



·高功率微波技术·

各向异性介质中电偶极子的太赫兹辐射特性*

李应乐¹, 王明军²

(1. 陕西学前师范学院 信息工程学院, 西安 710100; 2. 西安理工大学 自动化与信息工程学院, 西安 710048)

摘要: 研究了 THz 波段强降雨环境下电磁源的辐射特性。基于通用的麦克斯韦方程组和解析分析, 提出了各向异性介质中的洛伦兹规范, 得到了矢量势的非齐次波动方程及矢量势的精确表达式, 并证明了它们的有效性。获得了各向异性介质中电偶极子的辐射场, 将各向异性介质退化为各向同性时, 得到的辐射场与已有资料中的辐射场一致。基于石膏晶体和强降雨介质的各向异性参数, 对电偶极子的辐射特性进行了物理模拟和分析, 结果发现: 介质的各向异性对其中电磁源辐射有着显著的影响, 强降雨中电磁源的辐射具有较弱的各向异性。

关键词: 辐射; 雨介质; 电磁势; 各向异性; THz 波

中图分类号: O436.2

文献标志码: A

doi: 10.11884/HPLPB202335.220331

THz radiation characteristics of the electric dipole in anisotropic media

Li Yingle¹, Wang Mingjun²

(1. College of Information Engineering, Shaanxi Xueqian Normal University, Xi'an 710100, China;

2. College of Automation and Information Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

Abstract: This article aims at the radiation property of the electromagnetic sources buried in heavy rainfall. Based on general Maxwell equations and analytical analysis, the Lorentz gauge of the anisotropic medium is proposed, the non-homogeneous wave equation of vector potential is obtained, the exact solutions of the vector potential of these medium are obtained, and their validity is proved. The radiation field of the current element in the anisotropic medium is obtained. When the anisotropic medium is changed into the isotropy material, the radiation field obtained is consistent with the available references. Based on the anisotropic parameters of gypsum crystal and heavy rain medium, the radiation characteristics of current element are physically simulated and analyzed. It is found that the anisotropy of the medium has a significant effect on the electromagnetic source radiation and the radiation of the electromagnetic source in heavy rainfall has the weak anisotropy.

Key words: radiation, rain media, potential, anisotropy, THz wave

由于各向异性介质如晶体、等离子体和复合材料中的电磁散射和辐射具有许多潜在的性能, 因而受到海内外学者的广泛关注和研究^[1-3]。获得各向异性介质中电磁散射或辐射的解析解, 可以极大地简化这类介质中电磁辐射与散射问题的研究。各向异性介质中散射和辐射问题的应用研究主要的基本方法有数值方法和解析方法。数值方法主要有时域有限差分法、离散偶极子法、积分微分方程法、矩量法和 T 矩阵法^[4-6]。在解析方法上, 学者^[7-8]利用标量本征函数展开法研究了损耗单轴各向异性介质球在平面波照射下的电磁散射。利用微积分理论研究由各向异性介质组成的单球电磁散射的解析解在理论上具有创新意义^[9-10], Zhuck^[11]利用一种简单的自由坐标方法来推导了具有空间色散的一般各向异性的均质介质的频谱格林函数。

各向异性介质中的电场波动方程^[12-14]是由麦克斯韦方程推导出来的; 将方程中的电场用球面矢量波函数进行变换, 然后利用傅里叶变换研究各向异性介质球和磁化等离子球的散射问题, 是一种比较有效的研究方法。研究有限长度各向同性介质构成的圆柱体在平面电磁波照射下^[15]的散射特性, 可以为研究各向异性介质构成的圆柱

* 收稿日期: 2022-12-29; 修订日期: 2023-03-03

基金项目: 国家自然科学基金项目(61102018, 61271110)

联系方式: 李应乐, liyinglexidian@126.com。

体的散射研究进行有益的探索。文献 [16] 假设径向介电常数为常数, 详细研究了有限长等离子体圆柱体在 TM 电磁波照射下的散射特性。电磁波在各向异性介质中传播具有唯一性和复杂性, 采用 FDTD 等数值算法离散麦克斯韦方程进行 [17-19], 涵盖了电磁波在各向异性介质中的本征传播问题, 是研究各向异性介质构成的有限长圆柱电磁散射的有效方法之一。

