;

2. Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, Beijing 100094, China)

Abstract: The relativistic electron beam can hit the target with a high injection rate under the ideal paramagnetic environment, but in reality, due to the influence of the environment, the transmission direction of the relativistic electron beam may deviate from the geomagnetic field at a small angle, thus the Larmor precession will be generated by the action of the geomagnetic field, which affects the target aiming of the electron beam as well as the amount of the injection to the target. In this paper, based on the two-dimensional sheet relativistic electron beam, taking the paramagnetic relativistic electron beam and the beam with 3° angle deviation from the magnetic field as two cases, through the simulation of the propagation of the bunches, we analyze and study the effect of different transmission distance on the bunch to target rate in paramagnetic environment, as well as that of the 3° deviation from the magnetic field on the amount of injection in the propagation process, thus to provide data for reference in the prediction of relativistic electron beam-to-target rate and target aiming.

Key words: relativistic electron beam, target arrival rate, fluence rate, turning point, Larmor precession

在太空探索技术逐渐发展的进程中, 对于逐渐成为了航天器与卫星运行潜在隐患的厘米级别的太空垃圾, 因其体积较小数量较多的特点, 一般不采用主动规避和结构保护的清理方式。当前高功率脉冲技术逐渐成熟, 已经可以实现 MeV 量级的相对论电子束的星载空间发射, 通过相对论电子束发射产生的较大冲量作用到太空垃圾上, 使其烧毁或者被推动脱离原有轨道, 成为未来消除碎片级太空垃圾的有效手段^[1-4]。另外也有人提出使用二次电子和 X 射线来感知地球同步轨道或者太空物体的静电势^[5]。该方法同样需要使用高能电子束击中测试的靶目标物体, 依据靶目标受击产生的二次电子和 X 射线来推断目标电势。

上述两种研究背景都基于相对论电子束能够以较高的注量率完成打靶接触等任务, 然而空天环境存在着复杂的相互作用, 尤其是地磁场的影响会使得电子束发生扭曲、弥散、偏转和拉莫尔进动等行为^[6-9], 从而使电子束偏离

* 收稿日期: 2023-04-25; 修订日期: 2023-10-30

基金项目: 国家自然科学基金青年基金项目 (12205024);

联系方式: 高 磊, gaoleiNCEPU@163.com。

通信作者: 张 芳, fangzhang328@163.com。

发射方向,对靶目标的瞄准产生误差。本文以二维片状束团为模拟对象,通过对束团到靶率以及传输过程中横向弥散特性的计算分析,研究在地磁场影响下相对论电子束传输中束团注量率以及到靶率的变化规律,为基于相对论电子束到靶任务的各种应用技术提供到靶率的理论预估和实现精准发射的条件参考。

1 仿真模型与参数设置

PIC 方法是研究带电粒子运动行为的重要工具。但在实际应用当中它仍存在一些缺点,其中有两点在电子束的长程传输计算中尤为明显,其一是模拟计算所消耗的资源庞大;其二是 PIC 方法将模拟粒子处理为离散的目标会对计算结果产生数值噪声的影响。所以直接利用 PIC 技术很难实现 km 级别的传输模拟,为了克服上述两个困难,本文在仿真中引入移动窗技术以提高计算效率,同时设置移动窗边界条件来净化计算空间的电磁场环境;采用静电模型结构,规避高频噪声以及振荡的激励,节省仿真过程中此类高频反应所需要的计算空间,基于上述两项技术构建了相对论电子束团的长程传输模型,本文使用的模拟方法和传输模型与文献 [10] 中一致,该方法计算结果的合理性与准确性已得到可靠的验证。

仿真模拟坐标系选择 2D3V 的笛卡尔坐标,同时设电子束的前进方向和横向分别为 x 、 y 轴的正方向,同时 z 方向默认为单位长度的周期性边界,作为辅助方向来模拟轴向无限长的二维片状束模型,片状束的横向尺寸为 0.25 m (如图 1 所示)。

