



建模与数值模拟

弱导电薄层介质材料电磁耦合等效计算方法研究

鲍献丰^{1,2}, 李瀚宇^{2,3}, 周海京^{2,3}

(1. 中物院高性能数值模拟软件中心, 北京 100088; 2. 北京应用物理与计算数学研究所, 北京 100088;
3. 中国工程物理研究院 复杂电磁环境科学与技术重点实验室, 四川绵阳 621900)

摘要: 面向核电电磁脉冲等强电磁环境下复合材料壳体平台的电磁环境效应分析需求, 根据 Maxwell-Ampere 定理的积分形式, 分析得到了时域有限差分方法在处理弱导电薄层介质材料参数时的等效计算方法, 即当介质等效波长远大于模型厚度时, 可将薄层模型适当增厚, 同时按比例减小其电导率, 参数等效前后模型的电磁耦合特性基本相同。该方法通过等效增厚薄层材料从而实现增大空间离散步长, 减少网格量的目的, 不需要改变传统时域有限差分方法的时间步进格式, 不会破坏计算的稳定性。无限大有耗介质薄板、薄层球体、含薄层壳体无人机电磁耦合等算例表明, 在包含毫米级厚度弱导电介质薄层壳体平台的核电电磁脉冲耦合模拟中, 该方法具有较好的适用性。

关键词: 弱导电介质; 薄层材料; 时域有限差分方法; 电磁耦合; 等效计算

中图分类号: TN248.6

文献标志码: A

doi: 10.11884/HPLPB202436.230370

Research on equivalent calculation method for electromagnetic coupling of weakly conducting thin layer dielectric materials

Bao Xianfeng^{1,2}, Li Hanyu^{2,3}, Zhou Haijing^{2,3}

(1. CAEP Software Center for High Performance Numerical Simulation, Beijing 100088, China;
2. Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, Beijing 100088, China;
3. Complicated Electromagnetic Environment Laboratory of China Academy of Engineering Physics, Mianyang 621900, China)

Abstract: To analyze the electromagnetic environmental effects of composite shell platforms in strong electromagnetic environments such as nuclear electromagnetic pulses, we have obtained an equivalent calculation method of the finite-difference time-domain method in dealing with weakly conducting thin-layer dielectric materials based on the integral form of the Maxwell-Ampere theorem. The thin layer model can be appropriately thickened while proportionally reducing its conductivity when the equivalent wavelength of the medium is larger than the model thickness. The electromagnetic coupling characteristics of the model before and after parameter equivalence are essentially the same. This method can reduce the computational effort by increasing the grid step size. In addition, this method does not require changing the time step format of the traditional finite-difference time-domain method and does not affect the stability of the calculation. Numerical experiments, such as the examples using infinitely large thin plates, thin spherical layers, and electromagnetic coupling of unmanned aerial vehicles with thin shells, have shown that it has good applicability to the electromagnetic coupling simulation of thin-shell platforms containing weakly conducting materials with millimeter thickness in nuclear electromagnetic pulse environments.

Key words: weakly conducting, thin layer, finite difference time domain, electromagnetic coupling, equivalent calculation

近年来, 复合材料由于其比重小、刚性好、强度高优点, 被广泛地应用于各个领域, 特别是在航空航天、航空电子等设备中^[1]。复合材料的电导率远小于金属, 一般为数十至数百西门子/米, 其屏蔽性能弱于金属, 因此在核

* 收稿日期: 2023-10-24; 修订日期: 2024-03-04
基金项目: 中国工程物理研究院院长基金自强项目(YZJJZQ2022015)
联系方式: 鲍献丰, bobbao0925@163.com。

电磁脉冲、雷电脉冲、高功率微波等强电磁环境下,复合材料壳体平台的电磁安全性受到严重威胁^[2-3]。

复合材料通常厚度在毫米量级,对于飞机等数十米量级的复合材料薄层壳体平台电磁耦合计算而言,常规的电磁全波计算方法需要采用极细的网格剖分,导致网格量巨大,计算开销大且效率低。为解决上述问题,大量学者进行了相关的研究,提出了表面阻抗边界条件法、有效边界条件法、传输线等效法等嵌入式模型方法^[4-10],其主要思想采用嵌入式薄层模型技术,将薄层材料的电磁响应通过不同的修正手段嵌入到三维网格计算中,从而避免对薄层材料的网格剖分。但是上述方法在引入到时域有限差分方法时,由于破坏了传统方法的时间步进格式,极易引起后期不稳定的问题。此外,在面向复杂模型时,嵌入式等效方法对模型网格剖分要求较高,需要获取复杂薄层曲面与三维网格的相交关系,容易出现网格离散薄层曲面缺失、破损等问题,影响整体电磁计算的精度。

本文根据 Maxwell-Ampere 定理的积分形式,分析得到了时域有限差分方法(FDTD)在弱导电薄层介质材料电磁耦合计算中的参数等效计算方法,即满足介质等效波长远大于模型厚度时,可将薄层模型适当增厚,同时按比例减小其电导率,参数等效前后模型的电磁耦合特性基本相同。利用自主研发的三维时域全波电磁模拟并行应用软件 JEMS-FDTD^[11-15]分别对核电电磁脉冲环境下无限大有耗介质薄板、薄层球体、含薄层壳体无人机电磁耦合算例开展了计算。数值模拟结果表明,本文采用的参数等效计算方法在面向核电电磁脉冲环境下包含毫米级厚度弱导电(电导率为数十至数百西门子/米)薄层壳体平台电磁耦合模拟中具有较好的适用性。通过参数等效计算方法,可以有效降低含弱导电介质薄层结构电磁耦合问题的网格量,计算速度提升超过一个量级。并且,这种模型参数等效方法不需要改变传统 FDTD 的时间步进格式,不会破坏 FDTD 计算的稳定性,也不会带来额外的计算量,对网格剖分算法也相对友好。

