



·粒子束及加速器技术·

# 多胞超导射频腔整腔调谐场平坦度模拟研究\*

王 岩, 马震宇, 徐 凯, 常 强, 张志刚, 罗 琦,  
黄雪芳, 郑 湘, 赵申杰, 赵玉彬

(中国科学院上海高等研究院, 上海 201210)

**摘要:** 简述了用于分析多胞超导射频腔场平坦度调节的微扰理论, 推导了场平坦度的理论计算方法。针对超导腔微小范围内的纵向拉伸/挤压, 进行理论计算分析与结构-电磁多物理场模拟计算以求得变形前后腔体场平坦度及其变化趋势, 所得结果表明: 理论分析结果与仿真计算结果基本一致, 进一步深入验证了该微扰理论的有效性。在多胞超导射频腔的加工制造、运行过程中的关键环节, 国际上广泛采用的两种方法——包括预调谐过程中的“先单胞后整腔”和运行时腔体调谐过程中“整腔拉伸/挤压”方法, 基于分析结果, 这两种方法正确性和合理性均在理论上得以验证。在超导射频腔腔型设计的第一阶段——单胞优化设计过程中加入结构-电磁多物理场分析, 可使腔型优化设计过程更加高效, 结果表明: 优化后的单胞(包括端胞和中间胞)的频率敏感度应尽可能接近或相等, 以保证在腔变形期间始终保持较好的场平坦度。

**关键词:** 超导射频; 微扰理论; 场平坦度调节; 多场耦合仿真; 腔型设计

中图分类号: TN815

文献标志码: A doi: 10.11884/HPLPB202335.220265

## Simulation studies on the field flatness tuning of multi-cell superconducting radio-frequency cavities

Wang Yan, Ma Zhenyu, Xu Kai, Chang Qiang, Zhang Zhigang, Luo Chen,

Huang Xuefang, Zheng Xiang, Zhao Shenjie, Zhao Yubin

(Shanghai Advanced Research Institute, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201210, China)

**Abstract:** Perturbation theory of multi-cell superconducting radio-frequency (SRF) cavities, which is widely used in analysis of field flatness adjustment, is briefly described, and theoretical calculation method of field flatness is deduced. Multi-field coupled simulation calculations are performed for resonant cavities with minor longitudinal deformation, the field flatness and its trend with deformation quantity are obtained. For two widely adopted methods for SRF cavity development, including ‘first-single-then-the-whole pre-tuning’ and ‘whole-cavity stretching/squeezing’ during tuning process, theoretical analysis is carried out based on the capacitively coupled LC oscillator model of perturbation theory for multi-cell cavities, and meanwhile further verifying multi-field coupled simulation calculations are performed by combination of CST MWS and ANSYS for three typical SRF 9-cell cavities - for main Linac of XFEL, TRIUMF e-Linac, and for injector of SHINE as a candidate. It is shown that theoretical analysis results and simulation results are perfectly consistent with each other. The validity and feasibility of the two widely adopted methods above are verified and proved to be correct in the scope of perturbation. Cavity shape structure with excellent acceleration performance and field flatness can be obtained just by adding multi-physics field analysis to the optimization design of single-cell, which makes the design process of cavity shape more efficient. It is illustrated that the tuning sensitivity factors of optimized single-cells including end-cells and mid-cell should be as close or equal as possible to maintain field-flatness during cavity deformation.

**Key words:** superconducting radio-frequency, perturbation theory, field flatness tuning, multi-field coupling simulation, cavity shape design

\* 收稿日期:2022-08-26; 修订日期:2023-01-14

基金项目:上海市市级科技重大专项课题(2017SHZDZX02);中国科学院横向科研项目(1102000554)。

联系方式:王 岩, wangyan@zjlab.org.cn。

通信作者:赵玉彬, zhaoyubin@zjlab.org.cn。

与常温加速腔相比,超导射频腔具有较低的射频损耗和较高的加速梯度,广泛用于现代先进粒子加速器。为了提高加速梯度、减少腔的总数以及直线段的长度<sup>[1]</sup>,超导射频腔多采用多胞结构,每两个相邻腔胞具有 $\pi$ -弧度相位差,以保证电子在每一个腔胞都能够得到射频场加速。而这种多胞结构中单胞间结构尺寸的差异将引起基模加速场不同程度的“场分布不协调”,或者场平坦度不佳<sup>[2]</sup>。

