



·复杂电磁环境中的等离子体过程·

加载环形等离子体束的圆柱波导中慢等离子体波高频特性的数值研究*

杨温渊, 董志伟, 董 烨, 周前红

(北京应用物理与计算数学研究所, 北京 100094)

摘 要: 等离子体相对论微波发生器 (PRMG) 可以产生宽带高功率微波输出, 同时又具有良好的频率可调谐性, 因此在雷达、通信、电子对抗和物体探测等诸多领域均具有良好的应用前景。PRMG 通常采用加载环形等离子体束的圆柱波导作为其波束相互作用区, 工作模式为慢等离子体波 TM_{01} 模 (下称 P- TM_{01} 模)。P- TM_{01} 模的色散特性及其变化规律对 PRMG 输出性能有着重要影响。利用全电磁粒子模拟程序对加载环形等离子体束的圆柱波导中 P- TM_{01} 模的色散特性和场分布进行了粒子模拟和分析, 获得等离子体束密度 n_p 、径向厚度 Δr_p 和径向位置 r_p 以及外加引导磁场强度 B_z 和波导半径 r_w 等参数对 P- TM_{01} 模的色散特性和场分布的影响规律。主要研究结果包括: (1) 一定范围内, n_p 和 Δr_p 的变化对色散特性影响较大, r_p , B_z 和 r_w 的变化对色散特性影响较小。值得关注的是, 由于波导中环形等离子体束的存在, 随着波导半径 r_w 的增加, 相同纵向波数 k_z 对应的 P- TM_{01} 模的频率没有降低而是略有提高。因此, 在实际应用时, 可以适当加大波导径向尺寸以提高器件功率容量; 适当降低磁场, 则有利于提高器件的紧凑性。(2) P- TM_{01} 模的纵向电场的方向不随径向位置变化, 径向电场的方向在等离子体束内外两侧相反, 外侧的场分布与同轴波导中 TEM 模相似。(3) 主要物理参数变化时, 场分布基本特点不会改变。但随着纵向模式数 N 和 k_z 相应增加, 电场能量向等离子体束收拢, 不利于波束相互作用和电磁场的耦合输出。因此为了 PRMG 的高效运行, 束波相互作用的共振点最好落在 k_z 相对较小的区域。上述研究结果对 PRMG 的设计和 optimization 具有一定的理论参考价值。

关键词: 等离子体相对论微波发生器; 慢等离子体波; 色散特性; 场分布; 粒子模拟

中图分类号: TN128

文献标志码: A

doi: 10.11884/HPLPB202436.230275

Numerical study on high frequency characteristics of slow plasma wave in cylindrical waveguide loaded with annular plasma beam

Yang Wenyuan, Dong Zhiwei, Dong Ye, Zhou Qianhong

(Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, Beijing 100094, China)

Abstract: As a kind of high power microwave generator, the plasma relativistic microwave generators (PRMGs) have the virtues of wideband high power microwave output and fine frequency tunability. Thus PRMG is very useful for a wide variety of applications. The beam-wave interaction region in the PRMG is generally a cylindrical metal waveguide with preformed annular plasma. The dispersion characteristics of the operating slow plasma wave TM_{01} mode (called as P- TM_{01} mode below) in the interaction region are critical to the output properties. Therefore, the dispersion characteristics and field distributions of the P- TM_{01} mode in a cylindrical waveguide loaded with annular plasma beam is studied numerically using the all electromagnetic PIC (Particle-in-Cell) code. Variation trends of the dispersion characteristics and the field distributions of the P- TM_{01} mode with the density n_p , radial thickness Δr_p and radial position r_p of the plasma beam, the intensity of the guiding magnetic field B_z and the radius of the waveguide r_w are obtained. Simulation results show that: (1) Both n_p and Δr_p affect the dispersion characteristics markedly and the frequency of the P- TM_{01} mode increases with the increasing of either n_p or Δr_p at the same axial wave number k_z . (2) Variations of r_p , r_w or B_z have very slight influence on the dispersion in the interested range. It is

* 收稿日期: 2023-08-17; 修订日期: 2023-10-24

基金项目: 国家自然科学基金项目 (11875094)

联系方式: 杨温渊, yang_wenyuan@iapcm.ac.cn.

indicated that one can choose relatively larger dimensions of the waveguide for larger power capacity and lower guiding magnetic field for compactness if necessary. (3) The basic features of the field distributions of the P-TM₀₁ mode will not change with the variations of the above mentioned physical parameters. But with the increasing of axial mode number and k_z , the electromagnetic energy will be trapped inside the plasma beam gradually and no effective beam-wave interaction will happen in the end. Therefore, it is suggested to choose the operating point with relatively small k_z for the efficient operation of PRMG.