本文以粒子束在 LEO 轨道清障为应用场景进行模拟研究,实际中采用射频电子直线加速器能够较好的实现到靶任务,因其加速梯度很大,所以能够实现以较小发射度执行打靶任务。本文采用较为理想的电子束仿真条件,将仿真条件设置为:电子束的初始能量 10 MeV,电流强度 1 mA、能散度为 0.5%。发射度为 $2 \text{ mm} \cdot \text{mrad}$ 。同时在束流理论中,电子束的偏转一般选择其质心作为偏转轨迹,而电子束的均方根(RMS)横向尺寸可以描述束团的空间形态和弥散状态^[11]。RMS 横向尺寸表征了电子束所有粒子的位置坐标相对于均值的偏差程度,RMS 横向尺寸越大,束团的横向弥散就越严重。束团 y 方向的 RMS 定义为

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{u_{y1}^2 + u_{y2}^2 + \dots + u_{yN}^2}{N}} \quad (1)$$

式中: $u_{yi} = y_i - y_{\text{avg}} (i = 1, 2, \dots, N)$, y_i 表示电子束任意一个粒子横向空间位置坐标, y_{avg} 为电子束横向空间坐标的均值, N 表示电子束的粒子总数。

为了方便描述电子束的到靶情况,引入注量率与到靶率的概念,注量率 φ 指的是单位时间内通过单位面积的粒子数目,即

$$\varphi = \frac{\sum_{i=1}^m N}{\Delta S \Delta T} \quad (2)$$

RMS 横向尺寸能够体现电子束的横向弥散情况,从而间接反映电子束的宏观横向尺寸的变化情况,电子束弥散会导致注量率的下降,本文模拟过程中通过考量 RMS 横向尺寸来描述电子束传输过程中注量率的变化规律。

到靶率 r 定义为到靶的粒子数目与束团总粒子数目的比值,即

$$r = \frac{N_t}{N} \quad (3)$$

式中: N 与 N_t 分别表示电子束发射的粒子总数与击中靶目标的粒子数目,二者的比值可以反映束团打靶的瞄准率。

2 电子束传输模拟结果

2.1 电子束的传输方向与地磁场平行

在传输方向与地磁场平行的顺磁环境下,相对论电子束不会受到地磁场的作用发生质心偏转,在不考虑电子束的非弹性碰撞以及外加电场的情况下,电子束的径向弥散可以通过 K-V 方程进行描束^[12-13],即

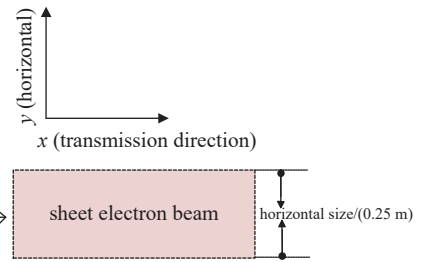


Fig. 1 Schematic diagram of electron beam simulation

图 1 电子束模拟示意图

$$R'' = \frac{\varepsilon_{\perp}^2}{R^3} + K_x \quad (4)$$

式中: R 为束团的包络半径; R'' 为 R 关于 x 坐标的二阶偏导数; ε_{\perp} 代表束团的初始发射度; K_x 为束流理论中的广义导流系数。等式右侧的第一项与第二项分别表示电子束的初始发射度与自生空间电荷效应对径向弥散的影响, 传输过程中电子束会持续受到自身发射度与空间电荷效应的影响产生出垂直于轴向的速度分量 v_y , 此时平行磁场 B_x 会对电子束的径向提供箍缩力限制电子束的横向弥散^[14-15], 同时电子束也会受到自电磁场的作用产生自箍缩效应^[16], 如图 2 所示。自箍缩效应与平行地磁场都能够有效减缓电子束的横向弥散, 使其能够在顺磁环境下维持较高的注量率击中靶目标。

