



·电磁防护与应用·

多避雷针系统接闪器布设优化方法研究*

万浩江, 陈亚洲, 潘晓东, 卢新福

(陆军工程大学 石家庄校区, 石家庄 050003)

摘要: 针对多避雷针系统接闪器布设过于依赖工程经验的问题, 基于最小成本原则, 以多接闪器的高度和安装位置为优化变量, 建立了多避雷针系统接闪器布设的优化模型, 提出了基于遗传算法的多避雷针系统接闪器布设优化方法, 通过典型设计案例对所提优化设计方法的有效性进行了验证。结果表明: 该方法对多接闪器位置和高度优化设计的偏差不大于0.29 m; 在该方法获得的接闪器位置和高度最优解条件下, 预设的防护对象能够完全处于避雷针系统的保护范围之内, 且防护对象与保护范围边界的最小间距不大于0.71 m, 能够完全满足工程使用的需求。

关键词: 多避雷针系统; 接闪器; 布局优化; 滚球法; 遗传算法

中图分类号: P427

文献标志码: A

doi: 10.11884/HPLPB202436.230338

Research on optimization method for layout of air-terminations in multiple lightning rod systems

Wan Haojiang, Chen Yazhou, Pan Xiaodong, Lu Xinfu

(Shijiazhuang Campus, Army Engineering University of PLA, Shijiazhuang 050003, China)

Abstract: Aiming at the problem that the layout design of air-terminations in multiple lightning rod systems relies too much on engineering experience, based on the principle of least cost, an optimization model for the layout of air-terminations in multiple lightning rod systems is established by taking height and installation position of the air-terminations as the optimization variables. An optimization method for the layout of multiple air-terminations based on the genetic algorithm is proposed. The effectiveness of the proposed optimization method is verified by typical design cases. The results show that the deviation of the height and position of the air-terminations obtained by this method is not more than 0.29 m. All the preset objects to be protected can be completely covered within the protection range of the multiple lightning rod systems, and the minimum distance between the protected objects and the boundary of the protection range is not more than 0.71 m, which can fully meet the needs of engineering applications.

Key words: multiple lightning rod systems, air-termination, layout optimization, rolling sphere method, genetic algorithm

避雷针系统是目前得到国内外公认的最直接、有效的直击雷防护装置^[1-4]。对于城市密集建筑群或户外密集设施群而言, 单避雷针系统很难满足防护需求, 一般需要架设多避雷针系统, 这就涉及到避雷针系统中接闪器的布设问题, 即需要合理确定多避雷针系统中接闪器的数量、高度和位置, 现行的 IEC 62305^[5]、GB 50057^[6]、GB/T 50064^[7] 等标准主要给出了多避雷针系统保护范围的计算方法, 但并未给出相应的接闪器布局设计方法。目前, 工程上主要是采用经验法或绘图法, 这两种方法在实际应用中过于依赖工程经验且过程繁琐, 难以准确、快速给出多避雷针系统接闪器组合防护的最优设计方案。南京信息工程大学的孙安然等^[8] 根据接闪器的吸引半径和引雷空间截面范围, 指出建筑群中各接闪器的布局设计应考虑建筑物之间的屏蔽效应。山西大学的樊超等^[9] 曾尝试提出一种基于“最小宽度算法”的多避雷针高度快速设计方法, 但其算法中的最小宽度对结果影响很大, 且主要是对多避雷针高度进行快速设计, 并未涉及到接闪器架设位置的优化。为此, 研究准确、快速的多避雷针系统接闪器架设高度与位置布设优化方法, 对密集建筑群或设施群的直击雷防护具有重要的理论价值和指导意义。

* 收稿日期: 2023-09-30; 修订日期: 2023-11-26

基金项目: 电磁环境效应重点实验室基础科研项目 (JCKYS2023DC04)

联系方式: 万浩江, hbwhj1983@163.com。

1 多避雷针系统接闪器布设优化模型

对于多避雷针系统而言,其保护范围由多避雷针系统接闪器的空间位置和高度共同决定。为了建立一个通用、普适的多避雷针系统接闪器布局优化设计理论模型,令第*i*个接闪器的位置坐标为 (x_{ri}, y_{ri}) 、高度为 h_{ri} ,在已知多避雷针系统保护范围计算公式的条件下,可以将多避雷针系统在保护高度 h_{pj} 处的防护边界记为

$$y = f(\mathbf{x}_r, \mathbf{y}_r, \mathbf{h}_r, h_{pj}, x) \quad (1)$$

式中: x 、 y 分别表示防护边界上点的横、纵坐标; $\mathbf{x}_r = \{x_{ri}\}$ 、 $\mathbf{y}_r = \{y_{ri}\}$ 、 $\mathbf{h}_r = \{h_{ri}\}$, $i = 1, 2, \dots$ 分别表示多避雷针系统中各接闪器的位置坐标向量及其对应的高度向量。