1 等效计算方法

在 FDTD 计算时,需要将材料属性映射到网格中。不失一般性,考虑图 1 所示的薄层介质曲面和 E_z 的 FDTD 网格设置。应用 Maxwell-Ampere 定理的积分形式

$$\oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_s \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} + \frac{d}{dt} \int_s \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} \quad (1)$$

将各向同性线性介质的本构关系 $\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E}$ 以及导电物质中的欧姆定律 $\mathbf{J} = \sigma\mathbf{E}$ 代入式(1),可得

$$\oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_s \sigma\mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} + \frac{d}{dt} \int_s \varepsilon\mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} \quad (2)$$

由式(2)可见, E_z 计算所需的等效介质参数应取其所在网格介质所占面积的加权平均值(在一个 FDTD 计算网格内, E_z 近似均匀分布),即

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{eff}} &= (s_1\sigma_1 + s_2\sigma_2)/(\Delta x\Delta y) \\ \varepsilon_{\text{eff}} &= (s_1\varepsilon_1 + s_2\varepsilon_2)/(\Delta x\Delta y) \end{aligned} \quad (3)$$

式中: s_1 、 s_2 为该网格内 1 号、2 号两种材料的面积; σ_1 、 σ_2 为两种材料的电导率; ε_1 、 ε_2 为两种材料的相对介电常数; Δx 、 Δy 为网格步长。

进一步的,考虑厚度均匀(厚度为 d)、电导率为 σ 、相对介电常数为 1 的薄层材料放置于真空背景材料中。记薄层材料为 1 号材料,面积为 $\int_l dl$, 其中 $\int_l dl$ 为薄层材料在网格内的长度积分,在该网格内为一确定值,电导率为 $\sigma_1 = \sigma$; 记真空背景材料为 2 号材料,面积为 s_2 , $\sigma_2 = 0$ 。于是通过式(3)可得

$$\sigma_{\text{eff}} = (s_1\sigma_1)/(\Delta x\Delta y) = d\sigma \cdot \left(\int_l dl / (\Delta x\Delta y) \right) \quad (4)$$

由式(4)可见 σ_{eff} 正比于 $d\sigma$, 意味着在满足 $d\sigma$ 相等的前提下,同时改变薄层材料的厚度 d 及 σ , σ_{eff} 取值相同,该网格的电磁耦合特性亦相同。即如图 2 所示,满足 $d\sigma = d'\sigma'$ 条件的两组网格参数的电磁耦合特性相同。

上述等效成立有两个前提条件,其一是薄层模型增厚带来的几何外貌改变可忽略;其二在薄层材料内电磁波等效波长远大于模型厚度,从而无需对薄层材料剖分过细网格。实际应用中,采用 FDTD 计算时空间网格步长通常被要求小于波长的 1/10,在复杂几何结构处网格步长会设置得更小,适当地增厚薄层材料仍然可保证离散模型

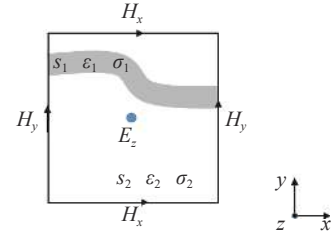


Fig. 1 Thin layer dielectric surface and FDTD mesh setup

图 1 薄层介质曲面和 E_z 的 FDTD 网格设置

的几何精度。针对条件二, 在有耗介质中, 其等效波长可表示为

$$\lambda_{\text{eff}} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_r - i\sigma\epsilon_0/\omega}} = \frac{2\pi c_0}{\omega \sqrt{\epsilon_r - i\sigma\epsilon_0/\omega}} \quad (5)$$

式中: λ_0 为真空波长; c_0 为光速; ϵ_r 为相对介电常数; ϵ_0 为真空介电常数; ω 为角频率。

图3给出了由式(5)计算得到的四种电导率参数下的等效波长随频率变化的曲线, 以1 mm厚度薄层材料为例, 一般认为等效波长大于其厚度的十倍以上, 可采用单层网格描述, 即可认为满足等效计算前提条件。由图3可见, 随着电导率的升高, 等效计算的适用频率上限逐步降低, 当 $\sigma=30$ S/m, 适用频率上限约1.7 GHz, 当 $\sigma=50$ S/m, 适用频率上限约1 GHz, 当 $\sigma=100$ S/m时, 适用频率上限约500 MHz。其余电导率及薄层厚度下的适用范围可以此类推。

综上所述, 当满足介质内等效波长远大于模型厚度的前提下, 可以将弱导电介质薄层材料的模型适当增厚, 同时等比例减小其电导率, 等效前后模型的电磁耦合特性基本相同。上述等效使得薄层模型厚度可以适当增加, 意味着不需要采用过细的网格来刻画薄层材料, 大幅降低了网格量, 提高了计算效率。并且, 这种模型参数等效方法不需要改变传统FDTD的时间步进格式, 不会破坏FDTD计算的稳定性, 也不会带来额外的计算量。