Key words: plasma relativistic microwave generator, slow plasma wave, dispersion characteristic, field distribution, particle simulation

等离子体相对论微波发生器 (PRMG) 是由俄罗斯学者提出^[1-4]并逐渐发展起来的一类新型高功率微波源器件。PRMG 中波束互作用的机理为: 强流相对论电子束的慢空间电荷波与加载具有陡峭边界的磁化等离子体的波导中激发的等离子体慢波发生契伦柯夫共振相互作用, 使得电子束的能量向等离子体慢波转移, 从而实现波的放大。与为提升器件输出性能而填充等离子体的电真空相对论微波器件不同, PRMG 中的等离子体束是实现器件运行的必要条件。PRMG 可以产生宽带高功率微波输出, 同时又具有良好的频率可调谐性, 因此在雷达、通信、电子对抗和物体探测等诸多领域均具有良好的应用前景。目前, 对 PRMG 的研究属于相关领域的研究热点^[5-21]。近年来, 科学家们对 PRMG 进行的实验研究表明^[10-18]: PRMG 以振荡器形式工作时, 输出的微波频率调谐范围可以从几个吉赫兹到几十吉赫兹, PRMG 以放大器形式工作时, 相对带宽达到了 40%, 输出功率均为百兆瓦量级, 但器件输出效率均低于 10%, 输出功率和效率均有待进一步提高。因此, 为更好地满足实际应用的需求, 如何进一步提高器件的输出性能是 PRMG 研究的重要课题。

PRMG 中波束相互作用区通常为加载环形等离子体束的圆柱波导 (下称环形等离子体波导), 其中电磁场模式比较多, 因此对环形等离子体波导中色散特性的理论研究需要做较多的近似和假设才能获得解析结果^[4,19-21], 比如需要假定引导磁场足够强, 等离子体束厚度与其半径相比非常薄等。而且由于没有考虑等离子体束内部对电磁场俘获效应, 因此一般适用于波长较长, 即纵向波数 k_z 较小 ($k_z \Delta r_p \leq 1$) 时色散特性的计算^[20]。已经知道, 束波的色散关系对微波器件的输出性能有着决定性影响。因此, 对环形等离子体波导中慢等离子体波 TM₀₁ 模 (该模式即为参与波束相互作用的工作模式, 下称 P-TM₀₁ 模) 的色散特性和场分布进行更加细致的研究具有重要理论意义。

本文利用全电磁粒子模拟方法对环形等离子体波导中 P-TM₀₁ 模的色散特性和场分布进行了细致研究。相比于已有的研究方法, 一些假设和近似不再需要, 同时我们还可以考虑等离子体束内部对电磁场俘获效应。因此, 除了等离子体束密度 n_p 外, 还可以给出更多的物理参数, 如等离子体束的径向厚度 Δr_p 和径向位置 r_p 、外加引导磁场的强度 B_z 和波导半径 r_w 等的变化对色散特性的影响规律, 而且可以获得工作模式的电场空间分布图像和变化规律等关键信息, 从而引导器件工作参数的选择, 为后续器件优化设计提供参考依据。

1 物理模型

由于模拟结构为轴对称结构, 我们建立了如图 1 所示加载环形等离子体束的圆柱波导 $r-z$ 截面图, 其中 1 为金属波导, 2 为等离子体束, r_p 和 r_w 分别为环形等离子体束中心半径 (径向位置) 和波导半径, Δr_p 为等离子体束径向厚度, L 为相互作用区的长度。

研究表明, 在 PRMG 中参与波束互作用的模式为波导中环形等离子体束激发的等离子体慢波 TM₀₁ 模, 即 P-TM₀₁ 模, 该本征模能够与电子束发生有效契伦柯夫共振相互作用, 使得电子束的能量向其转移, 从而实现自身的放大。因此下面我们将只对 P-TM₀₁ 模的色散特性和场分布进行数值研究。

已经知道, 对加载环形等离子体束的圆波导, 其中电磁场模式比较多, 有多种的等离子体波和静电振荡、被等离子体慢化的原真空波导中的电磁波等, 这些模式的频带之间存在重叠。同时, 等离子体中的电子和离子在电磁场的作用下的运动可能会对电磁场模式的辨认产生一定干扰, 因此, 需结合相关物理认识来对所关注的模式进行仔细甄别, 尤其是频率相对较高的模式。

2 模拟结果和分析

下面, 我们将利用全电磁粒子模拟程序 NEPTUNE3D^[22] 对构建的图 1 所示的等离子体波导中 P-TM₀₁ 模的色散特性和场分布进行数值模拟和分析。除非另有说明, 等离子体束中的粒子由电子和氦离子组成, $n_p = 5.0 \times 10^{18} \text{ m}^{-3}$, $r_w = 1.8 \text{ cm}$, $\Delta r_p = 0.1 \text{ cm}$, $r_p = 1.05 \text{ cm}$, $L = 15 \text{ cm}$, $B_z = 2.0 \text{ T}$ 。模拟中将要调节变化的参数包括 n_p , Δr_p , r_p , B_z 和 r_w 。下面