假设防护对象由*n*个对象构成,将每个防护对象内所有点的集合表示为 Ω_k ,则防护对象内所有点的集合可表示为 $\{\Omega_k\}$, $k = 1, 2, \dots, n$ 。

首先,对于防护对象内的任意一点 $(x_{pj}, y_{pj}, z_{pj}) \in \{\Omega_k\}$,当已知多避雷针系统中各接闪器的地面位置坐标为 (x_{ri}, y_{ri}) 时,要使该防护点处于多避雷针系统的保护范围之内,最低要求是该防护点恰好不触碰到防护边界。因此,单个防护点时多避雷针系统接闪器布设优化问题的约束条件即可设置为

$$f(\mathbf{x}_r, \mathbf{y}_r, \mathbf{h}_r, z_{pj}, x_{pj}) = y_{pj} \quad (2)$$

根据最小成本原则,在接闪器位置坐标 (x_{ri}, y_{ri}) 下,多避雷针系统接闪器布设优化的目标就是使多避雷针系统所有接闪器的高度之和达到最低。那么,对于各接闪器位于 (x_{ri}, y_{ri}) 、防护对象为点 $(x_{pj}, y_{pj}, z_{pj}) \in \{\Omega_k\}$ 的情况,各接闪器高度 $\{h_{ri}^{(1)}\}$ 的优化模型可表示为

$$\begin{cases} F_s^{(1)} = \min \sum_i h_{ri}^{(0)} \\ f(\mathbf{x}_r, \mathbf{y}_r, \mathbf{h}_r, z_{pj}, x_{pj}) = y_{pj} \\ \text{s.t. } a_i < h_{ri}^{(0)} < b_i; \quad i = 1, 2, \dots \end{cases} \quad (3)$$

式中:*i*表示接闪器的个数; $h_{ri}^{(0)}$ ($i = 1, 2, \dots$)为模型的决策变量,表示各接闪器的高度, h_{ri} 的上标仅用于区分其在每次优化计算后的值; a_i 、 b_i 分别为变量 h_{ri} 解空间的上、下界。

根据式(3),对于任意防护点 $(x_{pj}, y_{pj}, z_{pj}) \in \{\Omega_k\}$,各接闪器高度 $\{h_{ri}^{(1)}\}$ 就是防护点坐标和接闪器位置坐标的函数,即

$$h_{ri}^{(1)} = g(x_{pj}, y_{pj}, z_{pj}, \mathbf{x}_r, \mathbf{y}_r) \quad (4)$$

其次,对于所有防护对象组成的防护点集合,当已知多避雷针系统中各接闪器的地面位置坐标为 (x_{ri}, y_{ri}) 时,要使防护对象的所有防护点集合均处于多避雷针系统的保护范围之内,需要将在防护点集合中求解的各接闪器高度最优解 $\{h_{ri}^{(1)}\}$ 的最大值,作为在接闪器位置为 (x_{ri}, y_{ri}) 时能够满足防护对象内所有点防护要求的接闪器高度,即

$$h_{ri}^{(2)} = \max_{(x_{pj}, y_{pj}, z_{pj}) \in \{\Omega_k\}} h_{ri}^{(1)} \quad (5)$$

此处,为了减小算法寻优求解的计算量,可以首先确定防护对象内对接闪器高度求解具有影响的关键防护点(例如,防护对象的顶点等),而后在有限的防护点内求解式(5)。

最后,对于整个多避雷针系统接闪器布设优化问题,还需要对接闪器的位置坐标进行寻优求解,使多避雷针系统所有接闪器在位置最优解下的高度之和达到最低,故整个多避雷针系统接闪器布设问题的优化模型可表示为

$$\begin{cases} F_s^{(2)} = \min \sum_i h_{ri}^{(2)} \\ \text{s.t. } a_i < X_{ri} < b_i, c_i < Y_{ri} < d_i; \quad i = 1, 2, \dots \end{cases} \quad (6)$$