2 数值验证

为验证上述等效计算方法的正确性和高效性, 采用JEMS-FDTD软件开展数值验证。

算例1 无限大有耗介质薄板模型

薄板模型长宽各0.5 m, 厚度为 d , 电导率为 σ , 相对介电常数为1; 薄板沿 xOy 面水平放置, 入射波沿 $-z$ 轴入射, 电场极化方向沿 x 轴, 薄板的 $\pm x$ 两端设置为理想电边界(PEC), 薄板的 $\pm y$ 两端设置为理想磁边界(PMC), 薄板的 $\pm z$ 两端设置为完全匹配层吸收边界, 以模拟平面波正入射无限大薄层材料; 入射脉冲采用50 kV/m标准核电磁脉冲(HEMP)波形。

图4给出了不同厚度及不同电导率参数下薄板正下方50 mm处监测点的电场时域波形及频域波形分布。其中 $d=3$ mm, $\sigma=10$ S/m的模型与 $d=10$ mm, $\sigma=3$ S/m的模型计算电场波形高度吻合($d\sigma=30$ mS), 电场峰值偏差小于0.1%; 以 $d=1$ mm, $\sigma=90$ S/m; $d=3$ mm, $\sigma=30$ S/m; $d=5$ mm, $\sigma=18$ S/m; $d=10$ mm, $\sigma=9$ S/m四组模型参数下计算电场波形高度吻合($d\sigma=90$ mS), 电场时域峰值偏差小于0.1%, 频域电场平均偏差小于0.1 dB, 其中各频点对应的频域电场值由对时域波形的离散傅里叶变换得到, 频域电场平均偏差为计算频率范围内各个离散频点电场偏差的平均值(取

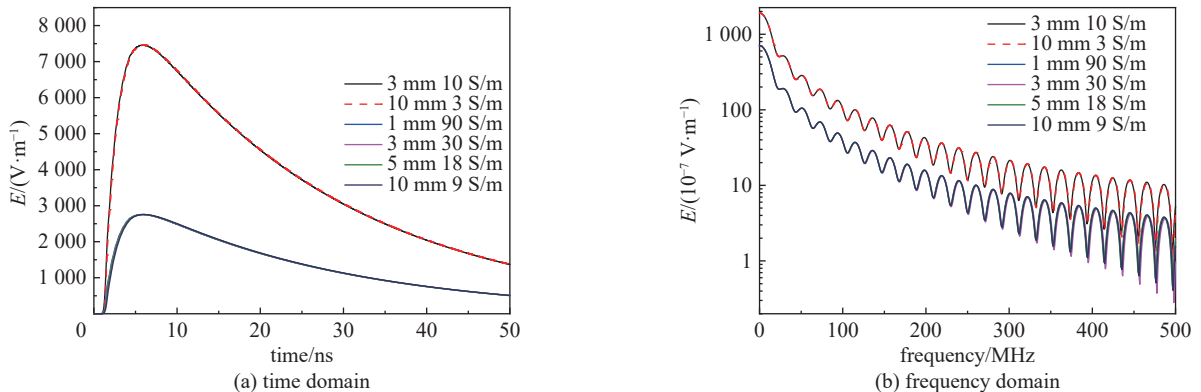


Fig. 4 Electric field waveforms at 50 mm below the thin plate

图4 薄板下方50 mm处电场波形

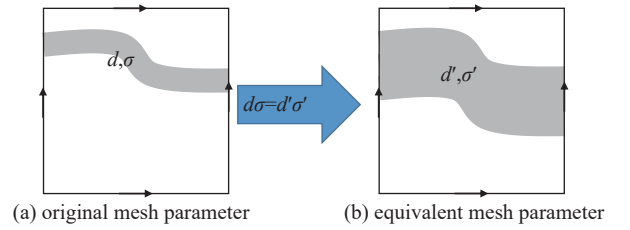


Fig. 2 Equivalent mesh parameter settings

图2 薄层介质曲面和 E_z 的FDTD原始网格及等效网格参数设置

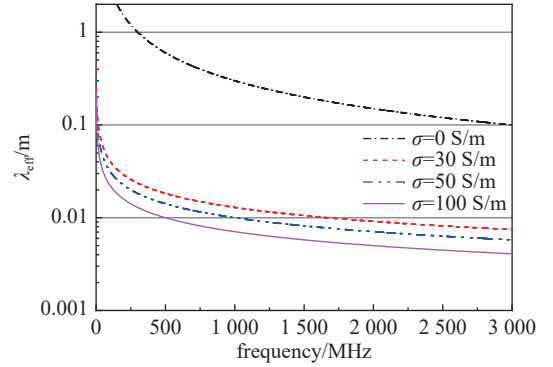


Fig. 3 Equivalent wavelength versus frequency curves for different conductivities

图3 不同电导率下等效波长随频率变化曲线

dB 单位)。验证了在正入射情形下, $d\sigma$ 数值相等时无限大薄层材料后方监测点的耦合波形基本吻合; 同时, $d\sigma$ 越大, 电场波形衰减越大, 符合物理规律。

算例 2 有耗介质薄层球体模型

有耗介质薄层球体模型, 球体半径为 0.5 m、厚度为 d 、电导率为 σ 、相对介电常数为 1, 边界条件设为完全匹配层吸收边界, 平面波入射参数同算例 1。

图 5(a) 给出了不同厚度及不同电导率参数下球体模型中心点处监测点的电场时域波形分布。其中 $d=3$ mm、 $\sigma=10$ S/m 的模型与 $d=10$ mm、 $\sigma=3$ S/m 的模型计算电场波形基本吻合 ($d\sigma=30$ mS), 电场峰值偏差为 2.1%。

