



·高功率微波技术专辑·

## 重复频率微波脉冲大气击穿延时与电离率\*

杨 浩<sup>1</sup>, 郑强林<sup>1</sup>, 黄诺慈<sup>1</sup>, 刘星辰<sup>1</sup>, 鲍向阳<sup>1</sup>, 闫二艳<sup>1,2</sup>

(1. 中国工程物理研究院 应用电子学研究所, 四川 绵阳 621900; 2. 高功率微波技术重点实验室, 四川 绵阳 621900)

**摘 要:** 针对高功率微波在大气传输中可能出现的击穿现象, 研究了脉冲序列中首次脉冲击穿延时和后续脉冲击穿延时, 研究结果发现首次脉冲击穿延时在脉宽范围内大致均匀分布, 后续脉冲击穿延时波动性较小。根据击穿延时数据对电离率进行了分析, 指出在重复频率条件下, 初始电子密度较高, 电子密度分布不适用指数分布, 无法用延时数据标准差对电离率进行估计。提出了一种用重复频率脉冲击穿延时数据计算电离率的方法, 并将计算结果与仿真结果进行了对比, 结果显示, 二者有较好的对应关系。

**关键词:** 重复频率; 微波击穿; 电离率; 脉冲延时; 估计

中图分类号: O531

文献标志码: A

doi: 10.11884/HPLPB202436.230082

## Atmospheric breakdown delay and ionization rate of repetitive microwave pulses

Yang Hao<sup>1</sup>, Zheng Qianglin<sup>1</sup>, Huang Nuoci<sup>1</sup>, Liu Xingchen<sup>1</sup>, Bao Xiangyang<sup>1</sup>, Yan Eryan<sup>1,2</sup>

(1. Institute of Applied Electronics, CAEP, Mianyang 621900, China;

2. Science and Technology on High Power Microwave Laboratory, Mianyang 621900, China)

**Abstract:** Aiming at the possible breakdown phenomenon of high power microwave in atmospheric transmission, this paper focuses on the study of the first pulse burst delay and subsequent pulse burst delay in pulse sequences. It is found that the first pulse burst delay is approximately uniformly distributed within the pulse width range, and the subsequent pulse burst delay has a small jitter. The ionization rate is analyzed based on the breakdown delay data, and it is pointed out that under the repeated frequency condition, the initial electron density is high, and the electron density distribution is not suitable for exponential distribution, which makes it impossible to estimate the ionization rate using the standard deviation of the delay data. At the end, the paper proposes a method for calculating ionization rate using repeated frequency pulse burst delay data, and compares the calculated results with the simulation results, which have a good correspondence.

**Key words:** repetition frequency, microwave breakdown, ionization rate, pulse delay, estimate

高功率微波(HPM)具有短脉宽、高重复频率、高峰值功率的特点<sup>[1]</sup>, 其在传输过程中的大气击穿是一个广泛研究的问题, 一方面在发射过程及电磁作用中应避免击穿, 另一方面致使击穿后形成的等离子体也有大量应用<sup>[2-6]</sup>。通过分析 HPM 与一定高度大气相互作用规律、击穿阈值、击穿延时等, 可以有效避免 HPM 大气击穿, 或利用 HPM 大气击穿效应了解 HPM 效能。HPM 击穿延时的统计分布是一个重要的研究领域, 国内外已经对微波大气击穿开展了广泛的研究, 发现对于短脉冲而言, 即使外部条件相同, 大气击穿也存在相当大的随机性<sup>[7-10]</sup>, 与种子电子产生率和电离率相关。在脉冲序列发射过程中, 存在首次击穿的脉冲, 以及该脉冲内的击穿延时; 通常情况下, 后续脉冲均能击穿, 每个脉冲又同样具有击穿延时。本文重点关注脉冲内的击穿延时, 在研究微波脉冲大气击穿基础上, 积累了大量击穿延时数据, 并尝试通过击穿延时数据对电离率进行分析。理论和实验结果表明, 指数分布的电子密度分布假设并不适用于初始电子密度较高情形, 在重复频率条件下脉冲击穿延时方差较小, 并提出一种在重复频率条件下利用击穿延时计算电离率的方法。

\* 收稿日期: 2023-04-12; 修订日期: 2023-10-31

基金项目: 国家自然科学基金项目 (62001442)