式中:*i*表示接闪器的个数; $[X_{r1}, X_{r2}, \dots]^T$ 、 $[Y_{r1}, Y_{r2}, \dots]^T$ 为模型的优化决策变量,分别表示各接闪器位置的横、纵坐标值; a_i 、 b_i 分别为变量 X_{ri} 解空间的上、下界; c_i 、 d_i 分别为变量 Y_{ri} 解空间的上、下界。

2 基于遗传算法的接闪器布设优化方法

接闪器布局优化设计的前提是已知多避雷针系统的保护范围计算公式。目前,滚球法在建筑物防雷设计中应

用广泛^[5-6,10-12],且滚球法对多接闪器系统保护范围的计算是在双接闪器系统保护范围的基础上给出的。而遗传算法作为模拟自然界生物进化的一种随机、并行和自适应搜索算法,在解决多目标最优化问题方面具有很强的适用性^[13-14]。为此,下面就以双接闪器构成的避雷针系统为例,采用滚球法计算其保护范围,并利用遗传算法来实施接闪器布设的优化计算。

2.1 约束条件的确定和优化设计流程

根据滚球法^[5-6],图1给出了双避雷针系统优化问题的约束条件计算设置。其中,图1(a)和图1(b)分别为双避雷针系统和单避雷针系统保护范围的示意图。图中, r_c 表示滚球半径, h_{r1} 、 h_{r2} 分别为两个接闪器的高度, h_x 表示防护对象的高度, D 表示两个接闪器的间距; (x_r, y_r, h_r) 表示接闪器顶点的空间坐标, (x_0, y_0, z_0) 表示滚球球心的空间坐标, r_{h_x} 表示接闪器在 h_x 高度上的保护半径。为获取接闪器位置固定条件下单个防护点的最优接闪器高度,需分以下情况分别求解。

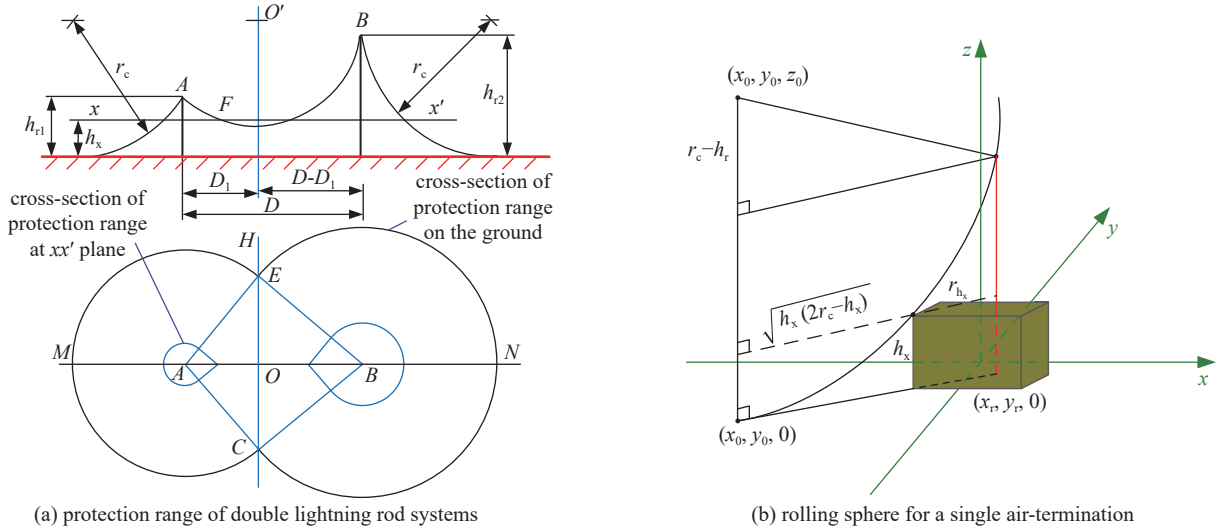


Fig. 1 Computational settings of the constraint condition for the optimization problem of double lightning rod systems