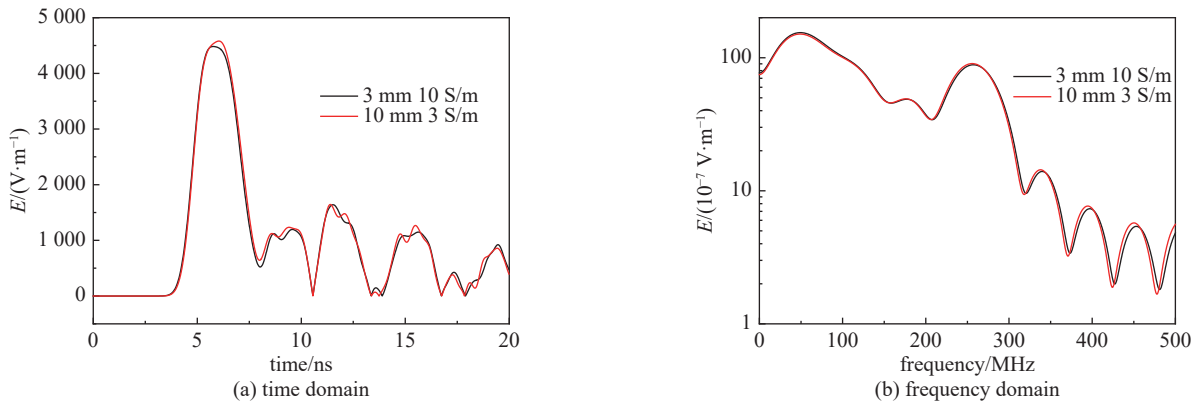


Fig. 5 Electric field waveforms at the center point of the sphere

图 5 球体中心点电场波形对比

图 5(b) 给出了球体中心点电场频域波形, 两者分布基本吻合, 高于 300 MHz 曲线吻合度相比低频段 (小于 300 MHz) 的吻合度略差, 频域电场平均偏差为 0.3 dB。

算例 3 无人机模型

无人机模型如图 6 所示, 无人机长约 5 m、宽约 5.2 m、高约 2.0 m, 其中机身外壳为有耗介质薄层材料, 厚度为 d , 电导率为 σ , 相对介电常数为 1 (图中蓝色半透明结构), 其余部件视为理想金属材料 (图中灰色结构), 边界条件设为完全匹配层吸收边界, 入射波采用 50 kV/m 标准 HEMP 波形, 入射方向为 $-y$ 轴, 电场极化方向为 $+z$ 方向。

图 7 给出了无人机内部电场波形监测点位置示意图, 监测点位于 $x=0, z=-0.13$ 平面, y 坐标依次为 0、0.3、0.65、1.0。

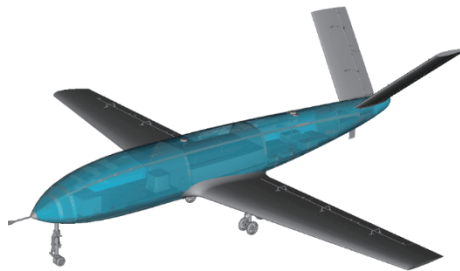


Fig. 6 UAV model with weak conductive thin shell

图 6 弱导电介质薄层壳体无人机模型

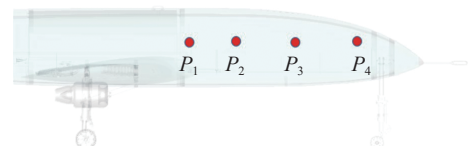


Fig. 7 Location diagram of monitoring points in the UAV

图 7 无人机内部电场波形监测点位置示意

图 8 给出了 $d=3$ mm、 $\sigma=10$ S/m 与 $d=10$ mm、 $\sigma=3$ S/m 为模型参数 ($d\sigma=30$ mS) 下无人机内部监测点电场波形分布图, 两种参数模型在相同位置处计算得到的电场波形曲线基本吻合, 其中 P_1 点电场峰值偏差为 2.9%、 P_2 点电场峰值偏差为 9.1%、 P_3 点电场峰值偏差为 3.2%、 P_4 点电场峰值偏差为 8.4%。

图 9 给出了无人机内部监测点电场的频域波形 ($d\sigma=30$ mS), 两种模型得到的计算结果的频域曲线基本吻合。 P_1 点频域电场平均偏差为 2.1 dB、 P_2 点频域电场峰值偏差为 1.8 dB、 P_3 点频域电场平均偏差为 1.4 dB、 P_4 点频域电场平均偏差为 1.7 dB。

图 10 给出了 $d=3$ mm、 $\sigma=30$ S/m 与 $d=10$ mm、 $\sigma=9$ S/m 为模型参数 ($d\sigma=90$ mS) 下无人机内部监测点电场波形分布图, 两种参数模型在相同位置处计算得到的电场波形曲线基本吻合, 其中 P_1 点电场峰值偏差为 14.6%、 P_2 点电场峰值偏差为 14.2%、 P_3 点电场峰值偏差为 3.3%、 P_4 点电场峰值偏差为 10.6%。