联系方式: 杨 浩, mushui9@qq.com。

通信作者: 闫二艳, yaneryan\_2002@163.com。

## 1 脉冲击穿延时

相比于连续波,重复频率微波脉冲的击穿延迟时间略显复杂,在一串重复频率脉冲序列中,存在多个延迟时间,一般在某个脉冲击穿以后,后续脉冲均能击穿。针对击穿脉冲的延时展开实验研究,实验装置可参考文献[11],采用S波段大功率微波源输出,通过准光学反射聚焦系统在柱形真空腔室内形成强微波辐射场,超过大气击穿阈值后击穿形成等离子体。放电约束在中心区域,可近似为开放空间,使用光电倍增管采集等离子体发光信号,同时监测微波源输出信号,微波信号和光信号的时间差可认为是击穿延迟时间。通过调节微波场强、重复频率、脉宽等改变实验条件,记录击穿脉冲的延迟时间。实验条件及结果如表1所示,其中 $T_{\text{avg}}$ 表示稳定后击穿脉冲平均延迟时间(去除线路延迟)。

表1 实验结果

Table 1 Results of experiments

No.	pressure/Pa	electric intensity/(kV·cm <sup>-1</sup> )	repetitive frequency/Hz	pulse width /ns	$T_{\text{avg}}$ /ns
A1	1000	0.92	20	20000	45
A2	1000	1.29	20	20000	22.5
B1	300	0.92	5	2000	35
B2	300	0.92	50	2000	25
B3	300	0.92	500	2000	15
C1	300	1.29	50	20	10
C2	300	1.29	50	200	10
C3	300	1.29	50	2000	10
C4	300	1.29	50	20000	10

首先观察首次脉冲击穿的延迟时间,记为 $T_1$ ,图1~3以击穿累积概率分布的形式,给出了 $T_1$ 随脉宽、重复频率、场强的变化,纵坐标为击穿概率。在不同场强、脉宽、重复频率条件下, $T_1$ 在对应脉宽范围内都大致均匀分布,没有明显随参数的趋势性变化。特别是在脉宽范围内,前期和后期均可能出现击穿。

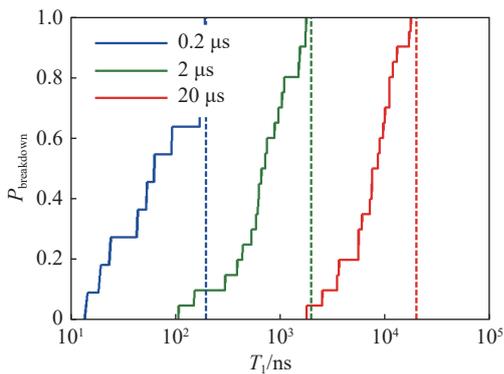


Fig. 1 Effect of pulse width on first breakdown delay from Table 1-C

图1 实验C脉宽对首次击穿延时的影响

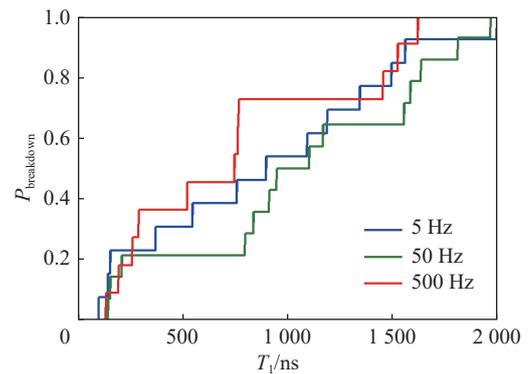


Fig. 2 Effect of repetition frequency on first breakdown delay from Table 1-B

图2 实验B重复频率对首次击穿延时的影响

在实验中一旦击穿,后续脉冲都能击穿,在第二个脉冲后稳定击穿脉冲的延迟时间就趋于稳定。由表1可知,稳定击穿脉冲的延迟时间 $T_{\text{avg}}$ 受电场强度和重复频率的影响,但不受脉宽影响。电场强度越高,重复频率越高,击穿延迟时间越短,反映出对电离率和初始电子密度的敏感。

微波能量加载后,有效初始电子在电场中加速,与中性气体发生电离、激发等碰撞反应,产生更多的自由电子。通常情况下,大气中的自由电子极少,需要等待种子电子的产生,因此往往在一定脉冲数后击穿,首次击穿脉冲延迟时间 $T_1$ 是种子电子等待时间的延续,在该脉冲内,出现了种子电子并击穿,出现时间在脉宽范围内均匀分布,是种子电子产生随机性的反映。在重复频率较高时,后续脉冲击穿则与种子电子无关,平均延迟时间 $T_{\text{avg}}$ 主要受雪崩击穿影响。