从理论上讲,对于给定的存储能量或射频损耗,具有更好的场平坦度的多胞射频腔将具有更高的加速电压和更低的峰值表面电场和峰值磁场,这有利于降低低温负载、避免场发射和热崩溃的风险。在超导射频腔研发和运行实践中,已经发展形成几种不同的方法来调整多胞射频腔的场平坦度<sup>[2-5]</sup>,所有这些方法通常在制造之后、集成安装于氦槽之前进行。多胞射频腔的场平坦度不可避免地会由于腔变形而发生变化,尤其是在正常工作期间调谐器对腔体施加调谐驱动力时,初始场平坦度完美的腔体将会随着调谐位移量的增加而单调降低<sup>[6-8]</sup>,即使各个单胞之间的加强环可以在一定程度上降低这种影响<sup>[9]</sup>。因此,一方面需要进行理论分析来证明在调谐过程中“全腔拉伸/挤压”的合理性和正确性,另一方面,反过来,又在满足多胞射频腔场平坦度维持以及调谐过程中的峰值场的变化方面,对多胞射频腔腔型设计提出进一步指标要求。

本文理论分析基于多胞射频腔的电感-电容耦合振荡模型<sup>[2]</sup>,获得了有价值的结果和推论。利用 CST MWS 和 ANSYS 多软件联合计算,针对三种典型 9 胞射频超导腔——用于 XFEL 的主直线加速器<sup>[1]</sup>、TRIUMF 电子直线加速器<sup>[10]</sup>和用于 SHINE(上海硬 X 射线自由电子激光装置)的注入器候选腔型,进行深入的多场耦合仿真计算分析,结果表明:理论分析结果与仿真结果基本一致,一方面验证了本文采用的计算分析理论和方法的正确性,另一方面将其推广至腔型设计阶段、必将发挥潜在应用价值和重要作用。

## 1 基于多胞射频腔电感-电容耦合振荡模型的理论分析

### 1.1 含束管的 N 胞射频腔等效电路

含束管 N 胞射频腔的等效电路模型如图 1 所示<sup>[2]</sup>,对于单胞结构,其仅有一个基模模式,而 N 胞结构,由于腔胞间耦合,基模将分裂为 N 个模式,分别称为 $(n/N)\pi$  模式,  $n=1, \dots, N$ 。图中的波浪线代表省略的振荡单元。

模型中,  $L$ 、 $C$ 、 $C_k$  和  $C_b$  分别代表特征电感、电容、胞间耦合电容和束管感应电容。定义以下物理变量

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}, k = \frac{C}{C_k}, \gamma = \frac{C}{C_b} \quad (1)$$

式中:  $\omega_0 = 2\pi f_0$ , 为基模 0 模圆频率,  $f_0$  为基模 0 模频率,  $k$  为胞间耦合因子,  $\gamma$  为腔胞-束管耦合因子。对于具备理想基模  $\pi$  模式加速场分布(即沿中心轴线每一腔胞纵向电场峰值相等)的多胞射频腔,必须要求<sup>[2]</sup>

$$\gamma = 2k \text{ 或 } C_k = 2C_b \quad (2)$$

此时,基模  $\pi$  模谐振频率

$$f_\pi = f_0(1+4k)^{1/2} \quad (3)$$

耦合因子

$$k = [(f_\pi/f_0)^2 - 1]/4 \quad (4)$$

故,具有理想平坦度的  $\pi$  模基模场下, N 胞射频腔等效电路如图 2 表示(图中仅展示左侧端腔胞和第一个中间腔胞)。

实际的多胞射频腔,其端腔胞结构尺寸不同于中间腔胞,同时结合采用不同类型和结构尺寸的束管结构,可以满足诸如高次模抑制等指标需求。令其在  $\pi$  模式基模下,端腔及束管的集总参数  $L'$ 、 $C'$ 、 $C'_b$  分别为端腔胞的特征电感、电容和束管感应电容。当满足以下关系式时

$$\frac{1}{j\omega C'_b} + \frac{1}{j\omega C'} + j\omega L' + \frac{1}{j\omega(C_k/2)} = \frac{1}{j\omega C_b} + \frac{1}{j\omega C} + j\omega L + \frac{1}{j\omega(C_k/2)} \quad (5)$$

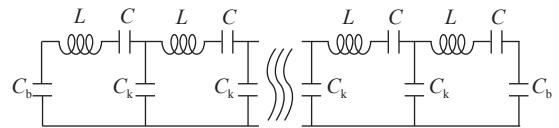


Fig. 1 The model of equivalent circuit for N-cell cavity with beam tubes

图 1 含束管 N 胞射频腔的等效电路模型

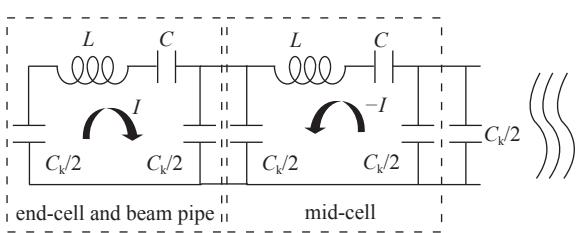


Fig. 2 The model of equivalent circuit for N-cell cavity operating in fundamental  $\pi$ -mode with ideal field flatness