给出主要的模拟结果和讨论。

2.1 主要物理参数对 P-TM₀₁ 模色散特性的影响

我们首先对环形等离子体波导中不同等离子体密度 n_p 对应的 P-TM₀₁ 模的色散特性进行了模拟, 模拟结果如图 2 所示, 其中 4 条曲线从下往上对应的 n_p 分别为 5×10^{18} 、 1×10^{19} 、 1.5×10^{19} 和 $2 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$ 。曲线上的长方形标记 A、B、B₁ 和 C 均为后续模拟场分布选定的模拟观察点。可以看到: 随着 n_p 的增加, 相同纵向波数 k_z 对应的 P-TM₀₁ 模的频率相应增加, k_z 越大, 频率增加越明显。

已经知道, 磁场足够大时, 波导中的环形等离子体束可以近似为相对介电常数为 $\epsilon_r = 1 - \omega_p^2/\omega^2$ 的介质, 其中 ω 为波的角频率, ω_p 为等离子体频率, $\omega_p^2 = n_p e^2/m_e \epsilon_0$, 这里 c 和 ϵ_0 分别为真空中的光速和介电常数, m_e 和 e 分别为电子的质量和电荷量。对于 P-TM₀₁ 模, 当波的频率 ω 保持不变时, 随着等离子体密度增加, 介电常数减小, 相速度增大, 对应的 k_z 减小。因此随着等离子体密度的增加, 相同的 ω 对应的 k_z 减小, 相同的 k_z 对应的 ω 增加。可见, 我们的模拟结果符合理论预测。

根据已有解析结果^[20-21], 在长波极限的情况下, 即 $k_z \rightarrow 0$ 时, 波的角频率 ω 和 k_z 成正比关系, 此时 $\omega = k_z c / \sqrt{1 + k_{\perp p}^2 c^2 / \omega_p^2}$, 其中 $k_{\perp p}^2 = \{r_p \Delta r_p \ln(r_w/r_p)\}^{-1}$ 。为了比较, 对于波长很长即 k_z 很小的情况, 我们利用上述公式对 n_p 分别为 5×10^{18} 和 $2 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$ 时的 P-TM₀₁ 模色散特性进行了计算, 计算结果见图 2 中两条带标记的直线。可以看到, k_z 很小时, 我们的模拟结果与解析公式的计算结果一致。

接着我们模拟了环形等离子体束的厚度 Δr_p 对等离子体慢波的色散特性的影响, 选取 Δr_p 分别为 0.1、0.2 和 0.3 cm, 计算结果如图 3 所示, 曲线上的长方形标记 B 和 B₂ 为本文后面部分模拟场分布选定的模拟观察点。可以看到: Δr_p 对色散曲线影响较大, 纵向波数 k_z 相同时, P-TM₀₁ 模的频率随 Δr_p 的增加而增加, k_z 越大, 增加越明显。这主要是由于随着等离子体束的厚度的增加, 波导中介质填充面积增大, 其对 P-TM₀₁ 模色散特性的影响与等离子体密度增加类似, 即相同的 ω 对应的 k_z 减小, 相同的 k_z 对应的 ω 增加。

我们还模拟了环形等离子体束的径向位置 r_p 、外加引导磁场强度 B_z 以及波导尺寸 r_w 等参数对等离子体慢波的色散特性的影响, 计算结果如图 4 到图 6 所示。可以看到: 一定范围内, r_p 、 B_z 和 r_w 对色散影响较小, k_z 很小时几

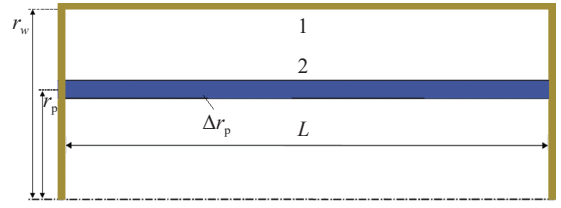


Fig. 1 Schematic drawing of the axial cross section in a plasma waveguide

图 1 加载环形等离子体束的圆柱波导 rz 截面图

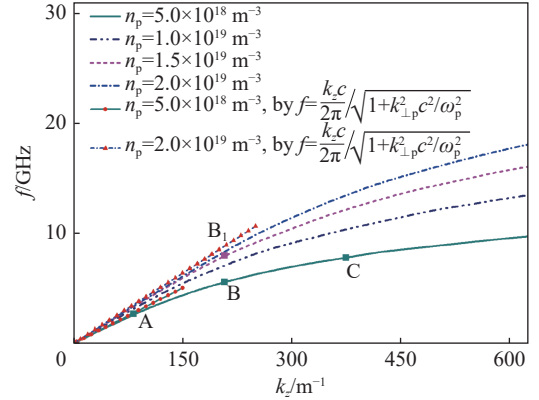


Fig. 2 Dispersion curves of the P-TM₀₁ mode in a plasma waveguide with different plasma density calculated by PIC simulations and theoretical formulation

图 2 PIC 模拟和解析公式计算得到的不同等离子体密度对应的 P-TM₀₁ 模色散曲线图

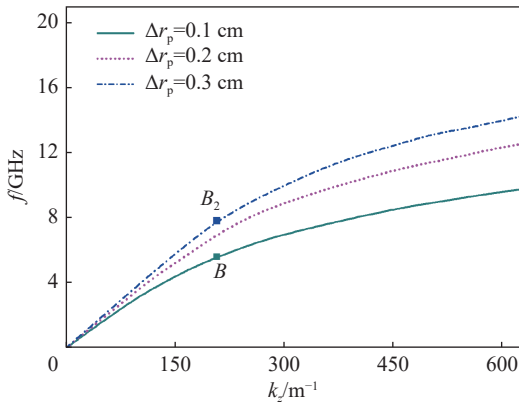


Fig. 3 Dispersion curves of the P-TM₀₁ mode in a plasma waveguide with different plasma radial thickness