在产生种子电子后,电子密度便进入雪崩增长阶段,电子密度演化方程为

$$\frac{dn}{dt} = \gamma n \quad (1)$$

式中:  $\gamma$  为电子净增长率,  $n$  为电子密度。

在电子雪崩过程中, 电离率远大于电子消失速率, 一般可认为电离率约等于电子净增长率。当初始电子数密度为  $n_0$ , 达到击穿的电子密度为  $n_c$ , 可以得到雪崩击穿时间

$$\tau_e = \frac{\ln(n_c/n_0)}{\gamma} \quad (2)$$

记  $\rho = \ln(n_c/n_0)$ , 为密度比率对数。通常认为密度比率对数达到 20 时足够导致明显的大气击穿现象, 因此雪崩击穿时间近似为  $\tau_e \approx 20/\gamma$ 。与上述实验同样的参数, 使用玻耳兹曼方程计算程序 bolsig<sup>[12-13]</sup> 计算了对应条件下的雪崩击穿

时间, 结果均大于实验中测量的延迟时间, 这说明脉冲开始时均有一定浓度的初始电子密度, 且不同重复频率下初始电子密度不同, 而不同脉宽下初始电子密度差异不大。这是由于电子密度增长较快, 在不同脉宽下均能达到较高电子密度水平, 而脉冲结束后电子密度衰减较缓, 不同重复频率间隔下残留的电子密度不同。

## 2 电离率估计

稳定脉冲击穿延迟时间主要与密度比率对数和电离率相关, 考虑通过延迟时间实验数据对电离率进行估计。首先对延迟时间的概率密度进行分析。

在雪崩击穿过程中, 电子密度呈指数分布<sup>[8]</sup>, 发现电子密度为  $n$  的概率为

$$P(n) = \frac{1}{\lambda} e^{-n/\lambda} \quad (3)$$

式中:  $\lambda$  为电子密度的期望值, 一般电离率保持不变, 有  $\lambda = n_0 e^{\gamma t}$ 。对式(3)进行积分, 达到雪崩击穿时间的概率分布表示为

$$P_e(n \geq n_c, \tau_e) = 1 - \int_0^{n_c} P(n) dn = \exp\left[-\frac{n_c}{n_0} \exp(-\gamma \tau_e)\right] = \exp[-\exp(\rho - \gamma \tau_e)] \quad (4)$$

则不同时刻击穿的概率密度

$$f(x) = dP_e(n \geq n_c, x)/dx = \gamma \exp[-\exp(\rho - \gamma x) + (\rho - \gamma x)] \quad (5)$$

式中:  $x$  为雪崩击穿时间的采样数据。

所有采样数据  $x$  的似然函数为

$$p(\mathbf{x}; \rho, \gamma) = \prod_{i=0}^{N-1} f(x_i) = \gamma^N \exp\left[-\sum_{i=0}^{N-1} \exp(\rho - \gamma x_i) + \sum_{i=0}^{N-1} (\rho - \gamma x_i)\right] \quad (6)$$

式中:  $N$  为数据总量。

使用最大似然估计方法, 令对数似然函数导数为零, 即

$$\frac{\partial \ln p(\mathbf{x}; \rho, \gamma)}{\partial \rho} = N - \sum_i \exp(\rho - \gamma x_i) = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial \ln p(\mathbf{x}; \rho, \gamma)}{\partial \gamma} = N/\gamma - \sum_i x_i [1 - \exp(\rho - \gamma x_i)] = 0 \quad (8)$$

该方程难以求得解析解, 通过式(7)将  $\rho$  用  $\gamma$  表示, 可得

$$\rho = \ln\left[N / \sum_i \exp(-\gamma x_i)\right] \quad (9)$$

代入式(8)消去  $\rho$  后得到  $\gamma$  满足的方程

$$(1/\gamma - \bar{x}) \sum_i \exp(-\gamma x_i) + \sum_i x_i \exp(-\gamma x_i) = 0 \quad (10)$$