图1 双避雷针系统优化问题的约束条件计算设置

(1) 当 $D \geq \sqrt{h_{r1}(2r_c - h_{r1})} + \sqrt{h_{r2}(2r_c - h_{r2})}$ 时,按照图1(b)所示的单避雷针系统保护范围计算方法确定各接闪器的高度,即

$$h_r = r_c - \sqrt{r_c^2 - [r_{h_x} + \sqrt{h_x(2r_c - h_x)}]^2} \quad (7)$$

(2) 当 $D < \sqrt{h_{r1}(2r_c - h_{r1})} + \sqrt{h_{r2}(2r_c - h_{r2})}$ 时,应按式(3)确定各接闪器的高度。此时,根据图1(a),当防护对象所处的位置不同时,防护边界对应的表达式也不同,可以划分为区域1至4四个区域。其中:区域1表示扇形EACM覆盖的区域;区域2表示扇形EBCN覆盖的区域;区域3表示 $\triangle ABE$ 覆盖的区域;区域4表示 $\triangle ABC$ 覆盖的区域,各区域的防护边界表达式如下

$$\begin{cases} (x - x_{r1})^2 + (y - y_{r1})^2 = [\sqrt{h_{r1}(2r_c - h_{r1})} - \sqrt{h_x(2r_c - h_x)}]^2, & \text{区域1} \\ (x - x_{r2})^2 + (y - y_{r2})^2 = [\sqrt{h_{r2}(2r_c - h_{r2})} - \sqrt{h_x(2r_c - h_x)}]^2, & \text{区域2} \\ (x - x_E)^2 + (y - y_E)^2 = h_x(2r_c - h_x), & \text{区域3} \\ (x - x_C)^2 + (y - y_C)^2 = h_x(2r_c - h_x), & \text{区域4} \end{cases} \quad (8)$$

式中: (x_E, y_E) 、 (x_C, y_C) 分别表示E、C两点的坐标值,可由下式求出

$$\begin{cases} (X - x_{r1})^2 + (Y - y_{r1})^2 = h_{r1}(2r_c - h_{r1}) \\ (X - x_{r2})^2 + (Y - y_{r2})^2 = h_{r2}(2r_c - h_{r2}) \end{cases} \quad (9)$$

对于式(9),分以下两种情况求解:

① 当 $x_{r1} = x_{r2}$ ($y_{r1} \neq y_{r2}$) 时,有

$$\begin{cases} x_E = x_{r1} + \sqrt{h_{r1}(2r_c - h_{r1}) - (y_E - y_{r1})^2} \\ y_E = \frac{2r_c(h_{r2} - h_{r1}) + h_{r1}^2 - h_{r2}^2 + y_{r1}^2 - y_{r2}^2}{2(y_{r1} - y_{r2})} \\ x_C = x_{r1} - \sqrt{h_{r1}(2r_c - h_{r1}) - (y_E - y_{r1})^2} \\ y_C = y_E \end{cases} \quad (10)$$

② 当 $x_{r1} \neq x_{r2}$ 时, 有

$$\begin{cases} x_E = \frac{d}{2(x_{r1} - x_{r2})} - \frac{y_{r1} - y_{r2}}{x_{r1} - x_{r2}} \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ y_E = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ x_C = \frac{d}{2(x_{r1} - x_{r2})} - \frac{y_{r1} - y_{r2}}{x_{r1} - x_{r2}} \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ y_C = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{cases} \quad (11)$$

式中: $a = \frac{D^2}{(x_{r1} - x_{r2})^2}$; $b = 2\left(x_{r1} - \frac{d}{2(x_{r1} - x_{r2})}\right) \frac{y_{r1} - y_{r2}}{x_{r1} - x_{r2}} - 2y_{r1}$; $c = \left(x_{r1} - \frac{d}{2(x_{r1} - x_{r2})}\right)^2 + y_{r1}^2 - h_{r1}(2r_c - h_{r1})$; $d = 2r_c(h_{r2} - h_{r1}) + h_{r1}^2 - h_{r2}^2 + x_{r1}^2 - x_{r2}^2 + y_{r1}^2 - y_{r2}^2$ 。

式(7)至式(11)即为任一防护点在滚球法和接闪器位置已知条件下接闪器高度优化问题的约束条件。结合上述约束条件, 图2给出了基于遗传算法的多避雷针系统接闪器布设优化流程。