当主光轴与波传播方向平行时, 上述文献中主要研究了单轴球形粒子的散射和辐射特性, 当入射波方向与圆柱体对称轴垂直时还研究了各向异性介质构成的圆柱体的散射和辐射特性。当电磁波在一般各向异性介质或双轴晶体中传播时, 研究发现通常存在 3 个特征传播向量, 其大小是方向和介电常数张量元素的函数 [20-21]。理论上, 电磁源在各向异性包括复杂电磁环境如雨介质中的辐射是一个重要的研究领域, 其中电偶极子在这类介质中的辐射特性是最为基本的问题。

本文将研究电偶极子在双轴各向异性介质和强降雨中的辐射特性。获得了双轴电各向异性介质中磁矢量势波动方程, 即达朗伯方程, 给出了各向异性介质的洛伦兹规范。得到了各向异性介质存在时电磁场矢量势的解, 验证了解的有效性。在太赫兹波段研究了电偶极子在各向异性介质中的辐射特性; 验证了所得结果的有效性并进行了讨论。

1 电各向异性介质中的磁矢量势微分方程

设辐射源位于电各向异性和磁各向同性无损耗的均匀介质中, 介质的具体电磁参数为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\varepsilon} &= \varepsilon_0 \boldsymbol{\varepsilon}_r \\ \boldsymbol{\mu} &= \mu_0 \boldsymbol{\mu}_r \\ \boldsymbol{\varepsilon}_r &= \varepsilon_{xx} \boldsymbol{e}_x \boldsymbol{e}_x + \varepsilon_{xy} \boldsymbol{e}_x \boldsymbol{e}_y + \varepsilon_{xz} \boldsymbol{e}_x \boldsymbol{e}_z + \varepsilon_{yx} \boldsymbol{e}_y \boldsymbol{e}_x + \varepsilon_{yy} \boldsymbol{e}_y \boldsymbol{e}_y + \varepsilon_{yz} \boldsymbol{e}_y \boldsymbol{e}_z + \varepsilon_{zx} \boldsymbol{e}_z \boldsymbol{e}_x + \varepsilon_{zy} \boldsymbol{e}_z \boldsymbol{e}_y + \varepsilon_{zz} \boldsymbol{e}_z \boldsymbol{e}_z\end{aligned}$$

式中: ε_0 为自由空间的介电常数; $\boldsymbol{\varepsilon}_r$ 为相对介电常数并矢; $\boldsymbol{\mu}$ 、 μ_0 和 $\boldsymbol{\mu}_r$ 分别为介质的磁导率、自由空间的磁导率和介质的相对磁导率; $\varepsilon_{ij}(i, j=x, y, z)$ 为相对介电常数并矢的分量; ε 为绝对介电常数; $\boldsymbol{e}_i(i=x, y, z)$ 为 x 、 y 、 z 直角坐标系坐标轴的单位矢量; 对于色散各向异性介质而言, 相对介电常数张量是电磁场角频率的函数, 即 $\boldsymbol{\varepsilon}_r = \boldsymbol{\varepsilon}_r(\omega)$, ω 为角频率, 在以下的推算中仅对确定频率而言。电磁场的电场强度、电位移矢量、磁场强度和磁感应强度分别用 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ 、 $\boldsymbol{D}(\boldsymbol{r})$ 、 $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r})$ 和 $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r})$ 表示, \boldsymbol{r} 为位置矢量; 介质中的麦克斯韦方程为

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{J} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0 \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{D} = \rho \quad (4)$$

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \boldsymbol{\varepsilon}_r \cdot \boldsymbol{E}, \quad \boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{\mu}_r \boldsymbol{H} \quad (5)$$

式中: \boldsymbol{J} 为电流密度矢量; ρ 为电荷体密度。式(1)~(4)是研究各向异性介质中电磁场的基础, 式(5)是介质的本构方程。由于从式(1)~式(4)可得

$$\boldsymbol{B} = \nabla \times \boldsymbol{A} \quad (6)$$

$$\boldsymbol{E} = -\nabla \varphi - \frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t} \quad (7)$$

式中: \boldsymbol{A} 表示磁矢量势, φ 为标量势。式(6)和式(7)与介质性质无关, 因此在电各向异性介质中是有效的。由方程(1)、(2)、(4)~(7)可得

$$\nabla^2 \boldsymbol{A} - \varepsilon_0 \mu_0 \boldsymbol{\mu}_r \boldsymbol{\varepsilon}_r \cdot \frac{\partial^2 \boldsymbol{A}}{\partial t^2} = -\mu_0 \boldsymbol{\mu}_r \boldsymbol{J} + \varepsilon_0 \mu_0 \boldsymbol{\mu}_r \boldsymbol{\varepsilon}_r \cdot \nabla \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \nabla \nabla \cdot \boldsymbol{A} \quad (8)$$