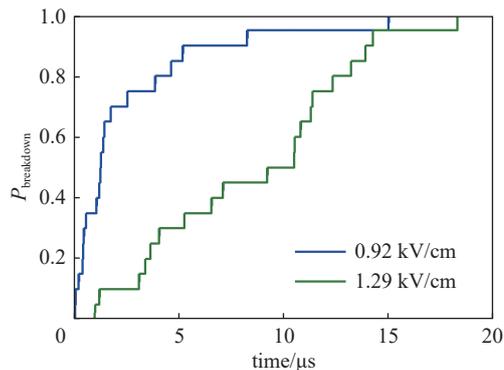


Fig. 3 Effect of field strength on first breakdown delay from Table 1-A

图 3 实验 A 场强对首次击穿延时的影响

可以用牛顿迭代法求式(10)的数值解,进而得到两个未知数的最大似然估计量。

对于迭代的初始值,可以近似求解,对式(7)、(8)两边同时除以  $N$ ,并用均值进行表示,可得

$$\overline{\exp(\rho - \gamma x)} = 1 \quad (11)$$

$$\overline{x[1 - \exp(\rho - \gamma x)]} = 1/\gamma \quad (12)$$

将式(11)函数的均值近似用自变量均值表示,得到

$$\exp(\rho - \gamma \bar{x}) = 1 \quad (13)$$

$$\rho/\gamma = \bar{x} \equiv \mu_x \quad (14)$$

对式(12)作泰勒展开取一阶小量,得到

$$\overline{x(\gamma x - \rho)} = 1/\gamma \quad (15)$$

$$\bar{x}^2 - (\rho/\gamma)\bar{x} = 1/\gamma^2 \quad (16)$$

$$1/\gamma = \sqrt{\bar{x}^2 - \bar{x}^2} \equiv \sigma_x \quad (17)$$

由式(14)和式(17)可知,两个未知参数  $\rho$  和  $\gamma$  的最大似然估计量近似为数据的均值与标准差,特别是电离率仅与标准差相关,这为电离率的估计提供了方便。一方面,在实际测量中,由于线路长短及阈值的选择,测量数据与真实值之间常存在一个固定的偏移,而标准差具有平移不变性,并不会受其影响;另一方面,初始电子密度作为未知参数,其在某些实验条件下可能会发生变化,但并不会对电离率的估计产生影响。

然而实验中雪崩击穿时间的抖动性较小,远小于式(17)计算得到的标准差,虽然满足电离率越高标准差越小,但不符合式(3)所假设的指数概率密度分布。分析认为出现这种结果的原因是式(3)只适用于初始电子密度较小时,在重复频率过程初始电子密度较高时不适用。回到式(2)雪崩击穿时间,在存在较高初始电子密度时,雪崩击穿时间抖动性较低,可认为电子密度增长是一个较确定的过程,利用测得的击穿延时,可以计算电离率。

### 3 电离率计算

为能直接计算电离率,需要明确初始电子密度。在微波脉冲结束后的自由弛豫阶段,电子与离子的复合反应起主导作用,电子密度随时间的变化关系近似为

$$n \approx 1/kt \quad (18)$$

式中:  $k$  为复合系数。

脉宽相对于重复频率间隔的时间较小,可以忽略,将式(2)中初始电子密度  $n_0$  用式(18)代入,得到击穿延时与重复频率( $f_r$ )的关系为

$$\tau_e = \frac{\ln(n_c k) - \ln(f_r)}{\gamma} \quad (19)$$

即,击穿延时与重复频率对数成线性关系,其斜率为  $-1/\gamma$ 。因此初始电子密度可以通过测量不同重复频率条件下的击穿延时消除。

在 300 Pa 气压下开展了系列实验,在同一场强下变化重复频率测量击穿延时相对值(未扣除线路延时,单位 ns),测量结果如表 2 所示。由表 2 可知,在同一重复频率条件下,微波场强越高,击穿延时越短;在同一场强条件下,重复频率越高,击穿延时越短,与式(19)一致。

表 2 击穿延时数据

Table 2 Breakdown delay data

electric field/ (kV·cm <sup>-1</sup> )	breakdown delay time/ns				
	$f_r=3$ Hz	$f_r=10$ Hz	$f_r=20$ Hz	$f_r=50$ Hz	$f_r=150$ Hz
0.92	185.0	176.5	173.5	170.8	168.1
1.29	169.9	166.2	164.6	163.1	161.9
1.61	162.4	160.4	159.6	158.7	158.1

击穿延时与重复频率的变化关系如图4所示,其存在一定的线性关系,但在曲线两端存在偏差。总体趋势为:重复频率越高,击穿延时变化越小;重复频率越低,击穿延时偏高,场强越低越明显。主要原因是:重复频率较高时初始电子密度高,击穿延时稳定;重复频率较低时初始电子密度低,击穿延时波动性大。对其曲线作线性拟合,其倒数即为电离率,电离率实验拟合值分别为237、493、914 MHz。通过波耳兹曼方程可以求解电离率和微波场强的关系,实验拟合值与仿真结果(273、656、1074 MHz)相比整体偏小,这可能与曲线两端偏离线性关系的偏差有关,但趋势一致,证明该方法是可行的。