图 11 给出了无人机内部监测点电场的频域波形 ($d\sigma=90$ mS), 两种模型得到的计算结果的频域曲线基本吻

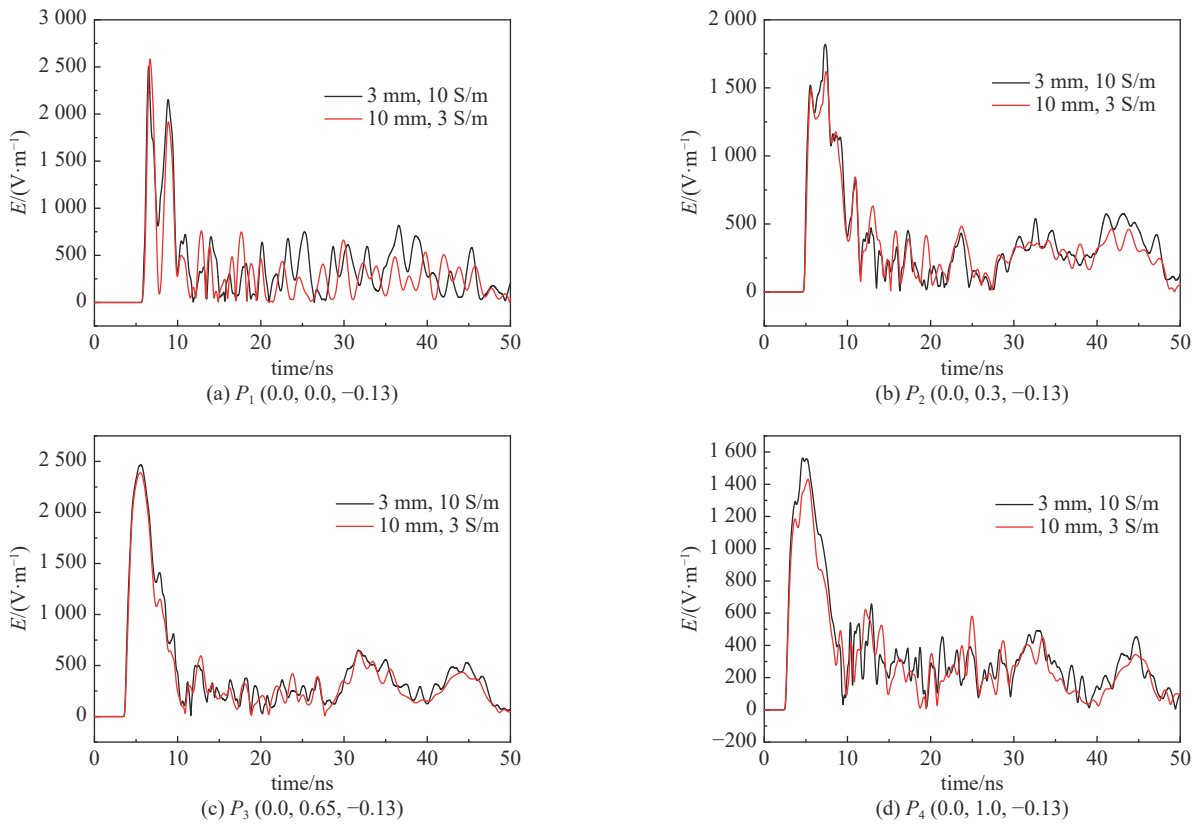


Fig. 8 Time domain electric field waveforms of monitoring points in the UAV ($d\sigma=30$ mS)

图 8 无人机内部监测点时域波形 ($d\sigma=30$ mS)

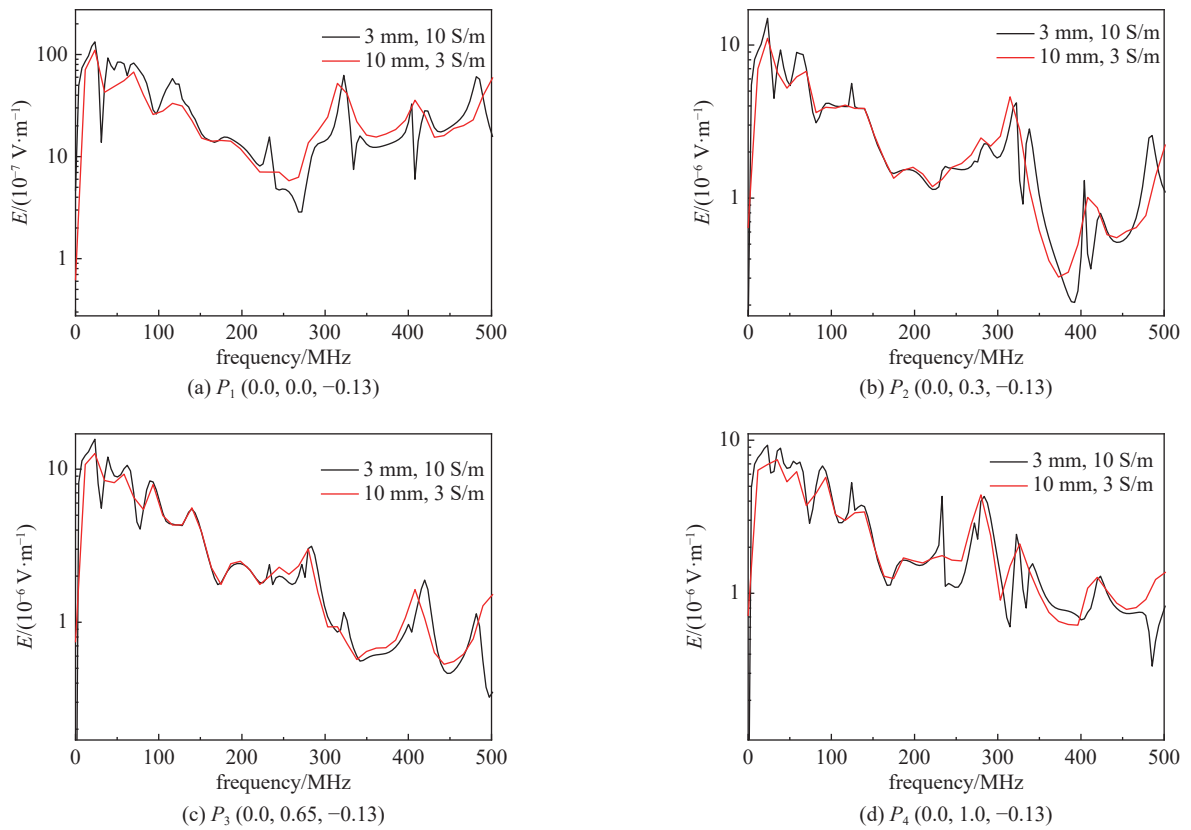


Fig. 9 Frequency domain electric field waveforms of monitoring points in the UAV ($d\sigma=30$ mS)