图 3 不同等离子体束厚度对应的 P-TM₀₁ 模色散曲线图

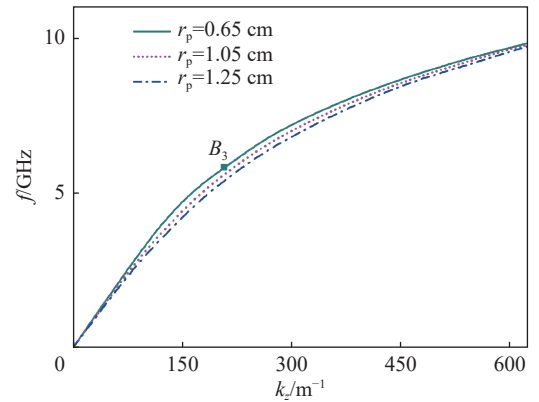


Fig. 4 Dispersion curves of the P-TM₀₁ mode in a plasma waveguide with different plasma radial position

图 4 不同等离子体束径向位置对应的 P-TM₀₁ 模色散曲线图

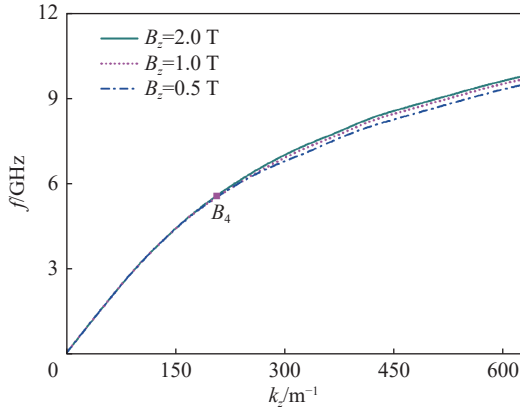


Fig. 5 Dispersion curves of the P-TM₀₁ mode in a plasma waveguide with different intensity of the guiding magnetic field

图 5 不同强度的外加引导磁场对应的 P-TM₀₁ 模式色散曲线图

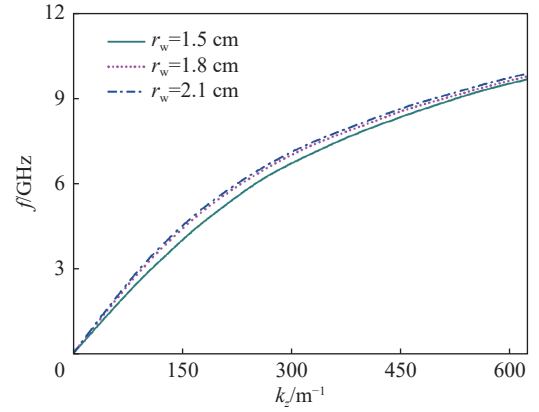


Fig. 6 Dispersion curves of the P-TM₀₁ mode in a plasma waveguide with different waveguide radius

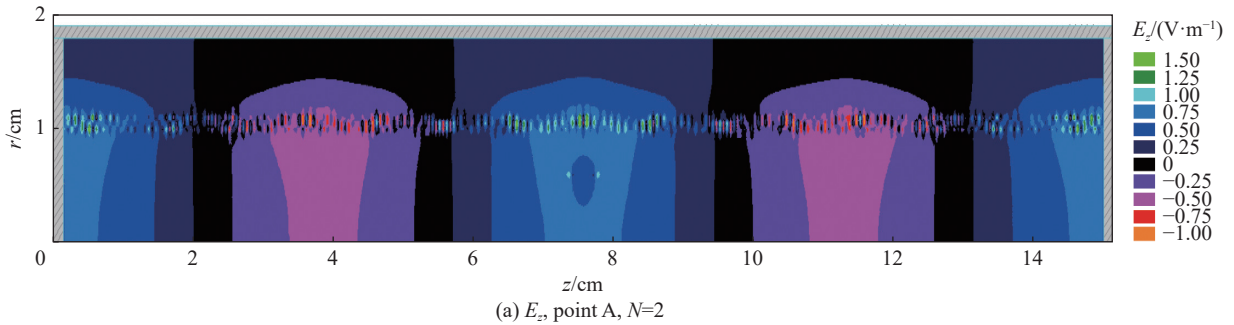
图 6 不同波导半径对应的 P-TM₀₁ 模式色散曲线图

乎没有影响。这主要是由于外加磁场的变化对等离子体束介电常数有一定的影响,但由于磁场变化幅度相对不大,因此影响较小。另外, r_p 和 r_w 的变化虽然没有引起等离子体束介电常数的变化,但介质在波导中的相对位置有一定变化,因而对 P-TM₀₁ 模式色散特性均有较小影响。其中 r_p 的减小和 r_w 的增大都使得等离子体束与波导外壁的距离增加,因而引起的色散特性的变化趋势是一致的。值得关注的是,由于波导中环形等离子体束的存在,与真空波导不同,随着波导半径 r_w 的增加,相同 k_z 对应的工作模式的频率没有降低而是略有提高。基于以上结果,在满足相对论电子束聚焦的前提下,可适当降低外加磁场,从而提高器件的紧凑性。在实际需要时,可以适当选取较大的波导尺寸,从而提高器件功率容量。