#### 4 结论

本文利用实验室内的准开放空间微波放电环境,研究了重复频率微波脉冲的击穿延时统计特性,基于开放空间微波脉冲的击穿延时概率分布理论,推导了电离率的估计量,与实验结果相比有较大偏差。研究表明,在重复频率条件下,脉冲击穿初始电子密度较高,电子密度分布不适用指数分布,电子密度增长是一个较确定的过程。随后提出利用不同重复频率条件下脉冲击穿延时拟合计算电离率,和仿真计算的电离率趋势一致,但整体偏小,给出了一种新的研究微波击穿过程中电离率的方法。

#### 参考文献:

- [1] Barker R J, Schamiloglu E. 高功率微波源与技术[M]. 刘国治, 周传明, 译. 北京: 清华大学出版社, 2005. (Barker R J, Schamiloglu E. High-power microwave sources and technologies[M]. Liu Guozhi, Zhou Chuanming, trans. Beijing: Tsinghua University Press, 2005: 154-158)
- [2] 杨浩, 闫二艳, 郑强林, 等. 临近空间高功率微波辐照放电试验技术[J]. 强激光与粒子束, 2019, 31: 103216. (Yang Hao, Yan Eryan, Zheng Qianglin, et al. Examination research of high power microwave irradiation discharge in near space[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2019, 31: 103216)
- [3] Sprangle P, Hafizi B, Milchberg H, et al. Active remote detection of radioactivity based on electromagnetic signatures[J]. Physics of Plasmas, 2014, 21: 013103.
- [4] Isaacs J, Miao C L, Sprangle P. Remote monostatic detection of radioactive material by laser-induced breakdown[J]. Physics of Plasmas, 2016, 23: 033507.
- [5] Nusinovich G S, Pu R F, Antonsen T M, et al. Development of THz-range gyrotrons for detection of concealed radioactive materials[J]. Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves, 2011, 32(3): 380-402.
- [6] Nusinovich G S, Sprangle P, Semenov V E, et al. On the sensitivity of terahertz gyrotron based systems for remote detection of concealed radioactive materials[J]. Journal of Applied Physics, 2012, 111: 124912.
- [7] Dorozhkina D, Semenov V, Olsson T, et al. Investigations of time delays in microwave breakdown initiation[J]. Physics of Plasmas, 2006, 13: 013506.
- [8] Foster J, Krompholz H, Neuber A. Investigation of the delay time distribution of high power microwave surface flashover[J]. Physics of Plasmas, 2011, 18: 013502.
- [9] Kim D, Yu D, Sawant A, et al. Remote detection of radioactive material using high-power pulsed electromagnetic radiation[J]. Nature Communications, 2017, 8: 15394.
- [10] 魏进进, 周东方, 余道杰, 等. 高功率微波作用下  $O^-$  离子解吸附产生种子电子过程[J]. 物理学报, 2016, 65: 055202. (Wei Jinjin, Zhou Dongfang, Yu Daojie, et al. Seed electron production from  $O^-$  detachment in high power microwave air breakdown[J]. Acta Physica Sinica, 2016, 65: 055202)
- [11] 杨浩, 闫二艳, 郑强林, 等. 一种准光反射聚焦微波放电大气等离子体装置[J]. 强激光与粒子束, 2019, 31: 053002. (Yang Hao, Yan Eryan, Zheng Qianglin, et al. A microwave plasma system with quasi optical focusing reflector[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2019, 31: 053002)
- [12] SIGLO database[OL]. [2013-06-04]. <http://www.lxcat.laplace.univ-tlse.fr>.
- [13] Lawton S A, Phelps A V. Excitation of the  $b^1\Sigma_g^+$  state of  $O_2$  by low energy electrons[J]. The Journal of Chemical Physics, 1978, 69(3): 1055-1068.

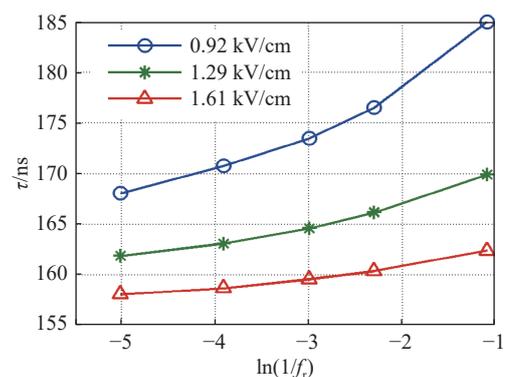


Fig. 4 Curve of breakdown delay versus repetition frequency at 300 Pa pressure with different field strengths

图4 300 Pa 气压下,不同场强下,击穿延时与重复频率的变化曲线