图 9 无人机内部监测点频域波形 ($d\sigma=30$ mS)

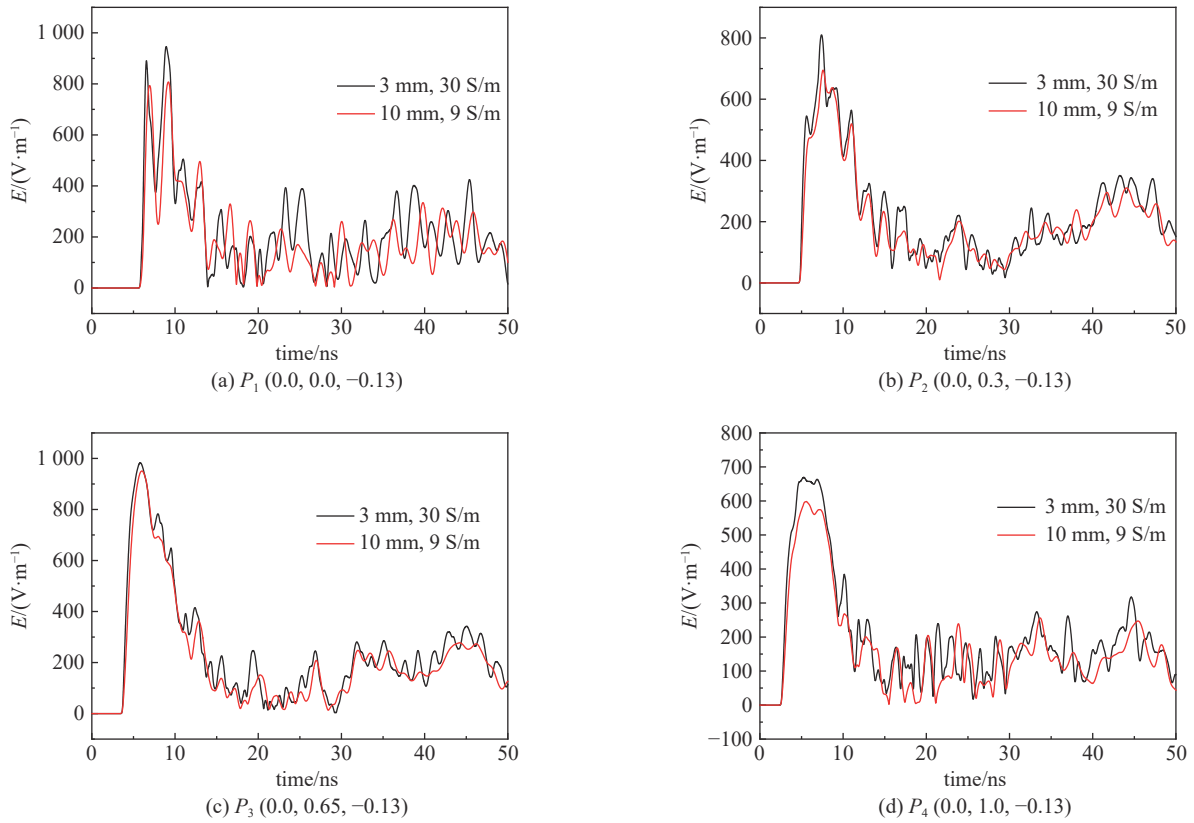


Fig. 10 Time domain electric field waveforms of monitoring points in the UAV ($d\sigma=90$ mS)

图 10 无人机内部监测点时域波形 ($d\sigma=90$ mS)