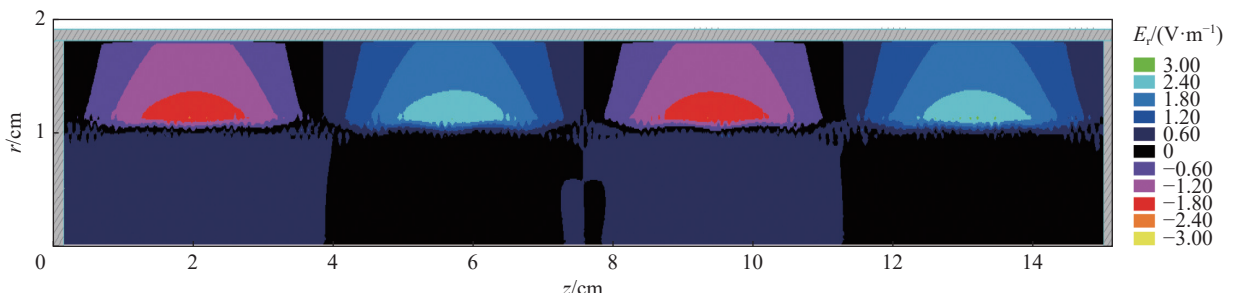
2.2 环形等离子体波导中 P-TM₀₁ 模场分布特点和变化规律

下面我们将给出环形等离子体波导中 P-TM₀₁ 模的电场空间分布图并分析其特点和变化规律,为器件工作参数的选择提供参考依据,从而为后续 PRMG 的优化设计提供参考。

由于模拟时波导长度为有限长度,其两端进行了封闭,波导变为谐振腔,因此产生了具有不同纵向模式数的分离模式。图 7 给出了图 2 中曲线 1 上三个频点 A、B 和 C 处所对应 P-TM₀₁ 本征模的轴向电场 E_z 和径向电场 E_r 分布的等高图,其中 $n_p = 5 \times 10^{18} \text{ m}^{-3}$ 。点 A、B 和 C 处对应的纵向模式数 N 分别为 2、5 和 9,对应频率分别约为 2.7、5.6 和 7.8 GHz,对应的 k_z 分别约为 83.221、208.05 和 374.49 m^{-1} 。可以看到:纵向电场 E_z 的方向不随径向位置变化,其强度的最大值与等离子体束所在位置重合,与文献解析分析结果一致。径向电场 E_r 在等离子体束内外两侧方