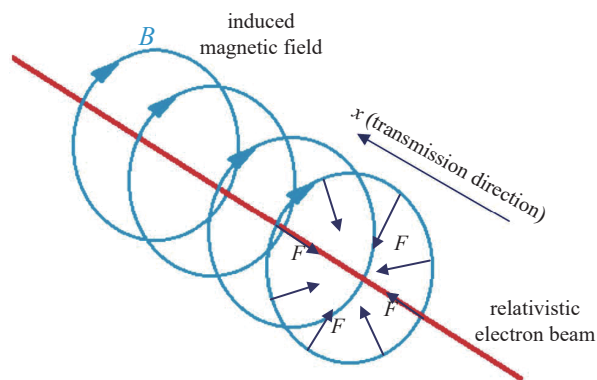


Fig. 2 Self pinch effect of relativistic electron beam

图 2 相对论电子束的自箍缩效应

从实际情况出发^[17], 本文首先对电子束传输至 30 km 与 50 km 处时的到靶情况进行仿真模拟, 同时设置靶目标的尺寸为 0.5 m, 对电子束到达靶目标时的横向分布进行计算分析, 图 3 给出了电子束在 30 km 与 50 km 处的到靶率示意图, 从图中可以看到, 相对论电子束在顺磁环境下击中 30 km 处的靶目标时, 到靶率约为 96%, 脱靶率约为 4%, 能够保持较高的到靶率击中靶目标; 而当传输距离提升至 50 km 处, 到靶率下降为约 62%, 脱靶率上升为约 38%。

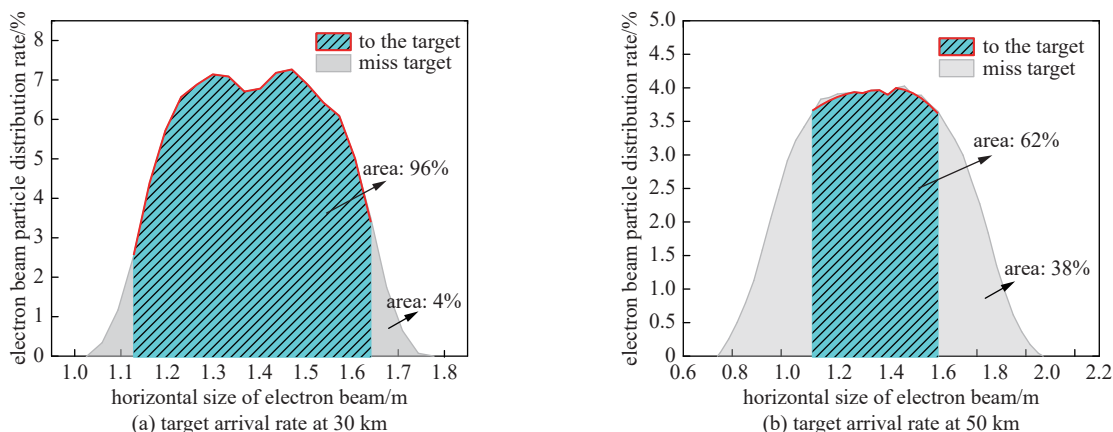


Fig. 3 Target arrival rate (with a target size of 0.5 m)

图 3 到靶率(靶目标尺寸为 0.5 m)

为了考察电子束在长程传输时, 到靶规律随传输距离变化的规律, 研究中在多个不同的传输距离下对电子束到靶情况进行分析计算, 同时对多组数据进行统计和归纳, 图 4 分别给出了电子束到靶率和脱靶率随传输距离增加的变化规律示意图。图中可见, 在 25 km 前, 电子束弥散膨胀后的横向尺寸仍小于靶目标尺寸, 可以保持 100% 的到靶率, 后续传输过程电子束随着传输距离的增加束团的弥散加剧, 到靶率持续下降, 脱靶率相应增加。