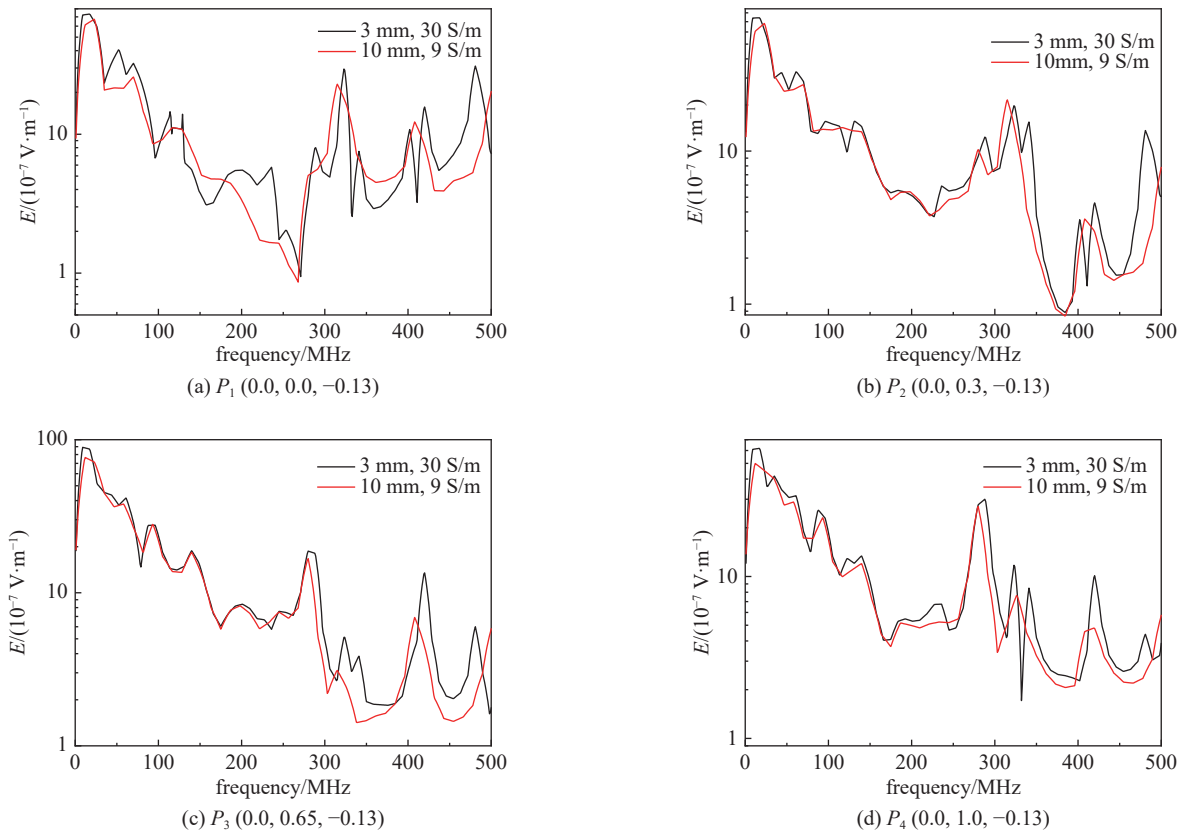


Fig. 11 Frequency domain electric field waveforms of monitoring points in the UAV ($d\sigma=90$ mS)

图 11 无人机内部监测点频域波形 ($d\sigma=90$ mS)

合。 P_1 点频域电场平均偏差为 2.2 dB、 P_2 点频域电场平均偏差为 2.1 dB、 P_3 点频域电场平均偏差为 2.0 dB、 P_4 点频域电场平均偏差为 1.8 dB。

以机身材料厚度为仿真时设置的最小网格步长, 相应的计算开销对比如表 1 所示。当机身外壳材料为 10 mm 薄层材料时, 空间网格采用均匀网格剖分方式, 计算区域均采用 10 mm 网格剖分, 网格总数为 52 百万; 当机身外壳材料为 3 mm 薄层材料时, 空间网格采用非均匀网格剖分方式, 对于薄层材料部分采用 3 mm 剖分, 其他区域采用 10 mm 剖分, 网格总数为 298 百万, 网格总数增加至 10 mm 模型的 5.7 倍。此外, 由于时间稳定性条件约束, 3 mm 薄层模型所需的时间步长变为 10 mm 薄层模型的 3/10, 仿真相同的物理时间计算时间步数增加至 3.33 倍。两种模型均采用 56 CPU 核并行计算, 3 mm 薄层模型所需的计算用时变为 10 mm 薄层模型的 17 倍。

表 1 不同机身外壳厚度无人机模型计算开销对比 (均采用 56 CPU 核并行计算)

Table 1 Comparison of computational overhead for UAV models with different thickness (56 CPU cores)

thickness/mm	mesh step/mm	number of meshes/million	dt/(10^{-3} ns)	time/ns	time steps	calculation time/h
10	10	52	19.1	100	5236	0.15
3	3~10	298	57.2	100	17482	2.55

由于时域有限差分方法特性, 网格采用结构网格剖分, 网格粗细对模型的几何精度存在一定影响。上述算例的主要偏差来源有两个方面, 一是弱导电薄层介质等效计算方法带来的计算偏差, 二是网格粗化引入的计算偏差。等效计算方法的偏差来源主要是由于入射脉冲频段范围宽, 电导率一定时, 各频段对应的等效波长差异极大, 从而对等效波长远大于模型厚度这一前提条件的适用程度有所差异, 使得高频电磁分量存在偏差。随着模型复杂度的提高, 计算网格粗化带来的偏差也随之增加。因此无限大有耗介质薄板模型在 $d\sigma$ 数值相等时耦合波形吻合度最高, 电场时域峰值偏差小于 0.1%, 频域电场平均偏差小于 0.1 dB (该算例两种参数下网格差异带来的偏差最小, 基本可忽略); 简单模型, 如有耗介质薄层球体模型, 耦合波形吻合度较高, 电场时域峰值偏差小于 3%, 频域电场平均偏差小于 0.3 dB; 复杂模型, 如无人机模型, 耦合波形吻合度稍差, 电场时域峰值偏差小于 15%, 频域电场平均偏差小于 3 dB。复杂模型的耦合波形吻合度较简单模型有所降低, 但仍在工程仿真可接受的偏差范围内。而随着模型等效, 可以适当粗化弱导电介质薄层材料的网格步长, 计算速度得到超过一个量级的性能提升。