由式(8)可知, 微分方程包含标量和矢量, 无法直接求解。矢量 \boldsymbol{A} 的旋度式(6)已给定, 其散度未定, 为理论上求解式(8)的解提供了理论依据。为了去除 \boldsymbol{A} 和 φ 的耦合, 可设

$$\varepsilon_0 \mu_0 \boldsymbol{\mu}_r \boldsymbol{\varepsilon}_r \cdot \nabla \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \nabla \nabla \cdot \boldsymbol{A} = \mathbf{0} \quad (9)$$

式(9)是一个矢量等式,同分量相等可得

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx}\frac{\partial\varphi}{\partial x}+\varepsilon_{xy}\frac{\partial\varphi}{\partial y}+\varepsilon_{xz}\frac{\partial\varphi}{\partial z}&=\gamma\frac{\partial\nabla\cdot\mathbf{A}}{\partial x} \\ \varepsilon_{yx}\frac{\partial\varphi}{\partial x}+\varepsilon_{yy}\frac{\partial\varphi}{\partial y}+\varepsilon_{yz}\frac{\partial\varphi}{\partial z}&=\gamma\frac{\partial\nabla\cdot\mathbf{A}}{\partial y} \\ \varepsilon_{zx}\frac{\partial\varphi}{\partial x}+\varepsilon_{zy}\frac{\partial\varphi}{\partial y}+\varepsilon_{zz}\frac{\partial\varphi}{\partial z}&=\gamma\frac{\partial\nabla\cdot\mathbf{A}}{\partial z}\end{aligned}\quad (10)$$

其中

$$\gamma=\frac{j}{\omega\varepsilon_0\mu_0\mu_r}$$

式中标量势的三个偏导数 $\frac{\partial\varphi}{\partial x}$ 、 $\frac{\partial\varphi}{\partial y}$ 、 $\frac{\partial\varphi}{\partial z}$ 的和为未知量,得到三元一次线性非齐次方程,求解该线性非齐次方程组可得

$$\begin{cases}\frac{\partial\varphi}{\partial x}=\gamma\frac{(\varepsilon_{yy}\varepsilon_{zz}-\varepsilon_{zy}\varepsilon_{yz})\frac{\partial\nabla\cdot\mathbf{A}}{\partial x}+(\varepsilon_{zy}\varepsilon_{xz}-\varepsilon_{xy}\varepsilon_{zz})\frac{\partial\nabla\cdot\mathbf{A}}{\partial y}+(\varepsilon_{xy}\varepsilon_{yz}-\varepsilon_{xz}\varepsilon_{yy})\frac{\partial\nabla\cdot\mathbf{A}}{\partial z}}{[\varepsilon_{xx}(\varepsilon_{yy}\varepsilon_{zz}-\varepsilon_{yz}\varepsilon_{zy})+\varepsilon_{zy}(\varepsilon_{yz}\varepsilon_{zx}-\varepsilon_{yx}\varepsilon_{zz})+\varepsilon_{xz}(\varepsilon_{yx}\varepsilon_{zy}-\varepsilon_{yy}\varepsilon_{zx})]} \\ \frac{\partial\varphi}{\partial y}=\gamma\frac{(\varepsilon_{zx}\varepsilon_{yz}-\varepsilon_{yx}\varepsilon_{zz})\frac{\partial\nabla\cdot\mathbf{A}}{\partial x}+(\varepsilon_{xx}\varepsilon_{zz}-\varepsilon_{zx}\varepsilon_{xz})\frac{\partial\nabla\cdot\mathbf{A}}{\partial y}+(\varepsilon_{xz}\varepsilon_{yx}-\varepsilon_{xx}\varepsilon_{yz})\frac{\partial\nabla\cdot\mathbf{A}}{\partial z}}{[\varepsilon_{xx}(\varepsilon_{yy}\varepsilon_{zz}-\varepsilon_{yz}\varepsilon_{zy})+\varepsilon_{zy}(\varepsilon_{yz}\varepsilon_{zx}-\varepsilon_{yx}\varepsilon_{zz})+\varepsilon_{xz}(\varepsilon_{yx}\varepsilon_{zy}-\varepsilon_{yy}\varepsilon_{zx})]} \\ \frac{\partial\varphi}{\partial z}=\gamma\frac{(\varepsilon_{yx}\varepsilon_{zy}-\varepsilon_{yy}\varepsilon_{zx})\frac{\partial\nabla\cdot\mathbf{A}}{\partial x}+(\varepsilon_{xy}\varepsilon_{zx}-\varepsilon_{xx}\varepsilon_{zy})\frac{\partial\nabla\cdot\mathbf{A}}{\partial y}+(\varepsilon_{xx}\varepsilon_{yy}-\varepsilon_{xy}\varepsilon_{yx})\frac{\partial\nabla\cdot\mathbf{A}}{\partial z}}{[\varepsilon_{xx}(\varepsilon_{yy}\varepsilon_{zz}-\varepsilon_{yz}\varepsilon_{zy})+\varepsilon_{zy}(\varepsilon_{yz}\varepsilon_{zx}-\varepsilon_{yx}\varepsilon_{zz})+\varepsilon_{xz}(\varepsilon_{yx}\varepsilon_{zy}-\varepsilon_{yy}\varepsilon_{zx})]}\end{cases}\quad (11)$$