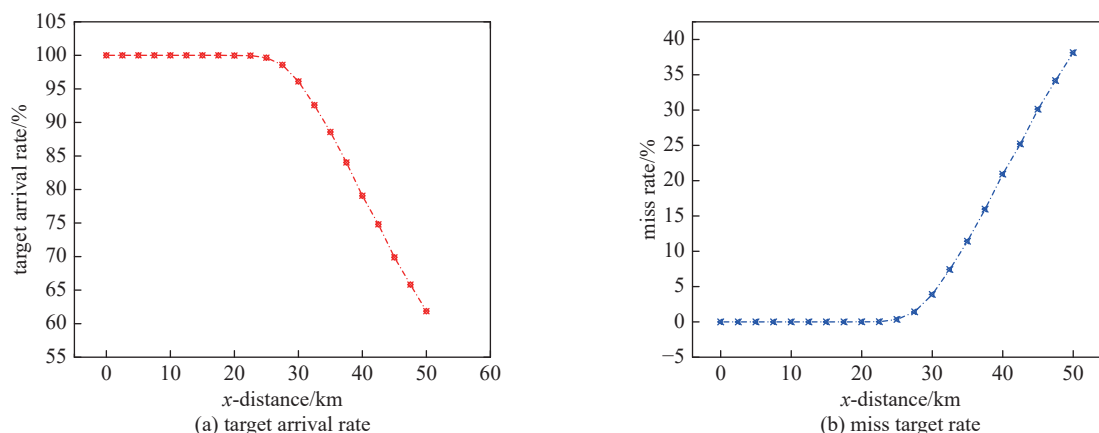


Fig. 4 Electron beam to target during transmission

图 4 在传输过程中电子束到靶情况

为了节省计算资源同时提高计算效率,使用外推法可以对远距离靶目标的到靶率进行模拟预估。本文依据 20~50 km 的计算数据分别采用线性外推、三次样条、Akima 样条方法进行对比外推至 100 km,为验证外推结果的正确性,将模拟距离增至 70 km 并进行了计算分析,结果如图 5 所示。线性外推的结果与模拟计算结果相差较大,具有较大的误差,Akima 样条外推结果较为接近后续传输的真实值,同时电子束在传输到较远距离后,所受到的空间电荷效应会越来越小,对应于外推曲线的后程曲线斜率的减小,在实际到靶技术中可以将此外推结果作为到靶率的粗估进行参考。

2.2 电子束的传输方向与地磁场成 3°角

在现实复杂空天环境下,相对论电子束很难达到理想顺磁发射,为了提高电子束的到靶注量完成到靶任务,选择电子束的传输方向与地磁场呈微小角度进行发射,模拟仿真过程中仍以二维片状电子束为模拟对象,设置电子束的传输方向与地磁场呈现 3°进行模拟发射,地磁场的强度为 5×10^{-5} T,地磁场的分量为

$$\begin{cases} B_x = B \cos 3^\circ = 4.9932 \times 10^{-5} \text{ T} \\ B_y = 0 \text{ T} \\ B_z = B \sin 3^\circ = 2.617 \times 10^{-6} \text{ T} \end{cases} \quad (5)$$

相对论电子束在受到 B_x 和 B_z 两个地磁场分量时,会以拉莫尔进动的方式向前传输,进动过程中的角频率 ω 计算为

$$\omega = \gamma B = \frac{qB}{2m} \quad (6)$$

式中: γ 表示电子的磁旋比,由电子的质量 m 与带电量 q 唯一确定,实验室测得其数值约为 2.002。将地磁场强度 5×10^{-5} T 代入式(6)得到拉莫尔进动的角频率 1.00115×10^{-4} rad/s。