图 2 工作于具有理想平坦度的  $\pi$  模基模场条件下的 N 胞射频腔等效电路

对应等效电路变换如图 3 所示。此时,  $N$  胞射频腔同样具有理想的  $\pi$  模式基模场平坦度。

## 1.2 变形的 $N$ 胞射频腔基模本征矢量

以下基本物理参数的定义参考文献<sup>[2]</sup>。对于由调谐力引起变形的  $N$  胞射频腔, 每个腔胞的等效电路可以通过对初始电容附加一微扰项得到

$$C_m^{\text{def}} = \frac{C}{1 + e_m}, m = 1 \dots N. \quad (6)$$

式中:  $e_m$  为第  $m$  个腔胞的电容微扰项。基模  $\pi$  模式的归一化特征向量

$$\hat{v}^{(N,\text{def})} = D \left( \hat{v}^{(N)} + \delta \vec{v}^{(N)} \right) \quad (7.1)$$

$$\delta \vec{v}^{(N)} = H^{(N)} \vec{e} \quad (7.2)$$

式中:  $D$  为归一化因子,  $H^{(N)}$  为  $N \times N$  变换矩阵, 矩阵元素

$$H_{lk}^{(N)} = \sum_{j \neq N} \left\{ \frac{v_l^{(j)} v_k^{(j)} v_k^{(N)}}{2k \left[ \cos \left( \frac{j\pi}{N} \right) + 1 \right]} \right\} \quad (8)$$

$$v_m^{(j)} = [(2 - \delta_{jN})/N]^{1/2} \sin \left[ j\pi \left( \frac{2m-1}{2N} \right) \right] \quad (9)$$

式中:  $\hat{v}^{(j)}$  为当多胞射频腔具有理想平坦的基模  $\pi$  模式场时,  $N$  个基模模式中的第  $j$  个模式对应的本征向量,  $\delta_{jN}$  满足 Kronecker-Delta 函数, 即

$$\delta_{jN} = \begin{cases} 1 & \text{when } j = N \\ 0 & \text{when } j \neq N \end{cases}$$

## 1.3 变形的 $N$ 胞射频腔基模 $\pi$ 模式场平坦度

$N$  胞射频腔场平坦度定义为

$$F = 1 - \frac{(E_{\max} - E_{\min})}{\sum_{m=1}^N E_m / N} \quad (10)$$

式中:  $E_m$  为基模  $\pi$  模式场中心轴线处纵向电场在每第  $m$  个腔胞中的峰值电场值,  $E_{\max}, E_{\min}$  为其中的最大值和最小值。由于  $E_m \propto |v_m^{(N,\text{def})}|$ , 所以场平坦度可以最终由  $v_m^{(N,\text{def})}$  表达。

对于 9 胞射频腔, 变换矩阵  $H^{(9)}$  为

$$H^{(9)} = \begin{bmatrix} 2362.3 & 1528.5 & 799 & 173.7 & -347.39 & -764.26 & -1076.9 & -1285.3 & -1389.6 \\ -1528.5 & -1632.7 & -903.21 & -277.91 & 243.17 & 660.04 & 972.69 & 1181.1 & 1285.3 \\ 799 & 903.21 & 1111.6 & 486.35 & -34.739 & -451.61 & -764.26 & -972.69 & -1076.9 \\ -173.7 & -277.91 & -486.35 & -799 & -277.91 & 138.96 & 451.61 & 660.04 & 764.26 \\ -347.39 & -243.17 & -34.739 & 277.91 & 694.78 & 277.91 & -34.739 & -243.17 & -347.39 \\ 764.26 & 660.04 & 451.61 & 138.96 & -277.91 & -799 & -486.35 & -277.91 & -173.7 \\ -1076.9 & -972.69 & -764.26 & -451.61 & -34.739 & 486.35 & 1111.6 & 903.21 & 799 \\ 1285.3 & 1181.1 & 972.69 & 660.04 & 243.17 & -277.91 & -903.21 & -1632.7 & -1528.5 \\ -1389.6 & -1285.3 & -1076.9 & -764.26 & -347.39 & 173.7 & 799 & 1528.5 & 2362.3 \end{bmatrix} \quad (11)$$

将中间腔胞和两端腔胞的微扰项分别记为  $e_{\text{mid}}$ 、 $e_{\text{end1}}$  与  $e_{\text{end2}}$ , 下标 end1 与 end2 为束流上游和下游端腔胞, 所有的中间腔胞具有相同的微扰项。将  $e_{\text{end1}}$  与  $e_{\text{end2}}$  利用  $e_{\text{mid}}$  表达

$$e_{\text{end1}} = A e_{\text{mid}}; e_{\text{end2}} = B e_{\text{mid}} \quad (12)$$

式中:  $A$  与  $B$  描述了端胞和中间腔胞频率敏感度相对大小, 在微扰范围内, 可视为常数。将公式(11)、(12)代入公式(9)、(10), 可得 9 胞射频腔  $\pi$  模式场平坦度。