(a) E_z , point A, $N=2$



(b) E_r , point A, $N=2$

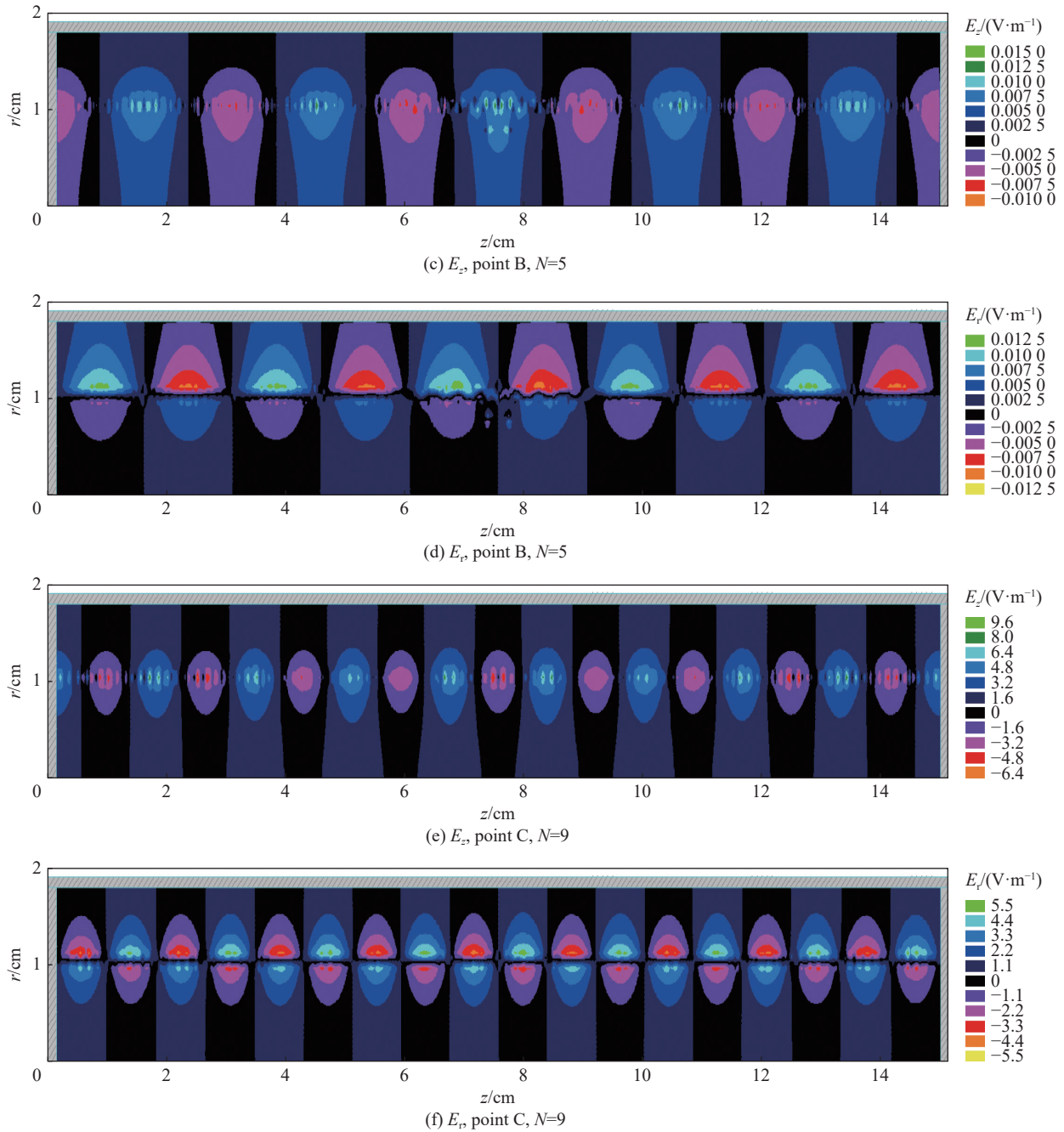

 Fig. 7 Contour plots of the electric field of the P-TM₀₁ mode at points A, B, and C

 图 7 点 A、B 和 C 处 P-TM₀₁ 模的轴向和径向电场分布等高图

向相反, 外侧的场分布与同轴波导中 TEM 模相似。纵向模式数 N 较小时, 其强度则是外侧大于内侧。

由图 7 还可以看到: 随着 N 的增加, 中心轴线附近 E_z 强度逐渐减小, 等离子体束外侧 E_r 强度逐渐减小, 内侧 E_r 强度相对增加, 电场能量向等离子体束收拢, 不利于波束相互作用和电磁场的耦合输出。已有理论研究也表明: $k_z \rightarrow \infty$ 时, 电磁场能量将被“捕获”在等离子体内部, 难以与相对论电子束发生共振相互作用。因此为了 PRMG 的高效运行, 束波相互作用的共振点最好落在 N 较小的区域, 此时 k_z 也相应较小。

我们还模拟计算了主要物理参数, 包括 n_p 、 Δr_p 、 r_p 以及 B_z 改变时, 对应的 P-TM₀₁ 模的轴向和径向电场分布特征的变化规律。图 8 给出了对应前面色散曲线图 2~图 5 中标出的点 B₁、B₂、B₃ 和 B₄ 处轴向电场分布等高图, 这些点与点 B 具有相同的 N 和 k_z 。其中 B₁ 对应 $n_p=1.5 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$, 频率为 8.0 GHz, B₂ 对应 $\Delta r_p=0.3 \text{ cm}$, 频率为 7.8 GHz, B₃ 对应 $r_p=0.65 \text{ cm}$, 频率为 5.8 GHz, B₄ 对应 $B_z=1.0 \text{ T}$, 频率为 5.55 GHz, N 均为 5。与图 7(c) (点 B 处结果) 相比, 可以看到, 上述物理参数变化时, 虽然 E_z 场分布细节可能有所差别, 但空间分布基本特征保持不变。同样地, 径向电