束团拉莫尔进动的质心偏转轨迹如图 6 所示,在二维空间投影为振荡曲线,同时相对论电子束在第一个上顶点附近的电子束以及轴向速度的仿真模拟分布图如图 7 所示,图 7(a)中用不同颜色给出了电子束轴向速度的分布示意图

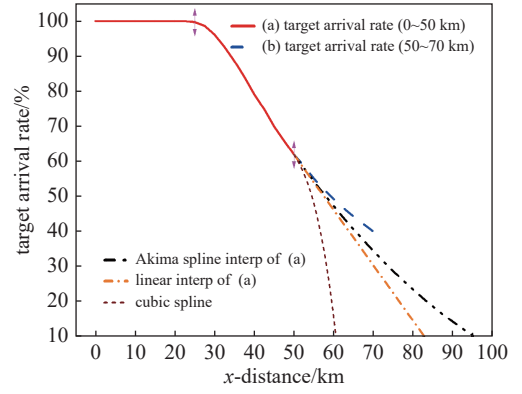


Fig. 5 Electron beam to target during transmission

图 5 到靶率外推分析

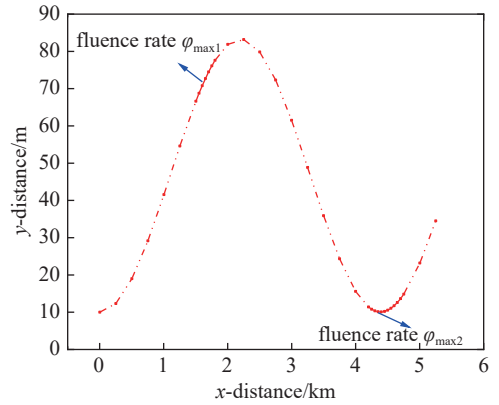


Fig. 6 Deflection trajectory of the center of mass

图 6 质心偏转轨迹

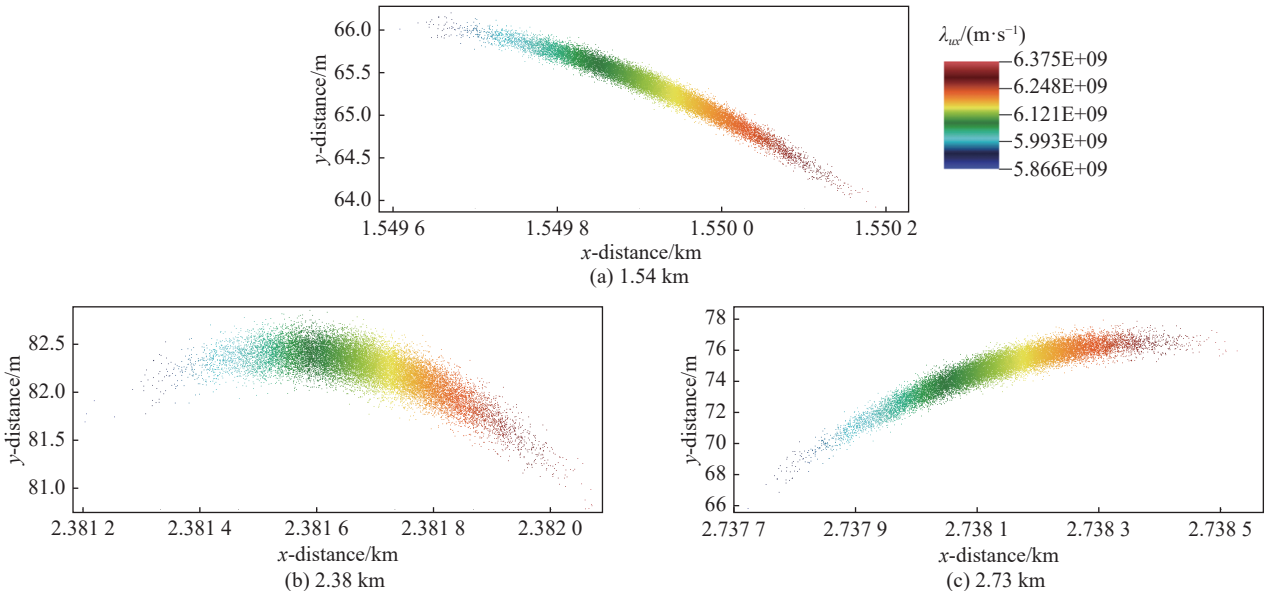


Fig. 7 Simulation of the relativistic electron beam and axial velocity distribution