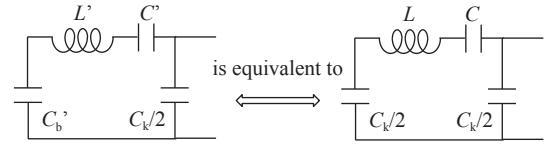


Fig. 3 Equivalent transformation of the models of equivalent circuit for end-cell and tube of  $N$ -cell cavity

图 3  $N$  胞射频腔端腔胞及束管等效电路的等效变换

对于  $A=B=\text{常数}$  与  $A=B=-\text{常数}$ ，两种情况下得到的场平坦度相同。一般情况下，场平坦度计算较为复杂，需要借助 Matlab 等计算软件。

图 4 为不同的  $A=B$  时，场平坦度随中间腔胞微扰的变化规律。可以看出：(1) 随着中间腔胞微扰  $e_{\text{mid}}$  的增加，场平坦度单调降低；(2) 对于相同的中间腔胞微扰  $e_{\text{mid}}$ ， $A$  或  $B$  越接近于 1，场平坦度越好；(3) 特别地，当  $A=B=1$  时，场平坦度将不随中间腔胞微扰影响，始终为 100%。

图 5 为不同中间腔胞微扰  $e_{\text{mid}}$ 、 $B=0.5$  情况下，场平坦度随  $A$  的变化规律。可以看出：(1) 在任何中间腔胞微扰  $e_{\text{mid}}$  情况下， $A=B$  时，场平坦度最大；随着  $A$  的增大(与  $B$  的差值增大)，场平坦度逐渐降低；(2) 对于固定的  $A$  与  $B$ ，随着  $e_{\text{mid}}$  的增大，场平坦度逐渐降低。

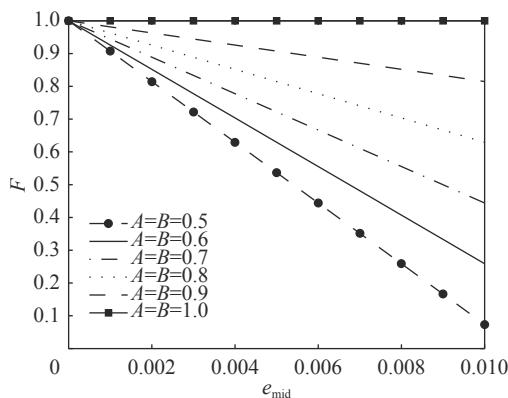


Fig. 4 Field flatness  $F$  variation with minor perturbation  $e_{\text{mid}}$  of cell capacity, given different  $A=B$

图 4 不同的  $A=B$  时，场平坦度随中间腔胞微扰的变化规律

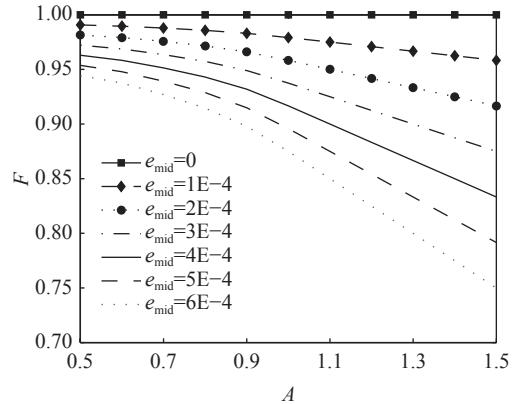


Fig. 5 Field flatness  $F$  variation with  $A$ , given  $B=0.5$ , for different minor perturbation of mid-cell  $e_{\text{mid}}$

图 5 不同中间腔胞微扰  $e_{\text{mid}}$ 、 $B=0.5$  情况下，场平坦度随  $A$  的变化规律

另外，将每一单胞在变形前和变形后的基模谐振频率记作  $f_{0,\text{*,undef}}$  和  $f_{0,\text{*,def}}$ ，下标\*代表 mid、end1 与 end2，则对应于每一腔胞的微扰项可以表达为

$$\begin{aligned} e_{\text{mid}} &= 1 - \frac{f_{0,\text{mid,def}}^2}{f_{0,\text{mid,undef}}^2} \\ e_{\text{end1}} &= 1 - \frac{f_{0,\text{end1,def}}^2}{f_{0,\text{end1,undef}}^2} \\ e_{\text{end2}} &= 1 - \frac{f_{0,\text{end2,def}}^2}{f_{0,\text{end2,undef}}^2} \end{aligned} \quad (13)$$

## 2 理论计算与仿真计算结果的一致性分析

下面将采用 3 种 1.3 GHz 9-cell 腔型用于计算机多物理场仿真计算，它们分别应用于 XFEL 的主直线加速器<sup>[1]</sup>、TRIUMF 电子直线加速器<sup>[10]</sup>和用于 SHINE 的注入器候选腔型。三种腔型的中间腔胞具有相同的结构尺寸，区别在于端腔胞的参数尺寸不尽相同，以适合不同的设计指标要求，各自的结构尺寸如图 6 与表 1 所示，其中： $L$  为腔胞半胞长度， $R_e$  为腔胞赤道半径， $R_i$  为腔胞束流孔半径， $A$ 、 $B$  分别为赤道椭圆横轴和纵轴半径， $a$ 、 $b$  分别为腔胞束流孔椭圆横轴和纵轴半径。