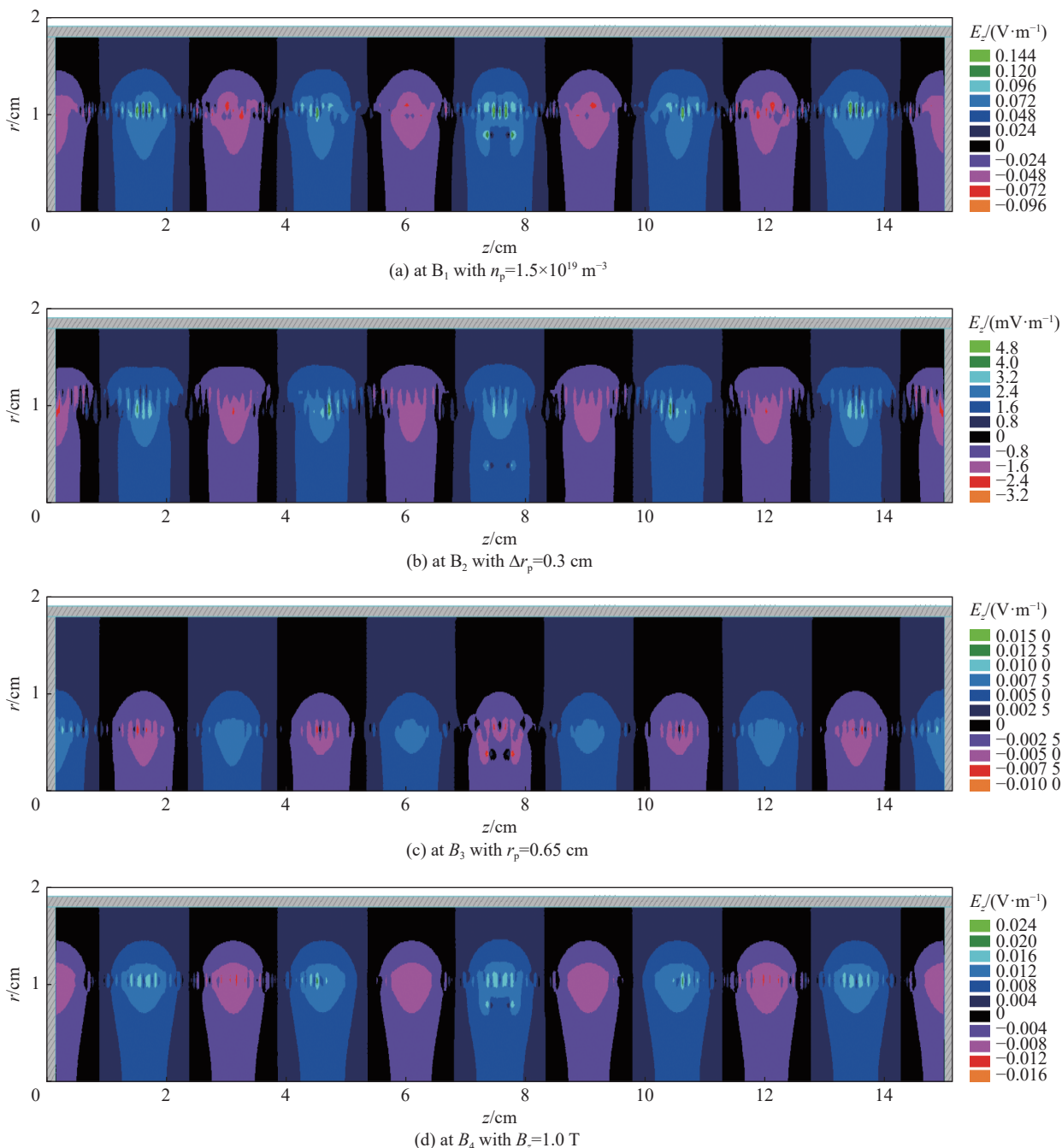


Fig. 8 Contour plots of the electric field of the P-TM₀₁ mode E_z at points B₁, B₂, B₃ and B₄

图 8 点 B₁、B₂、B₃ 和 B₄ 处 P-TM₀₁ 模的轴向电场分布等高图

场 E_r 的基本特征也没有变化。这主要是由于这些点处对应的 N 和 k_z 相同，因此，虽然物理参数有变化，对应频率略有变化，但电场分布基本特征没有变化。基于上述结果，在器件优化设计时，可根据实际需要在一定范围内灵活选取相关参数。

3 结 论

本文利用全电磁粒子模拟程序对加载环形等离子体束的圆柱波导中 P-TM₀₁ 模的色散特性和场分布进行了模拟和分析。得到了等离子体束密度 n_p 、径向厚度 Δr_p 和径向位置 r_p 以及外加引导磁场强度 B_z 和波导半径 r_w 等参数对 P-TM₀₁ 的色散特性和场分布的影响规律。主要结果包括：(1) 相同纵向波数 k_z 对应的工作模式的频率随 n_p 、 Δr_p 、 r_p 、 B_z 和 r_w 的增加而提高，随 r_p 的增加而降低， k_z 越大，变化越明显。其中 n_p 和 Δr_p 对色散特性影响较大， r_p 、 B_z 和 r_w 对色散影响很小， k_z 很小时几乎没有影响；值得关注的是，由于波导中环形等离子体束的存在，随着 r_w 波导半径的增加，相同 k_z 对应的工作模式的频率没有降低而是略有提高，因此，在实际应用时，可以适当加大波导尺

寸以提高器件功率容量;适当降低磁场,则有利于提高器件的紧凑性。(2)P-TM₀₁的纵向电场 E_z 的方向不随径向位置变化,其强度的最大值与等离子体束所在位置重合。径向电场 E_r 的方向在等离子体束内外两侧相反,纵向模式数 N 较小时,其强度则是外侧大于内侧,外侧的场分布与同轴波导中 TEM 模相似。(3)主要物理参数变化时,场分布基本特点不会改变,因此,可根据实际需要在一定范围内灵活选取上述参数。随着 N 的增加,中心轴线上 E_z 强度减小,等离子体束内侧 E_r 强度增加,外侧则相对减小,电场能量向等离子体束收拢,不利于波束相互作用和电磁场的耦合输出,最终电磁场能量将被“捕获”在等离子体内部,难以与相对论电子束发生共振相互作用。因此为了 PRMG 的高效运行,束波相互作用的共振点最好落在 N 和 k_z 较小的区域。上述研究结果对 PRMG 的设计和优化具有一定的理论指导作用。