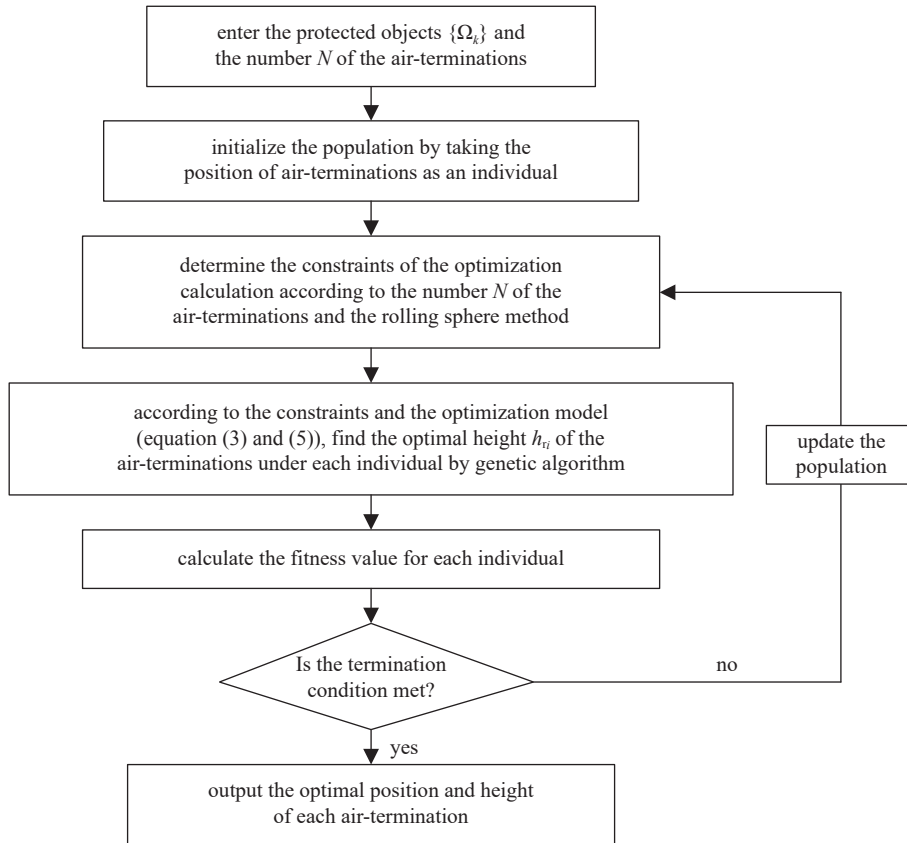


Fig. 2 Optimization design process for the layout of air-terminations in multiple lightning rod systems based on genetic algorithm

图2 基于遗传算法的多避雷针系统接闪器布设优化流程

2.2 优化方法的准确性验证

为了验证多接闪器布设优化方法的准确性, 将该方法应用于一个已知理论值的双接闪器布局优化设计问题, 而后将该方法的寻优计算结果与理论值进行对比。为了获得一个已知理论值的双接闪器布局场景, 首先设定双接

闪器的高度均为 18 m、间距为 30 m(对应的高度和位置视为理论值), 采用滚球法计算获得其保护范围; 而后, 在高度 3 m 的保护范围边界上选取 6 个关键点 A 至 F(如图 3 所示), 作为双接闪器布局优化设计问题的防护对象。

采用遗传算法来对该问题进行寻优求解时, 初始群体大小、交叉概率、变异概率、终止进化代数是算法的基本参数。一般来说, 初始种群数目越大, 搜索范围越广, 寻优求解的效果越好, 但运算时间也就越长; 交叉和变异操作主要用于产生新的个体, 交叉概率过小会使算法效率降低, 过大则会破坏群体的优良模式, 一般取值为 0.59~0.99; 变异概率过大则会把群体中较好的个体变异掉, 一般取 0.0001~0.1。此处, 借鉴前人对遗传算法参数设置的经验^[15], 设置初始群体的大小为 $M=100$, 交叉概率 $P_c=0.8$, 变异概率 $P_m=0.1$, 终止进化代数为 $T=100$ 。两个接闪器位置横坐标 x_r 的取值范围分别设为 $[-30\text{ m}, 0]$ 、 $[0, 30\text{ m}]$, 两个接闪器位置纵坐标 y_r 的取值范围均设为 $[-10\text{ m}, 10\text{ m}]$, 两个接闪器高度的取值范围均设置为 $[0, r_c]$, 取滚球半径 $r_c=45\text{ m}$ 。利用遗传算法获得的最优解情况如表 1 所示, 其寻优求解的收敛曲线以及最优解在 $h_x=3\text{ m}$ 高度处的保护范围如图 4 所示。在图 4(a)中, 最优种群值表示该代群体中的最优个体值, 平均种群值表示该代群体中所有个体的平均值。