超导腔制造过程中的预调谐，抑或运行时的腔体调谐，通过施加于腔端束管的轴向力使得腔体轴向被挤压或拉伸而实现腔体形变，在变形过程中，单胞与整腔的频率、场平坦度等都将同时发生有规律的变化。为了阐释理论与仿真

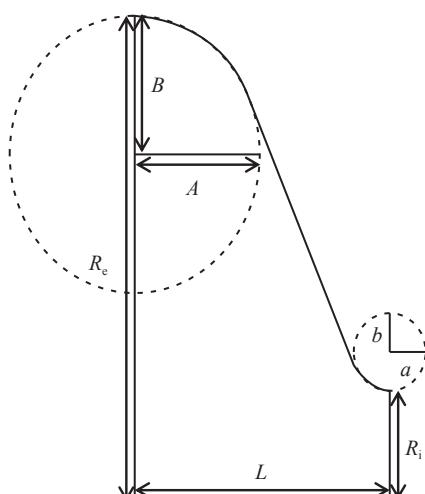


Fig. 6 The geometry of a half-cell of an elliptical cavity

图 6 椭球型腔半胞结构参数示意图

表 1 XFEL 的主直线加速器、TRIUMF 电子直线加速器和用于 SHINE 的注入器候选的 1.3 GHz 9-cell 腔型结构参数尺寸

Table 1 Geometry parameters of three types of 1.3 GHz 9-cell cavities for main LINAC of XFEL, TRIUMF e-Linac, and for injector of SHINE as a candidate

Types of cavity cell		$R_e/\text{mm}$	$R_i/\text{mm}$	$A/\text{mm}$	$B/\text{mm}$	$a/\text{mm}$	$b/\text{mm}$	$L/\text{mm}$
Middle half-cell	XFEL	103.3	35.0	42.0	42.0	12.0	19.0	57.7
	TRIUMF	103.3	35.0	42.0	42.0	12.0	19.0	57.7
	SHINE	103.3	35.0	42.0	42.0	12.0	19.0	57.7
Pick-up side half-cell	XFEL	103.3	39.0	42.0	42.0	9.0	12.8	56.7
	TRIUMF	103.3	39.0	42.0	42.0	9.0	12.8	56.7
	SHINE	103.3	39.0	42.0	42.0	9.0	12.8	56.7
Coupler side half-cell	XFEL	103.3	39.0	40.34	40.34	10.0	13.5	55.7
	TRIUMF	103.3	48.0	45.0	40.5	10.0	13.5	56.0
	SHINE	103.3	55.0	48.9	36.7	9.0	12.8	58.1

分析结果的一致性,在分析时采用了结构简单的无加强筋和有加强筋的裸腔,腔壁材料为 Nb 板材,壁厚 3 mm, 加强筋选择壁厚 3 mm、内径/外径(直径)分别为 10.67 mm/11.27 mm 的 Nb 板材,腔型示意图如图 7 所示,表 2~表 4 对应无加强筋裸腔的计算结果,表 5~表 7 对应有加强筋裸腔的计算结果。结构力学仿真采用 ANSYS 有限元分析计算软件,变形后的腔体模型导入 CST MWS 有限元仿真软件模块进行电磁本征仿真分析,从而得到相应的基模谐振频率。

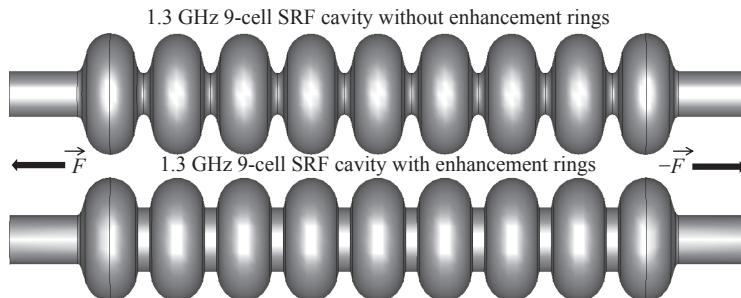


Fig. 7 Structure diagram of 1.3 GHz 9-cell superconducting radio-frequency cavities without/with enhancement rings

图 7 无加强筋和有加强筋的 1.3 GHz 9-cell 裸腔结构示意图

表 2 列出了不同调谐力情况下,无加强筋裸腔两端分别为电-电边界与磁-磁边界情况下,中间腔胞、带束管端胞的基模频率——标记为 0 模(腔两端电-电边界)与  $\pi$  模(腔两端磁-磁边界)。