由式(7)可知,电场完全由标量势的梯度 $\nabla\varphi$ 和矢量势的偏导数 $\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t}$ 决定。如果获得了矢量势 \mathbf{A} ,代入式(11)就可以获得标量势 φ 的梯度。由文献[22-25]可知,如果包围电磁源周围的材料是无损介质,则相对介电常数是一个对称张量,由矩阵理论可知这种对称张量可以转换成对角张量;当相对介电常数为对角张量时,式(11)可简化为

$$\varphi_i=\gamma\frac{\nabla\cdot\mathbf{A}}{\varepsilon_{ii}}\quad (12)$$

由方程(12)可知,在各向异性介质中标量势与矢量势的散度有3种关系。在方程(12)中,当 $\varepsilon_{xx}=\varepsilon_{yy}=\varepsilon_{zz}=\varepsilon$,式(12)简化为

$$\nabla\cdot\mathbf{A}=-j\omega\varepsilon_0\varepsilon\mu_0\mu_r\varphi\quad (13)$$

这是各向同性介质中时谐场的洛伦兹规范,所以方程(12)也可称为各向异性介质中的洛伦兹规范。因此得到矢量势 \mathbf{A} 的解是很重要的。把式(9)代入式(8),可得

$$\nabla^2\mathbf{A}-\varepsilon_0\mu_0\mu_r\varepsilon_r\cdot\frac{\partial^2\mathbf{A}}{\partial t^2}=-\mu_0\mu_r\mathbf{J}\quad (14)$$

为了简单起见,在接下来的部分中,我们只研究相对介电常数为对角张量的介质中电流源的辐射特性。

2 电各向异性介质中的辐射场

式(14)为矢量非齐次微分方程。由式(14)可得到3个标量非齐次微分方程。这3个方程的通式可以写成

$$\nabla^2 A_i-\varepsilon_0\mu_0\mu_r\varepsilon_{ii}\frac{\partial^2 A_i}{\partial t^2}=-\mu_0\mu_r J_i\quad (15)$$

在文献[17]和[21]中,利用标量格林函数已经得到了与式(15)相同的非齐次微分方程的解。因此用相同方法可得

$$A_i(\mathbf{r})=\frac{\mu_0\mu_r}{4\pi}\int_V\frac{J_i(\mathbf{r}')e^{-jk_0\sqrt{\varepsilon_0\mu_r}|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}d^3r'\quad (16)$$

式(16)中, $J_i(i=x,y,z)$ 表示电流密度矢量的 x 、 y 、 z 方向上的分量, V 为电流所在区域的体积, \mathbf{r}' 为电流密度分量的位置矢量, $k_0=\omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ 为自由空间中的传波矢量大小。由方程(16)可得到磁矢量势的解为

$$\mathbf{A}(\mathbf{r})=\frac{\mu_0\mu_r}{4\pi}\int_V\frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}\left[J_x(\mathbf{r}')e_x e^{-jk_0\sqrt{\varepsilon_0\mu_r}|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}+J_y(\mathbf{r}')e_y e^{-jk_0\sqrt{\varepsilon_0\mu_r}|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}+J_z(\mathbf{r}')e_z e^{-jk_0\sqrt{\varepsilon_0\mu_r}|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}\right]d^3r'\quad (17)$$