图 7 相对论电子束以及轴向速度的仿真模拟分布图

例,通过颜色的区别能够直观地反映其轴向速度在电子束不同部位的差异,随后对束团的注量率进行分析计算,束团的两个注量率极大值近似出现在 1.6 km, 以及 4.4 km 上下两个顶点附近,如图 6 所示。

电子束注量率的极大值分布规律在传输初期并不明显,为了研究电子束在传输过程中注量率的变化规律,同时电子束的 RMS 横向尺寸可以反映电子束的空间分布以及弥散情况,对电子束传输整个过程的横向分布进行模拟分析计算,图 8 给出了电子束在传输过程中 RMS 横向尺寸的变化规律。

对图 8 中电子束的 RMS 均方根尺寸进行分析,分别连接曲线的波峰以及波谷组成新的曲线,表示注量率在极小值与极大值处的均方根值变化情况,束团注量率的极大值随着传输距离的增加,其 RMS 横向尺寸逐渐增加,电子束的弥散程度加剧,注量率的极大值逐渐减小,同时电子束注量率极大值点分布在拉莫尔进动的半周期 $kT/2(k=0,1,2,3,\dots,n)$ 位置,该点也称为拉莫尔进动的回转点。电子束注量率极小值随着传输距离的增加,呈现出双峰式增长的规律,分布在拉莫尔进动的回转点两侧,位于 $kT/4(k=1,3,\dots,2n+1(n=0,1,2,\dots))$ 的位置。

图 9 给出了电子束注量的极值点在其偏转轨迹下的分布示意图,注量率的极大值点分布在拉莫尔进动回转点处,而注量率的极小值点分布在拉莫尔进动的 $kT/4(k=1,3,\dots,2n+1(n=0,1,2,\dots))$ 处。为了进一步验证该结论,对束团传输过程中第二个拉莫尔进动周期过程中注量率的极大值点以及极小值点的到靶情况进行分析研究,靶目标依然设置为 0.5 m,设定靶目标的中心位置与束团的质心高度一致,图 10 给出了电子束传输至 6.4 km 与 5.48 km 处的到靶率分布情况。

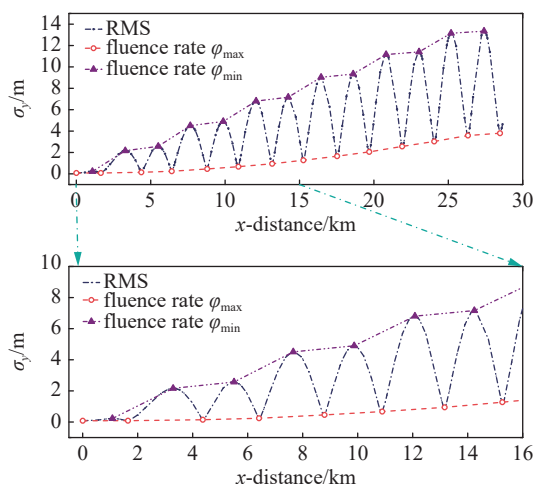


Fig. 8 Periodic variation of flux rate
图 8 注量率的周期变化规律

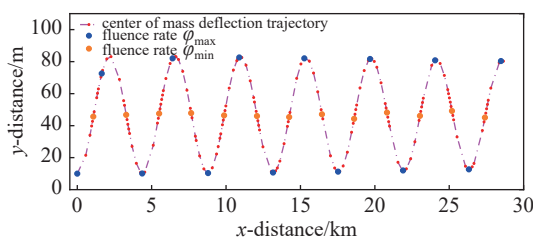


Fig. 9 Distribution of extreme point of electron beam flux rate under deflection trajectory
图 9 电子束注量率的极值点在偏转轨迹下的分布