将表 2 数据代入到公式(13),可得到微扰量理论计算值,如表 3 所示,利用表 3 中的数据以及公式(7)、(10)、(11),可得到腔场平坦度理论计算值。同时利用 CST MWS 电磁仿真模块直接对变形后的 9-cell 整腔进行本征模计算,得到相应的场平坦度仿真计算值,如表 4 所示。

同理,亦得到不同调谐力情况下,有加强筋裸腔两端中间腔胞与带束管端胞的基模频率、腔胞微扰量以及场平坦度计算结果,如表 5~表 7 所示。

结果表明,场平坦度的理论与仿真计算值非常接近和吻合,误差维持在  $<\pm 1.5\%$  以内,验证了本文中理论分析方法的有效性和合理性。

### 3 结 论

本文基于多胞射频腔场平坦度调节的微扰理论,给出了中间腔胞与端腔胞不同微扰量组合情况下的场平坦度计算方法,理论计算结果表明:中间腔胞与端腔胞微扰量差值或相对大小( $A$  或  $B$ )、两端腔胞微扰量差值、中间腔胞微扰量,它们的大小与腔场平坦度成反比。仿真计算中所采用的三种 1.3 GHz 9-cell 射频腔腔型,具有相同的中间腔胞和 Pick-up 端腔胞,区别于 Coupler 端腔胞,在腔体轴向变形过程中两端腔胞基模谐振频率或微扰量的差值,由小到大,依次为 XFEL 腔、TRIUMF 腔和 SHINE 腔,理论计算得到的场平坦度也相应地依次减小;同时,通过对整个 9-cell 腔直接仿真计算得到腔体场平坦度。结果表明这两种计算方法所得的场平坦度基本保持一致,从而验证了多胞射频腔场平坦度调节微扰理论的有效性与合理性。据此,若已知具有相同基模  $\pi$  模频率的多种端腔胞和

表 2 不同调谐力对三种无加强筋 1.3 GHz 9-cell 腔型结构腔胞 0 模与  $\pi$  模谐振频率的影响  
Table 2 Variation of resonant frequency due to different tuning force for XFEL, TRIUMF and SHINE 1.3 GHz 9-cell SRF cavities without enhancement rings

Tuning force/kN (squeezed)	Types of cavity cell	Resonant frequency/MHz	
		0-mode	$\pi$ -mode
0, undeformed	Middle half-cell	XFEL	1275.748
		TRIUMF	1275.748
		SHINE	1275.748
	Pick-up side half-cell with beam pipe	XFEL	1287.78
		TRIUMF	1287.78
		SHINE	1287.78
2, deformed	Coupler side half-cell with beam pipe	XFEL	1287.78
		TRIUMF	1288.136
		SHINE	1288.827
	Middle half-cell	XFEL	1275.468
		TRIUMF	1275.468
		SHINE	1275.468
4, deformed	Pick-up side half-cell with beam pipe	XFEL	1287.544
		TRIUMF	1287.544
		SHINE	1287.544
	Coupler side half-cell with beam pipe	XFEL	1287.544
		TRIUMF	1287.901
		SHINE	1288.653
	Middle half-cell	XFEL	1275.155
		TRIUMF	1275.155
		SHINE	1275.155
	Pick-up side half-cell with beam pipe	XFEL	1287.328
		TRIUMF	1287.328
		SHINE	1287.328
	Coupler side half-cell with beam pipe	XFEL	1287.328
		TRIUMF	1287.685
		SHINE	1288.492
	Middle half-cell	XFEL	1299.745
		TRIUMF	1299.745
		SHINE	1299.745
	Pick-up side half-cell with beam pipe	XFEL	1299.78
		TRIUMF	1299.78
		SHINE	1299.78
	Coupler side half-cell with beam pipe	XFEL	1299.78
		TRIUMF	1299.781
		SHINE	1299.836
	Middle half-cell	XFEL	1299.569
		TRIUMF	1299.569
		SHINE	1299.569
	Pick-up side half-cell with beam pipe	XFEL	1299.574
		TRIUMF	1299.574
		SHINE	1299.574
	Coupler side half-cell with beam pipe	XFEL	1299.574
		TRIUMF	1299.574
		SHINE	1299.68

表 3 不同调谐力对应的三种无加强筋 1.3 GHz 9-cell 腔型结构的腔胞微扰量理论计算值  
Table 3 Minor perturbations due to different tuning force for XFEL, TRIUMF and SHINE candidate 1.3 GHz 9-cell SRF cavities without enhancement rings

Tuning force/kN (squeezed)		$e_{\text{mid}}/10^5$	$e_{\text{end1}}/10^5$	$e_{\text{end2}}/10^5$
0, undeformed	XFEL	0	0	0
	TRIUMF	0	0	0
	SHINE	0	0	0
2, deformed	XFEL	4.877	4.149	4.149
	TRIUMF	4.877	4.149	4.133
	SHINE	4.877	4.149	3.062
4, deformed	XFEL	10.327	7.946	7.946
	TRIUMF	10.327	7.946	7.931
	SHINE	10.327	7.946	5.894