3 结 论

本文根据 Maxwell-Ampere 定理的积分形式, 分析得到了 FDTD 方法在弱导电薄层介质材料电磁耦合计算中的参数等效计算方法, 即满足介质等效波长远大于模型厚度时, 可将薄层模型适当增厚, 同时等比例减小其电导率, 参数等效前后模型的电磁耦合特性基本相同。利用自主研发的三维时域全波电磁模拟并行应用软件 JEMS-FDTD 分别对无限大有耗介质薄板、薄层球体、含薄层壳体材料无人机电磁耦合算例开展了计算, 验证了方法的正确性和高效性。通过参数等效计算, 可以有效降低含弱导电介质薄层结构电磁耦合问题的网格量, 计算速度提升超过一个量级。

参考文献:

- [1] 杜善义. 先进复合材料与航空航天[J]. 复合材料学报, 2007, 24(1): 1-12. (Du Shanyi. Advanced composite materials and aerospace engineering[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2007, 24(1): 1-12)
- [2] 孙斌, 吴天航, 张松, 等. HIRF 环境下飞机复合材料燃油箱屏蔽效能研究[J]. 合肥工业大学学报(自然科学版), 2020, 43(9): 1197-1202, 1228. (Sun Bin, Wu Tianhang, Zhang Song, et al. Research on shielding effectiveness of aircraft composite fuel tank in HIRF environment[J]. Journal of Hefei University of Technology (Natural Science), 2020, 43(9): 1197-1202, 1228)
- [3] 王天顺. 复合材料结构飞机电磁兼容性分析[C]//第四届全国电磁兼容学术交流大会论文集. 1996: 187-191. (Wang tianshun, EMC analyses of composite aircraft[C]//Proceedings of the 4th National Academic Exchange Conference on Electromagnetic Compatibility. 1996: 187-191)
- [4] 孟雪松, 张瀚, 鲍献丰, 等. 碳纤维增强复合材料薄层高效建模方法研究[J]. 电波科学学报, 2019, 34(1): 19-26. (Meng Xuesong, Zhang Han, Bao Xianfeng, et al. High efficient modeling techniques of carbon fiber reinforced composite thin layer[J]. Chinese Journal of Radio Science, 2019, 34(1): 19-26)
- [5] 孟雪松, 鲍献丰, 刘德赞, 等. 嵌入式薄片模型在时域有限差分算法中的应用[J]. 强激光与粒子束, 2017, 29: 123203. (Meng Xuesong, Bao Xianfeng, Liu Deyun, et al. Embedded thin film model in finite difference time domain method[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2017, 29: 123203)
- [6] Oh K S, Schutt-Aine J E. An efficient implementation of surface impedance boundary conditions for the finite-difference time-domain method[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1995, 43(7): 660-666.
- [7] Shi Lijuan, Yang Lixia, Ma Hui, et al. Collocated SIBC-FDTD method for coated conductors at oblique incidence[J]. Progress in Electromagnetics Research

- M, 2013, 30: 239-252.
- [8] Maloney J G, Smith G S. The use of surface impedance concepts in the finite-difference time-domain method[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1992, 40(1): 38-48.
- [9] 汪昕, 冯博文, 闫丽萍, 等. 复合材料薄层建模技术及电磁屏蔽效能评估[J]. *无线电工程*, 2020, 50(12): 1097-1101. (Wang Xin, Feng Bowen, Yan Liping, et al. FDTD modeling of thin-layer composite slab and its application to shielding effectiveness prediction[J]. *Radio Engineering*, 2020, 50(12): 1097-1101)
- [10] 杨利霞, 马辉, 施卫东, 等. 基于表面阻抗边界条件的等离子体薄涂层电磁散射的时域有限差分分析[J]. *物理学报*, 2013, 62: 034102. (Yang Lixia, Ma Hui, Shi Weidong, et al. Finite difference time domain analysis on electromagnetic scattering characteristic of plasma thin layer based on surface impedance boundary condition method[J]. *Acta Physica Sinica*, 2013, 62: 034102)
- [11] 李瀚宇, 周海京, 廖成. JEMS-FDTD 超大规模并行计算测试[J]. *强激光与粒子束*, 2011, 23(11): 3003-3006. (Li Hanyu, Zhou Haijing, Liao Cheng. Parallel performance test of JEMS-FDTD on massively parallel processor[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2011, 23(11): 3003-3006)
- [12] Li Hanyu, Zhou Haijing, Liu Yang, et al. Massively parallel FDTD program JEMS-FDTD and its applications in platform coupling simulation[C]//2014 International Symposium on Electromagnetic Compatibility. 2014: 229-233.
- [13] 李瀚宇, 周海京, 廖成. 时域全波电磁计算程序 JEMS-FDTD 在复杂电磁环境研究中的应用[J]. *强激光与粒子束*, 2014, 26: 073213. (Li Hanyu, Zhou Haijing, Liu Yang. Application of JEMS-FDTD in complicated electromagnetic environment study[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2014, 26: 073213)
- [14] 鲍献丰, 李瀚宇, 伍月千, 等. JEMS-FDTD 软件在飞机 HIRF 仿真中的应用[J]. *强激光与粒子束*, 2017, 29: 103204. (Bao Xianfeng, Li Hanyu, Wu Yueqian, et al. Application of JEMS-FDTD in high intensity radiation field simulation on aircraft[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2017, 29: 103204)
- [15] 鲍献丰, 李瀚宇, 伍月千, 等. JEMS-FDTD 软件在电磁脉冲区域传播数值模拟中的应用[J]. *强激光与粒子束*, 2019, 31: 103213. (Bao Xianfeng, Li Hanyu, Wu Yueqian, et al. Application of JEMS-FDTD in EMP regional propagation simulation[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2019, 31: 103213)