在研究辐射场时,通常认为电流的大小 dl' 满足 $dl' \ll r$,电流源位于坐标系原点处。在球坐标系下,式(17)可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0 \mu_r}{4\pi r} & \left[\mathbf{u}_r \left(I_x dl_x e^{-jk_0 \sqrt{\varepsilon_{xx} \mu_r} r} \sin \theta \cos \phi + I_y dl_y e^{-jk_0 \sqrt{\varepsilon_{yy} \mu_r} r} \sin \theta \sin \phi + I_z dl_z e^{-jk_0 \sqrt{\varepsilon_{zz} \mu_r} r} \cos \theta \right) + \right. \\ & \mathbf{u}_\theta \left(I_x dl_x e^{-jk_0 \sqrt{\varepsilon_{xx} \mu_r} r} \cos \theta \cos \phi + I_y dl_y e^{-jk_0 \sqrt{\varepsilon_{yy} \mu_r} r} \cos \theta \sin \phi - I_z dl_z e^{-jk_0 \sqrt{\varepsilon_{zz} \mu_r} r} \sin \theta \right) + \\ & \left. \mathbf{u}_\phi \left(I_y dl_y e^{-jk_0 \sqrt{\varepsilon_{yy} \mu_r} r} \cos \phi - I_x dl_x e^{-jk_0 \sqrt{\varepsilon_{xx} \mu_r} r} \sin \phi \right) \right] \end{aligned} \quad (18)$$

电流密度矢量的定义为单位面积上垂直流过电流的大小,方向为电流的方向;以 z 轴方向的电流密度即 x - y 平面上流过的电流为例,可得 $J_z(r') dx' dy' dz' = \frac{I}{dx' dy'} dx' dy' dz' = I dz'$,并将 dz' 表示为 dl_3 ,其它两个电流密度分量与电流源的关系可采用相同方法获得; r, θ, ϕ 分别为观测点的球坐标, $\mathbf{u}_r, \mathbf{u}_\theta$ 和 \mathbf{u}_ϕ 是球坐标系的单位矢量。将式(17)代入式(6),可得到磁感应强度矢量

$$\begin{aligned} \mathbf{B} = \frac{\mu_0 \mu_r}{4\pi} & \left[\left(I_y dl_y e^{-jk_0 \sqrt{\varepsilon_{yy} \mu_r} r} \frac{jk_0 \sqrt{\varepsilon_{yy} \mu_r} r + 1}{r^2} \cos \phi - I_x dl_x e^{-jk_0 \sqrt{\varepsilon_{xx} \mu_r} r} \frac{jk_0 \sqrt{\varepsilon_{xx} \mu_r} r + 1}{r^2} \sin \phi \right) \mathbf{u}_\theta + \right. \\ & \left(-I_x dl_x e^{-jk_0 \sqrt{\varepsilon_{xx} \mu_r} r} \frac{jk_0 \sqrt{\varepsilon_{xx} \mu_r} r + 1}{r^2} \cos \theta \cos \phi - I_y dl_y e^{-jk_0 \sqrt{\varepsilon_{yy} \mu_r} r} \frac{jk_0 \sqrt{\varepsilon_{yy} \mu_r} r + 1}{r^2} \cos \theta \sin \phi + \right. \\ & \left. \left. I_z dl_z e^{-jk_0 \sqrt{\varepsilon_{zz} \mu_r} r} \frac{jk_0 \sqrt{\varepsilon_{zz} \mu_r} r + 1}{r^2} \sin \theta \right) \mathbf{u}_\phi \right] \end{aligned} \quad (19)$$

根据式(19),如果只考虑其中的 r^{-1} 项,可得辐射磁场

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \frac{jk_0}{4\pi r} & \left\{ \left(\sqrt{\varepsilon_{yy} \mu_r} I_y dl_y e^{-jk_0 \sqrt{\varepsilon_{yy} \mu_r} r} \cos \phi - \sqrt{\varepsilon_{xx} \mu_r} I_x dl_x e^{-jk_0 \sqrt{\varepsilon_{xx} \mu_r} r} \sin \phi \right) \mathbf{u}_\theta + \right. \\ & \left. \left(-\sqrt{\varepsilon_{xx} \mu_r} I_x dl_x e^{-jk_0 \sqrt{\varepsilon_{xx} \mu_r} r} \cos \theta \cos \phi - \sqrt{\varepsilon_{yy} \mu_r} I_y dl_y e^{-jk_0 \sqrt{\varepsilon_{yy} \mu_r} r} \cos \theta \sin \phi + \sqrt{\varepsilon_{zz} \mu_r} I_z dl_z e^{-jk_0 \sqrt{\varepsilon_{zz} \mu_r} r} \sin \theta \right) \mathbf{u}_\phi \right\} \end{aligned} \quad (20)$$