表 4 不同调谐力对应的三种无加强筋 1.3 GHz 9-cell 射频腔场平坦度的理论计算值与仿真计算值结果对比

**Table 4 Results comparison of field flatness between theoretical and simulation calculations for XFEL, TRIUMF and SHINE 1.3 GHz 9-cell SRF cavities without enhancement rings**

Tuning force/kN (squeezed)	$F_c$ (Field flatness)	
	Theoretical calculation value	Simulation calculation value
0, undeformed	XFEL TRIUMF SHINE	100% 100% 100%
	XFEL TRIUMF SHINE	99.95% 99.94% 99.92%
	XFEL TRIUMF SHINE	97.7% 97.6% 93.9%
2, deformed	XFEL TRIUMF SHINE	98.79% 98.74% 95.35%
	XFEL TRIUMF SHINE	96.03% 95.99% 89.86%
	XFEL TRIUMF SHINE	96.8% 96.7% 89.0%

表 5 不同调谐力对三种有加强筋 1.3 GHz 9-cell 腔型结构腔胞 0 模与  $\pi$  模谐振频率的影响

**Table 5 Variation of resonant frequency due to different tuning force for XFEL, TRIUMF and SHINE 1.3 GHz 9-cell SRF cavities with enhancement rings**

Tuning force/kN (squeezed)	Types of cavity cell	Resonant frequency/MHz	
		0-mode	$\pi$ -mode
0, undeformed	Middle half-cell	XFEL TRIUMF SHINE	1275.748 1275.748 1275.748
		XFEL TRIUMF SHINE	1287.78 1287.78 1287.78
		XFEL TRIUMF SHINE	1287.78 1288.136 1288.827
	Pick-up side half-cell with beam pipe	XFEL TRIUMF SHINE	1275.603 1275.603 1275.603
		XFEL TRIUMF SHINE	1299.857 1299.857 1299.857
		XFEL TRIUMF SHINE	1287.631 1287.631 1287.631
	Coupler side half-cell with beam pipe	XFEL TRIUMF SHINE	1287.631 1287.977 1288.638
		XFEL TRIUMF SHINE	1275.449 1275.449 1275.449
		XFEL TRIUMF SHINE	1299.708 1299.708 1299.708
2, deformed	Middle half-cell	XFEL TRIUMF SHINE	1275.449 1275.449 1275.449
		XFEL TRIUMF SHINE	1287.631 1287.631 1287.631
		XFEL TRIUMF SHINE	1287.631 1287.977 1288.638
	Pick-up side half-cell with beam pipe	XFEL TRIUMF SHINE	1275.449 1275.449 1275.449
		XFEL TRIUMF SHINE	1299.708 1299.708 1299.708
		XFEL TRIUMF SHINE	1287.468 1287.468 1287.468
	Coupler side half-cell with beam pipe	XFEL TRIUMF SHINE	1287.468 1287.817 1288.448
		XFEL TRIUMF SHINE	1299.695 1299.688 1299.733
		XFEL TRIUMF SHINE	1275.299 1275.299 1275.299
4, deformed	Middle half-cell	XFEL TRIUMF SHINE	1275.299 1275.299 1275.299
		XFEL TRIUMF SHINE	1287.306 1287.306 1287.306
		XFEL TRIUMF SHINE	1299.534 1299.534 1299.534
	Pick-up side half-cell with beam pipe	XFEL TRIUMF SHINE	1287.306 1287.306 1287.306
		XFEL TRIUMF SHINE	1299.534 1299.534 1299.534
		XFEL TRIUMF SHINE	1287.306 1287.656 1288.257
	Coupler side half-cell with beam pipe	XFEL TRIUMF SHINE	1299.534 1299.529 1299.600
		XFEL TRIUMF SHINE	1299.534 1299.534 1299.534
		XFEL TRIUMF SHINE	1299.534 1299.529 1299.600
6, deformed	Middle half-cell	XFEL TRIUMF SHINE	1287.306 1287.306 1287.306
		XFEL TRIUMF SHINE	1299.534 1299.534 1299.534
		XFEL TRIUMF SHINE	1287.306 1287.656 1288.257
	Pick-up side half-cell with beam pipe	XFEL TRIUMF SHINE	1299.534 1299.534 1299.534
		XFEL TRIUMF SHINE	1299.534 1299.534 1299.534
		XFEL TRIUMF SHINE	1299.534 1299.529 1299.600

表 6 不同调谐力对应的三种有加强筋 1.3 GHz 9-cell 腔型结构的腔胞微扰量理论计算值

Table 6 Minor perturbations due to different tuning force for XFEL, TRIUMF and SHINE candidate