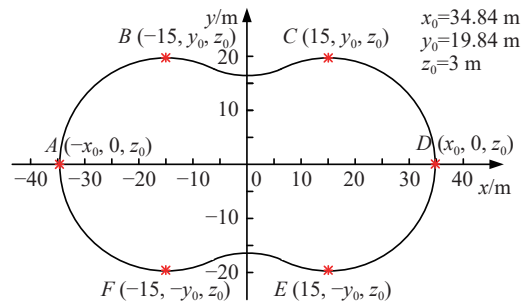


Fig. 3 Layout of the points to be protected (top view)
图 3 防护点的布局(俯视图)

表 1 最优解与理论值的对比

Table 1 Comparison between the optimal solution and theoretical value

	x_{r1}/m	y_{r1}/m	h_{r1}/m	x_{r2}/m	y_{r2}/m	h_{r2}/m
theoretical value	-15	0	18	15	0	18
optimal solution	-15.29	0.18	18.24	15.05	-0.08	18.10
deviation	0.29	0.18	0.24	0.05	0.08	0.10

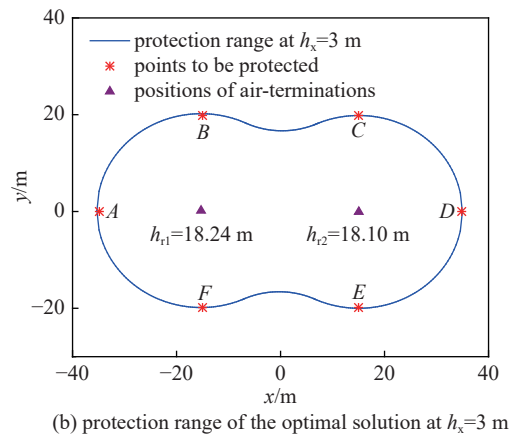
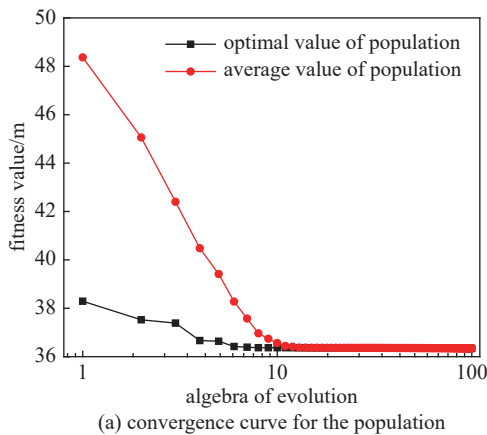


Fig. 4 Result of the optimization calculation for the typical layout of double air-terminations

图 4 典型双接闪器布局优化问题的寻优求解情况

从表 1 可以看出, 利用该方法获得的双接闪器布局最优解与理论值十分接近。其中, 接闪器的横、纵坐标与理论值的偏差最大为 0.29 m, 接闪器高度与理论值的偏差最大为 0.24 m。由此, 该方法对多接闪器位置和高度优化设计的偏差均不大于 0.29 m。

从图 4 可以看出, 在该方法获得的双接闪器布局参数下, 防护对象均能够完全位于避雷针系统的保护范围之内。在防护对象 3 m 的高度上, 保护范围边界与防护对象的最小间距分别为 0.47 m(A 处)、0.37 m(B 处)、 $<10^{-4}\text{ m}$ (C 处)、0.13 m(D 处)、0.16 m(E 处)、 $<10^{-4}\text{ m}$ (F 处), 最小间距均不大于 0.47 m, 优化结果的保护范围误差能够完全满足工程使用的要求, 这就验证了该优化设计方法的有效性。

3 典型场景的多接闪器布设优化与结果分析

在直角坐标系下, 设置防护对象布局场景如图 5 所示, 其中, 防护对象 P_1 的尺寸为 $20\text{ m}\times 15\text{ m}\times 10\text{ m}(x\times y\times z)$, 防

护对象 P_2 的尺寸为 $20\text{ m} \times 15\text{ m} \times 5\text{ m}$ ($x \times y \times z$), 防护对象 P_3 的尺寸为 $10\text{ m} \times 5\text{ m} \times 3\text{ m}$ ($x \times y \times z$)。采用遗传算法对该问题进行寻优求解, 遗传算法的基本参数设置与前文相同, 双避雷针系统中两个接闪器位置横坐标 x_r 的取值范围分别设为 $[0, 35\text{ m}]$ 、 $[35\text{ m}, 70\text{ m}]$, 两个接闪器位置纵坐标 y_r 的取值范围均设为 $[0, 40\text{ m}]$, 两个接闪器高度的取值范围均设置为 $[0, r_c]$, 取滚球半径 $r_c=60\text{ m}$ 。利用遗传算法得到的优化结果见表 2, 图 6 给出了寻优求解的收敛曲线以及在表 2 的最优解下双避雷针系统的保护范围情况。在图 6 中, 防护对象为实线表示在对应高度上有该防护对象, 防护对象为虚线表示在对应高度上没有该防护对象。