计算辐射电场有两种方法:(1)将式(20)代入式(1)中,在球坐标系研究并且不考虑电磁源的存在。由于式(20)是在球坐标系下的表示式,而介电常数张量是在直角坐标系下给出的,参数变量坐标系不一致。将直角坐标系的介电常数张量转化为球坐标系,就可以在不存在辐射源的区域将式(20)代入式(1),这个求解辐射电场的过程比较复杂;(2)计算辐射电场的方法是由式(7)求得,这种方法比较简单。下面给出第二种方法计算辐射电场的具体过程:首先求解式(17)的散度,然后将散度代入各向异性介质(10),即洛伦兹规范,得到直角坐标系下的三个标量势 φ_x, φ_y 和 φ_z ;其次,将这三个标量势转化为球坐标系,并定义一个平均标量

$$\langle \varphi \rangle = \frac{\varphi_x + \varphi_y + \varphi_z}{3} \quad (21)$$

最后,将式(21)和球坐标系的矢量势 \mathbf{A} 代入式(7),得到辐射电场

$$\begin{aligned} \mathbf{E} = \frac{j\omega\mu_0\mu_r}{12\pi r} & \left(\frac{1}{\varepsilon_{xx}} + \frac{1}{\varepsilon_{yy}} + \frac{1}{\varepsilon_{zz}} \right) \left[\sin \theta \cos \phi \varepsilon_{xx} e^{-jk_0 \sqrt{\varepsilon_{xx} \mu_r} r} I_x dl_x + \sin \theta \sin \phi \varepsilon_{yy} e^{-jk_0 \sqrt{\varepsilon_{yy} \mu_r} r} I_y dl_y + \cos \theta \varepsilon_{zz} e^{-jk_0 \sqrt{\varepsilon_{zz} \mu_r} r} I_z dl_z \right] \mathbf{u}_r - \\ & \frac{j\omega\mu_0\mu_r}{4\pi r} \left[\mathbf{u}_r \left(I_x dl_x e^{-jk_0 \sqrt{\varepsilon_{xx} \mu_r} r} \sin \theta \cos \phi + I_y dl_y e^{-jk_0 \sqrt{\varepsilon_{yy} \mu_r} r} \sin \theta \sin \phi + I_z dl_z e^{-jk_0 \sqrt{\varepsilon_{zz} \mu_r} r} \cos \theta \right) + \mathbf{u}_\theta \left(I_x dl_x e^{-jk_0 \sqrt{\varepsilon_{xx} \mu_r} r} \cos \theta \cos \phi + \right. \right. \\ & \left. \left. I_y dl_y e^{-jk_0 \sqrt{\varepsilon_{yy} \mu_r} r} \cos \theta \sin \phi - I_z dl_z e^{-jk_0 \sqrt{\varepsilon_{zz} \mu_r} r} \sin \theta \right) + \mathbf{u}_\phi \left(I_y dl_y e^{-jk_0 \sqrt{\varepsilon_{yy} \mu_r} r} \cos \phi - I_x dl_x e^{-jk_0 \sqrt{\varepsilon_{xx} \mu_r} r} \sin \phi \right) \right] \end{aligned} \quad (22)$$