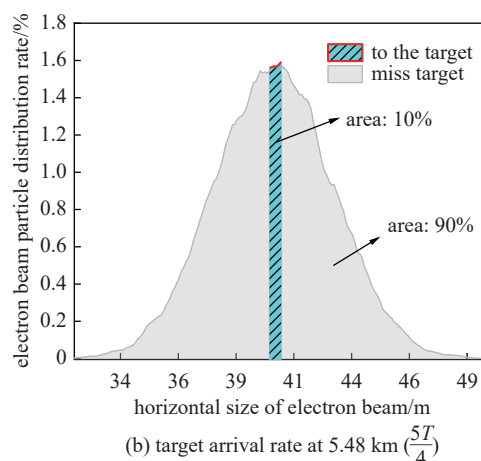
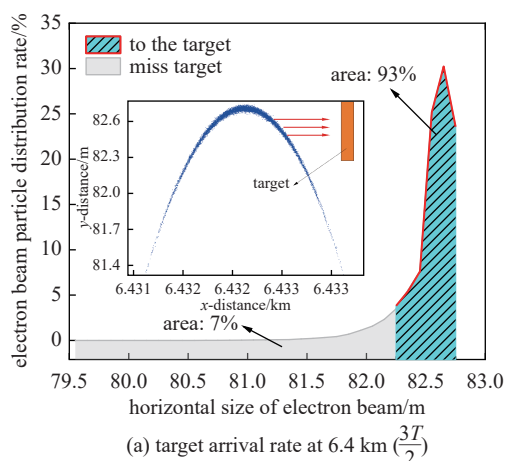


Fig. 10 Target arrival rate (with a target size of 0.5 m)
图 10 到靶率(靶目标尺寸为 0.5 m)

图 10(a)中束团传输至第二个拉莫尔进动上顶点位置,受地磁场的影响束团发生扭曲形变导致其中靶部分位于束团的上侧,且此时的到靶率高达 93%,远高于束团传输至 5.48 km 即 $5T/4$ 的位置时 10% 的到靶率。所以在执行打靶任务时,应对电子束长程传输进行模拟预测,通过调整电子束的传输距离,使得束团到靶时处在拉莫尔进动回转点附近,这样设置能够显著提高电子束到靶时的注量率,以完成各种复杂的打靶任务。

3 结 论

本文针对相对论电子束到靶规律进行模拟仿真研究,在顺磁环境下,给出了电子束到靶率和脱靶率随传输距离增加的变化规律,通过外推法实现了对远距离靶目标到靶率的模拟预估,为空天技术中的到靶任务提供理论参考;分析并研究了电子束的传输方向与地磁场呈微小角度时,其注量的极值点在其偏转轨迹下的分布规律。

综合考量地磁场对电子束的影响,在近地或者地球同步轨道附近执行相对论电子束到靶任务时,应尽可能实现顺磁传输,减小其传输方向与地磁场方向的夹角,此时电子束会以拉莫尔进动进行传输,通过对电子束的偏转轨迹进行模拟预测,调整合适的发射位置和方向,使得电子束在到靶时处于拉莫尔周期的 $kT/2(k=0,1,2,3,\dots,n)$ 位置,能够显著提高电子束到靶时的注量率以及到靶率。

参 考 文 献:

- [1] Bonnal C, Ruault J M, Desjean M C. Active debris removal: recent progress and current trends[J]. *Acta Astronautica*, 2013, 85: 51-60.
- [2] Hou Chongyuan, Yang Yuan, Yang Yikang, et al. Electromagnetic-launch-based method for cost-efficient space debris removal[J]. *Open Astronomy*, 2020, 29(1): 94-106.
- [3] Fang Yingwu, Pan Jun, Luo Yijia, et al. Effects of deorbit evolution on space-based pulse laser irradiating centimeter-scale space debris in LEO[J]. *Acta Astronautica*, 2019, 165: 184-190.
- [4] Phipps C. Lisk-Broom: a laser concept for clearing space debris[J]. *Laser and Particle Beams*, 1995, 13(1): 33-41.
- [5] Romero-Calvo Á, Cano-Gómez G, Schaub H. Simulation and uncertainty quantification of electron beams in active spacecraft charging scenarios[J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2022, 59(3): 739-750.
- [6] 戴宏毅, 王同权, 肖亚斌. 带电粒子束自生力对束流扩散的影响[J]. 国防科技大学学报, 2000, 22(4): 41-44. (Dai Hongyi, Wang Tongquan, Xiao Yabin. Research of effect of self-generated space charge force of charged particle beams on its radical spread[J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2000, 22(4): 41-44)
- [7] 张树发. 带电粒子束传输中发散范围的计算[J]. 国防科技大学学报, 1982, 4(2): 43-54. (Zhang Shufa. The calculation of diffusive region of charged particle beam in transmitting[J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 1982, 4(2): 43-54)
- [8] 戴宏毅, 肖亚斌, 王同权, 等. 带电粒子束在真空中传输时的扩散研究[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2001, 28(4): 6-10. (Dai Hongyi, Xiao Yabin, Wang Tongquan, et al. Study of spread of propagation of charged particle beams in vacuum[J]. *Journal of Hunan University (Natural Science Edition)*, 2001, 28(4): 6-10)
- [9] 胡星. 高能强流带电粒子束在介质中的传输研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2004. (Hu Xing. Research on propagation of high energy charged particle beams in media materials[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2004)
- [10] Hao Jianhong, Wang Xi, Zhang Fang, et al. The influence of magnetic field on the beam quality of relativistic electron beam long-range propagation in near-Earth environment[J]. *Plasma Science and Technology*, 2021, 23: 115301.
- [11] 焦鹿怀, 葛亚松, 张援农, 等. 地磁场中电子束结构运动的横向约束与周期振荡[J]. 地球物理学报, 2022, 65(10): 3691-3703. (Jiao Luhuai, Ge Yasong, Zhang Yuannong, et al. Transverse confinement and periodic oscillations of electron beam structures traveling in the Earth's magnetic field[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2022, 65(10): 3691-3703)
- [12] Xue Bixi, Hao Jianhong, Zhao Qiang, et al. Influence of geomagnetic field on the long-range propagation of relativistic electron beam in the atmosphere[J]. *IEEE Transactions on Plasma Science*, 2020, 48(11): 3871-3876.
- [13] Miller R B. An introduction to the physics of intense charged particle beam[M]. New York: Springer, 1982: 1-359.
- [14] Khazanov G V, Liemohn M W, Krivorutsky E N, et al. Relativistic electron beam propagation in the Earth's magnetosphere[J]. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 1999, 104(A12): 28587-28599.
- [15] Neubert T, Gilchrist B, Wilderman S, et al. Relativistic electron beam propagation in the Earth's atmosphere: modeling results[J]. *Geophysical Research Letters*, 1996, 23(9): 1009-1012.
- [16] Zhang Shichang, Elgin J. Stabilizing effect of the electron-beam self-fields on the phase-space trajectory in a self-amplified spontaneous emission free-electron laser operating in ultraviolet and X-ray spectral ranges[J]. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 2004, 37(4): 875-883.
- [17] White A E, Lewis H G. An adaptive strategy for active debris removal[J]. *Advances in Space Research*, 2014, 53(8): 1195-1206.