参考文献:

- [1] Kremontsov V I, Rabinovich M S, Rukhadze A A, et al. Excitation of electromagnetic waves in a plasma in a homogeneous magnetic field by a strong-current relativistic electron beam[J]. *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 1975, 42(4): 622-627.
- [2] Bogdankevich I S, Kuzelev M V, Rukhadze A A. Plasma microwave electronics[J]. *Soviet Physics Uspekhi*, 1981, 24(1): 1-16.
- [3] Kuzelev M V, Mukhametzyanov F K, Rabinovich M S, et al. Relativistic plasma UHF generator[J]. *Sov Phys JETP*, 1982, 54: 780.
- [4] Kuzelev M V, Loza O T, Ponomarev A V, et al. Spectral characteristics of a relativistic plasma microwave generator[J]. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 1996, 82(6): 1102-1111.
- [5] Strelkov P S, Ivanov I E, Shumeiko D V. Noise characteristics of a plasma relativistic microwave amplifier[J]. *Plasma Physics Reports*, 2016, 42(7): 653-657.
- [6] Bogdankevich I L, Litvin V O, Loza O T. On the development of plasma relativistic microwave oscillator without strong magnetic field[J]. *Bulletin of the Lebedev Physics Institute*, 2016, 43(2): 62-65.
- [7] Ernyleva S E, Loza O T. Plasma relativistic microwave noise amplifier with the inverse configuration[J]. *Physics of Wave Phenomena*, 2017, 25(1): 56-59.
- [8] Litvin V O, Loza O T. High-power broadband plasma maser with magnetic self-insulation[J]. *Physics of Plasmas*, 2018, 25: 013105.
- [9] Kartashov I N, Kuzelev M V. The use of a coaxial electrodynamic system for amplification of microwave range waves during the development of beam-plasma instability[J]. *Plasma Physics Reports*, 2021, 47(6): 548-556.
- [10] Ernyleva S E, Loza O T. Microwave pulse shortening in plasma relativistic high-current microwave electronics[J]. *Physics of Wave Phenomena*, 2017, 25(2): 130-136.
- [11] Kartashov I N, Kuzelev M V, Strelkov P S, et al. Influence of plasma unsteadiness on the spectrum and shape of microwave pulses in a plasma relativistic microwave amplifier[J]. *Plasma Physics Reports*, 2018, 44(2): 289-298.
- [12] Ivanov I E. Radiation spectra of the plasma relativistic microwave oscillator[J]. *Plasma Physics Reports*, 2019, 45(7): 662-673.
- [13] Andreev S E, Bogdankevich I L, Gusein-Zade N G, et al. Change in the generation mode of the plasma relativistic microwave oscillator[J]. *Plasma Physics Reports*, 2019, 45(7): 674-684.
- [14] Strelkov P S, Tarakanov V P, Dias Mikhailova D E, et al. Ultrawideband plasma relativistic microwave source[J]. *Plasma Physics Reports*, 2019, 45(4): 345-354.
- [15] Ponomarev A V, Buleyko A B, Ul'yanov D K. Feedback suppression in the plasma relativistic microwave noise amplifier with inverse configuration[J]. *Plasma Physics Reports*, 2020, 46(9): 950-953.
- [16] Ivanov I E. Narrow-band generation of plasma relativistic microwave generator[J]. *Plasma Physics Reports*, 2021, 47(5): 440-452.
- [17] Andreev S E, Bogdankevich I L, Gusein-Zade N G, et al. Effect of the erosion of collector surface on the operation of a pulse-periodic plasma relativistic microwave generator[J]. *Plasma Physics Reports*, 2021, 47(3): 257-268.
- [18] Strelkov P S, Ivanov I E, Dias Mikhailova E D, et al. Spectra of plasma relativistic microwave amplifier of monochromatic signal[J]. *Plasma Physics Reports*, 2021, 47(3): 269-278.
- [19] Birau M. Linear theory of plasma Čerenkov masers[J]. *Physical Review E*, 1996, 54(5): 5599-5611.
- [20] Kuzelev M V, Rukhadze A A. Present status of the theory of relativistic plasma microwave electronics[J]. *Plasma Physics Reports*, 2000, 26(3): 231-254.
- [21] Kartashov I N, Kuzelev M V, Rukhadze A A. Amplification of surface waves in a plasma waveguide by a straight relativistic electron beam in a finite magnetic field[J]. *Plasma Physics Reports*, 2004, 30(1): 56-61.
- [22] Yang Wenyuan, Dong Ye, Chen Jun, et al. Brief introduction and recent applications of a large-scale parallel three-dimensional PIC code named NEPTUNE3D[J]. *IEEE Transactions on Plasma Science*, 2012, 40(7): 1937-1944.