式中: μ_r 为相对磁导率。式(20)和(22)为各向异性介质中一般电偶极子的辐射电磁场。利用式(22),式(20)和能量流密度矢量的定义,可以得到

$$\begin{aligned} \langle |S| \rangle = \frac{\omega\mu_0\mu_r k_0 (Idl)^2}{32\pi^2 r^2} & \operatorname{Re} \left[\left(I_x dl_x e^{-jk_0 \sqrt{\varepsilon_{xx} \mu_r} r} \cos \theta \cos \phi + I_y dl_y e^{-jk_0 \sqrt{\varepsilon_{yy} \mu_r} r} \cos \theta \sin \phi - I_z dl_z e^{-jk_0 \sqrt{\varepsilon_{zz} \mu_r} r} \sin \theta \right) \right. \\ & \left(\sqrt{\varepsilon_{xx} \mu_r} I_x dl_x e^{-jk_0 \sqrt{\varepsilon_{xx} \mu_r} r} \cos \theta \cos \phi + \sqrt{\varepsilon_{yy} \mu_r} I_y dl_y e^{-jk_0 \sqrt{\varepsilon_{yy} \mu_r} r} \cos \theta \sin \phi - \sqrt{\varepsilon_{zz} \mu_r} I_z dl_z e^{-jk_0 \sqrt{\varepsilon_{zz} \mu_r} r} \sin \theta \right)^* + \\ & \left. \left(I_y dl_y e^{-jk_0 \sqrt{\varepsilon_{yy} \mu_r} r} \cos \phi - I_x dl_x e^{-jk_0 \sqrt{\varepsilon_{xx} \mu_r} r} \sin \phi \right) \left(\sqrt{\varepsilon_{yy} \mu_r} I_y dl_y e^{-jk_0 \sqrt{\varepsilon_{yy} \mu_r} r} \cos \phi - \sqrt{\varepsilon_{xx} \mu_r} I_x dl_x e^{-jk_0 \sqrt{\varepsilon_{xx} \mu_r} r} \sin \phi \right)^* \right] \end{aligned} \quad (23)$$

在式(23)中,电流源的分量为 $I_x dl_x = Idl' \sin \theta_0 \cos \phi_0, I_y dl_y = Idl' \sin \theta_0 \sin \phi_0$ 和 $I_z dl_z = Idl' \cos \theta_0, \theta_0$ 和 ϕ_0 为电流元的初始方位角。

3 讨论与仿真

由式(20)和式(22)可知,各向异性介质中存在3个特征传播矢量,他们的大小和电各向异性介质的介电常数张量的三个元素有关,具体为

$$\begin{aligned} k_1 &= k_0 \sqrt{\varepsilon_{xx}\mu_r} \\ k_2 &= k_0 \sqrt{\varepsilon_{yy}\mu_r} \\ k_3 &= k_0 \sqrt{\varepsilon_{zz}\mu_r} \end{aligned} \quad (24)$$

为了检验本文结果的有效性,可以将其与参考文献的结果进行比较,然而,各向异性介质中电偶极子辐射的解析解尚未发现。我们可以将本文结果与电磁波在各向异性介质中的其他结果进行比较。研究^[25]表明:如果介质是单轴晶体,其相对介电常数张量为 $\boldsymbol{\varepsilon}_r = \varepsilon_{xx}\mathbf{e}_x\mathbf{e}_x + \varepsilon_{yy}\mathbf{e}_y\mathbf{e}_y + \varepsilon_{zz}\mathbf{e}_z\mathbf{e}_z$,在这一单轴晶体中有两个传播矢量,分别称为寻常光和非常光;当电磁平面波垂直于光轴传播时,两个传播向量的大小为

$$\begin{aligned} k_e &= \omega \sqrt{\varepsilon_0\mu_0\mu_r} \sqrt{\varepsilon_{zz}} \\ k_o &= \omega \sqrt{\varepsilon_0\mu_0\mu_r} \sqrt{\varepsilon_{xx}} \end{aligned} \quad (25)$$

当各向异性介质变为单轴晶体时,式(24)的结果与上述结果完全一致。当介质为双轴晶体时,其相对介电常数张量 $\boldsymbol{\varepsilon}_r = \varepsilon_{xx}\mathbf{e}_x\mathbf{e}_x + \varepsilon_{yy}\mathbf{e}_y\mathbf{e}_y + \varepsilon_{zz}\mathbf{e}_z\mathbf{e}_z$ 。研究表明^[26]:平面电磁波在三个互相正交的方向有三个特征传播矢量大小为

$$\begin{aligned} k_1 &= \omega \sqrt{\varepsilon_0\mu_0} \sqrt{\varepsilon_{xx}} \\ k_2 &= \omega \sqrt{\varepsilon_0\mu_0} \sqrt{\varepsilon_{yy}} \\ k_3 &= \omega \sqrt{\varepsilon_0\mu_0} \sqrt{\varepsilon_{zz}} \end{aligned} \quad (26)$$