从图 6(a)中可以看出, 经过 100 代的进化后, 解空间的种群已经逐渐逼近到最优解上。从图 6(b)至图 6(d)可以看出, 不同高度的防护对象均能够完全处于避雷针系统在相应高度处的保护范围之内, 且防护对象在 3 m、5 m、10 m 的高度上与保护范围边界的最小间距分别为 0.71 m (建筑物 P_3 处)、0.65 m (建筑物 P_2 处)、0.05 m (建筑物 P_1 处), 最小间距均不大于 0.71 m, 优化结果的保护范围及其偏差能够完全满足工程使用的需求, 这也就进一步验证了本文所提出的多接闪器布设优化方法的正确性。

表 2 双避雷针系统接闪器布设的最优解

Table 2 Optimal solution for the layout of air-terminations in double lightning rod systems

x_{r1}/m	y_{r1}/m	h_{r1}/m	x_{r2}/m	y_{r2}/m	h_{r2}/m
10.99	11.20	25.23	53.34	33.47	18.13

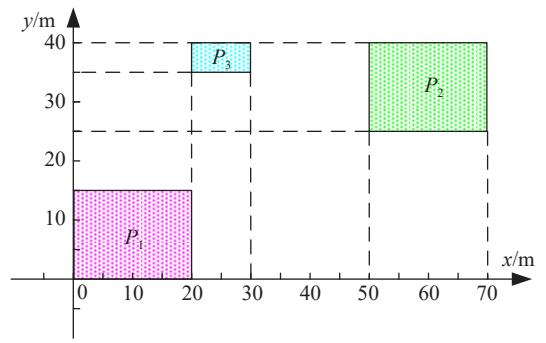
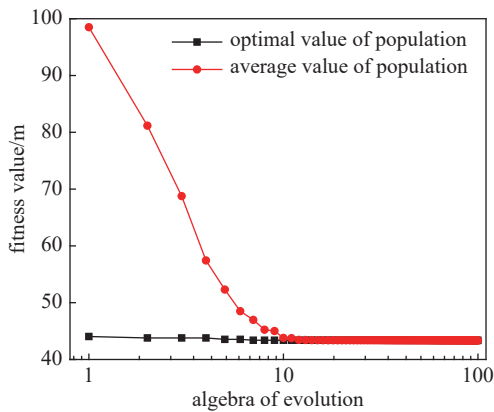
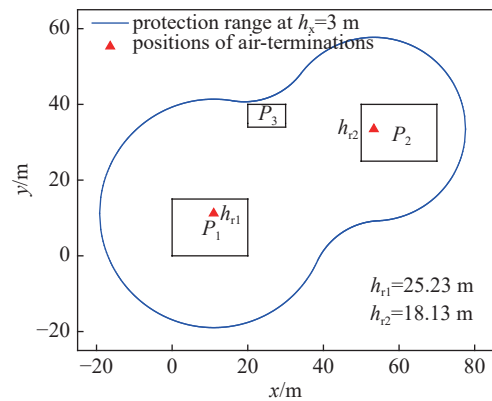


Fig. 5 Layout of the objects to be protected (top view)

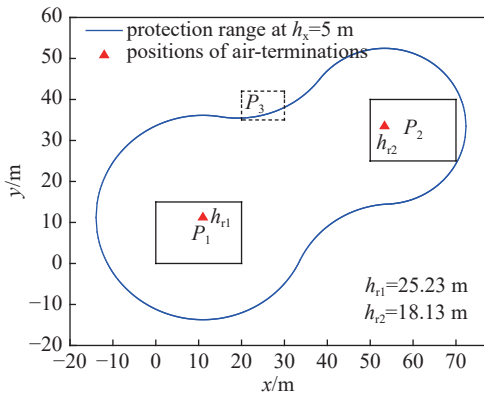
图 5 防护对象的布局(俯视图)



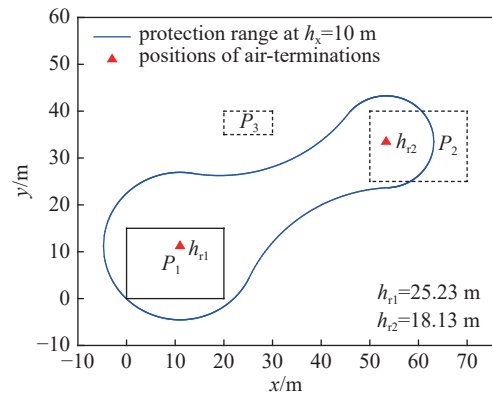
(a) convergence curve for the population