## 1.3 GHz 9-cell SRF cavities with enhancement rings

Tuning force/kN (squeezed)		$e_{\text{mid}}/10^5$	$e_{\text{end1}}/10^5$	$e_{\text{end2}}/10^5$
0, undeformed	XFEL	0	0	0
	TRIUMF	0	0	0
	SHINE	0	0	0
2, deformed	XFEL	2.526	2.620	2.620
	TRIUMF	2.526	2.620	2.796
	SHINE	2.526	2.620	3.326
4, deformed	XFEL	5.208	5.485	5.485
	TRIUMF	5.208	5.485	5.610
	SHINE	5.208	5.485	6.668
6, deformed	XFEL	7.820	8.333	8.333
	TRIUMF	7.820	8.333	8.441
	SHINE	7.820	8.333	10.028

表 7 不同调谐力对应的三种有加强筋 1.3 GHz 9-cell 射频腔场平坦度理论计算值与仿真计算值结果对比

Table 7 Results comparison of field flatness between theoretical and simulation calculations for XFEL, TRIUMF and SHINE candidate 1.3 GHz 9-cell SRF cavities with enhancement rings

Tuning force/kN (squeezed)	$F_c$ (Field flatness)		
	Theoretical calculation value	Simulation calculation value	
0, undeformed	XFEL	100%	99.95%
	TRIUMF	100%	99.94%
	SHINE	100%	99.92%
2, deformed	XFEL	99.84%	99.16%
	TRIUMF	99.27%	98.77%
	SHINE	97.35%	98.48%
4, deformed	XFEL	99.54%	98.85%
	TRIUMF	99.17%	98.26%
	SHINE	95.48%	96.66%
6, deformed	XFEL	99.14%	98.32%
	TRIUMF	98.85%	97.56%
	SHINE	93.44%	94.27%

中间腔胞在轴向变形过程中的微扰量,这些腔胞通过不同组合构建获得的多胞射频腔,其场平坦度可直接通过该理论计算得到,这对指导多胞射频腔腔型设计、提高腔型设计效率具有一定的实际意义和价值。同时,根据三种腔型的场平坦度随轴向力(或变形量)的变化规律及其大小,可知,对于成熟可靠的腔型,其在预调谐过程中的“先单胞后整腔”和运行时腔体调谐过程中“整腔拉伸/挤压”,均可维持较好的场平坦度,这是这两种方法得到国际相关领域广泛应用的重要因素之一。最后,通过无加强筋和有加强筋结构的多胞射频腔的计算结果对比分析,表明:多胞射频腔腔胞间加工合适结构的加强筋可有效降低场平坦度在轴向变形过程中的恶化程度、维持较好的场平坦度<sup>[9]</sup>。

**致 谢** 感谢上海同步辐射光源装置与上海硬 X 射线自由电子激光装置提供的良好的研究环境以及各位良师益友的指导和帮助。

## 参考文献:

- [1] Aune B, Bandelmann R, Bloess D, et al. Superconducting TESLA cavities[J]. *Physical Review Accelerators and Beams*, 2000, 3: 092001.

- [2] Padamsee H, Knobloch J, Hays T. RF superconductivity for accelerators[M]. New York: Wiley, 1998.
- [3] Tajima T, Furuya T, Suzuki T. Pre-tuning of TRISTAN superconducting RF cavities[C]//Proceedings of the 4th Workshop on RF Superconductivity. 1989: 821-847.
- [4] Sekutowicz J, Chen Yinghua, Wei Yixiang. A different tuning method for accelerating cavities[C]//Proceedings of the 4th Workshop on RF Superconductivity. 1989: 849-857.
- [5] 朱航, 翟纪元, 戴建枰. 9-cell超导腔快速预调谐方法研究[J]. 强激光与粒子束, 2022, 34: 104015. (Zhu Hang, Zhai Jiyuan, Dai Jianping. Research on fast pre-tuning method of 9-cell superconducting cavities[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2022, 34: 104015)
- [6] Sun An, Wang Haipeng, Wu Genfa. Effect of the tuner on the field flatness of SNS superconducting RF cavities[C]//Proceedings of LINAC 2004. 2004: 815-817.
- [7] Sun An. Superconducting RF cavity frequency and field distribution sensitivity simulation[C]//Proceedings of 2005 Particle Accelerator Conference. 2005: 4194-4196.
- [8] 李波, 刘华昌, 王云, 等. CSNS-II超导椭球腔形变电场平坦度仿真分析[J]. 强激光与粒子束, 2021, 33: 034001. (Li Bo, Liu Huachang, Wang Yun, et al. Simulating analysis on electric field flatness of deformed superconducting elliptical cavity for CSNS-II linac[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2021, 33: 034001)
- [9] Posen S, Liepe M. Mechanical optimization of superconducting cavities in continuous wave operation[J]. Physical Review Accelerators and Beams, 2012, 15: 022002.
- [10] Zvyagintsev V, Beard C D, Grassellino A, et al. Nine-cell elliptical cavity development at TRIUMF[C]//Proceedings of SRF2011. 2011: 107-109.