(b) protection range of the optimal solution at $h_x=3\text{ m}$



(c) protection range of the optimal solution at $h_x=5\text{ m}$



(d) protection range of the optimal solution at $h_x=10\text{ m}$

Fig. 6 Results of the optimization calculation for the layout case of double air-terminations

图 6 双避雷针系统接闪器布设案例的寻优求解情况

4 结 论

本文以多避雷针系统中接闪器高度之和最低为基本原则,以接闪器的高度和安装位置为优化变量,建立了多避雷针系统接闪器布设的优化模型并提出了相应的优化设计方法,通过采用滚球法和遗传算法对双避雷针系统接闪器布设的优化计算,验证了该方法在多避雷针系统接闪器位置和高度同步寻优求解上的有效性,可以为多避雷针系统接闪器布局设计提供参考和借鉴。

参考文献:

- [1] Krider E P. Benjamin Franklin and lightning rods[J]. *Physics Today*, 2006, 59(1): 42-48.
- [2] Zeng Rong, Zhuang Chijie, Zhou Xuan, et al. Survey of recent progress on lightning and lightning protection research[J]. *High Voltage*, 2016, 1(1): 2-10.
- [3] Parise G, Martirano L, Lucheroni M. Level, class, and prospected safety performance of a lightning protection system for a complex of structures (LPCS)[J]. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2010, 46(5): 2106-2110.
- [4] 万浩江, 魏光辉, 陈亚洲, 等. 超高避雷针系统接闪效能的数值评估[J]. *强激光与粒子束*, 2019, 31: 103205. (Wan Haojiang, Wei Guanghui, Chen Yazhou, et al. Numerical evaluation of interception performance for ultra-high lightning rod system[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2019, 31: 103205)
- [5] IEC 62305, Protection against lightning[S].
- [6] GB 50057-2010, 建筑物防雷设计规范[S]. (GB 50057-2010, Code for design protection of structures against lightning[S])
- [7] GB/T 50064-2014, 交流电气装置的过电压保护和绝缘配合设计规范[S]. (GB/T 50064-2014, Code for design of overvoltage protection and insulation coordination for AC electrical installations[S])
- [8] 孙安然, 行鸿彦, 徐伟. 利用引雷空间法的建筑群接闪器布置[J]. *气象水文海洋仪器*, 2013, 30(4): 79-83. (Sun Anran, Xing Hongyan, Xu Wei. Arrangement for the air-termination system of the buildings based on collection volume method[J]. *Meteorological, Hydrological and Marine Instruments*, 2013, 30(4): 79-83)
- [9] 樊超, 常美生, 白龙生. 多避雷针高度快速设计研究[J]. *电瓷避雷器*, 2015(5): 86-90. (Fan Chao, Chang Meisheng, Bai Longsheng. Research on the quick design for height of multi lightning rods[J]. *Insulators and Surge Arresters*, 2015(5): 86-90)
- [10] NFPA 780-2020, Standard for the installation of lightning protection systems, 2020 Edition[S].
- [11] Parise G, Allegri M, Parise L. Method of the protected volume LPZ0B of lightning air-termination systems[J]. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2023, 59(1): 358-366.
- [12] Martinez J M, Angarita E M N, Alvarez J R N, et al. Lightning rod system: mathematical analysis using the rolling sphere method[J]. *International Journal of Power Electronics and Drive Systems*, 2022, 13(1): 237-246.
- [13] 谢承旺. 多目标群体智能优化算法[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2020. (Xie Chengwang. Multi-objective swarm intelligence optimization algorithms [M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2020)
- [14] 郭赧, 鲁军勇, 关晓存, 等. 基于遗传算法的同步感应线圈发射装置参数优化[J]. *强激光与粒子束*, 2014, 26: 115008. (Guo Yun, Lu Junyong, Guan Xiaocun, et al. Design optimization of synchronous induction coil electromagnetic launcher based on genetic algorithm[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2014, 26: 115008)
- [15] Katoch S, Chauhan S S, Kumar V. A review on genetic algorithm: past, present, and future[J]. *Multimedia Tools and Applications*, 2021, 80(5): 8091-8126.