将式(26)与式(24)进行比较,我们发现文献中得到的特征传播向量与本文结果一致。

式(25)和式(26)已从电磁波在各向异性介质中传播的角度验证了所得结果式(24)的正确性。现在我们将各向异性介质中辐射电磁波的角度来验证结果的正确性。只要在(22)中令 $\varepsilon_{ii} = \varepsilon$,结果就退化到各向同性介质,具体辐射场为

$$\mathbf{E} = -\frac{j\omega\mu_0\mu_r e^{-jk_0\sqrt{\varepsilon_r}\mu_r}}{4\pi r} \cdot [\mathbf{u}_\theta (I_x dl_x \cos\theta \cos\phi + I_y dl_y \cos\theta \sin\phi - I_z dl_z \sin\theta) + \mathbf{u}_\phi (I_y dl_y \cos\phi - I_x dl_x \sin\phi)] \quad (27)$$

式(27)为各向同性介质中任意方向极化电偶极子的辐射场,该结果与文献报道的结果^[22]完全一致。如果电偶极子位于坐标系原点且沿 z 轴放置,由式(23)可得

$$\mathbf{E} = \frac{j\omega\mu_0\mu_r I dl e^{-jk_0\sqrt{\varepsilon_r}\mu_r}}{4\pi r} \sin\theta \mathbf{u}_\theta \quad (28)$$

式(28)与文献^[27-28]报道的结果完全一致。在下面的数值仿真中,将使用石膏和降雨^[29]的各向异性介电参数。国际电讯联盟在GHz到太赫兹的频段内给出了电磁波在雨介质中的衰减系数 α ;在有损耗介质中,电磁波的传播波数 β 和衰减系数有着确定的函数关系,由此可得传播波数

$$\beta = \sqrt{\left(\frac{kR^\alpha}{8686}\right)^2 + \omega^2\mu_0\varepsilon_0} \quad (29)$$

式中: R 表示降雨强度,衰减系数 α 和 k 已在参考文献^[28]中具体给出。降雨是一种离散介质,有着一定的雨滴谱分布,各种大小的雨滴可以认为处于大气背景介质中或近似认为处于自由空间背景中,其下落的速度大约为9.8 m/s,具体由其尺寸大小决定。已有研究报道,可将离散介质与其存在的背景电磁等效成一种均匀连续介质。由于雨滴在下落过程中受到地球引力和空气阻力的作用,因而雨滴一般呈现为椭球形状,水平方向的两个半轴相等,垂直方向的半轴较小,且雨滴的底部向上凹陷,雨滴这种形体上的不对称导致它在受到电磁波照射后产生的电偶极矩在水平方向和垂直方向有所差异,因此降雨电磁等效为一种连续电介质,水平方向的介电常数和垂直方向的介电常数不同,可以看作是一种单轴各向异性介质。当电偶极子存在于坐标系原点处,处于石膏或降雨中,下面是各向异性辐射的部分数值结果。

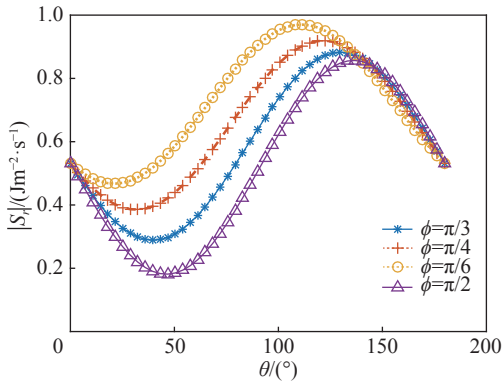
当频率为0.3 THz时石膏晶体中,电偶极子位于坐标系的原点,沿方向 $\theta_0 = \frac{\pi}{4}$ 、 $\varphi_0 = \frac{\pi}{4}$ 放置,能量流密度径向分量 $|\mathbf{S}_r|$ 随测点的变化如图1和图2所示。能流密度 $|\mathbf{S}_r|$ 随角度的变化如图1所示,其中纵坐标表示能流密度的大小,横坐标为观测方位角 θ 。可以看出: $|\mathbf{S}_r|$ 的较大值大约在 θ 从120°到140°的区间内,在 $\frac{\pi}{4} + 0.5\pi$ 方向,从测量点到坐标

原点的方向接近垂直于电偶极子,表明各向异性介质中电流元辐射具有偶极辐射的特点。图 2 中的纵轴与图 1 相同,横坐标为观测方位角 ϕ 。可以看出 $|S_r|$ 的较大值大约在 $\phi = 210^\circ \rightarrow 260^\circ$,这个方向也垂直于电偶极子。电偶极子在各向异性材料中的辐射特性近似于电偶极子在各向同性空间中的辐射特性,即,在垂直于辐射源的方向,辐射最强。图 3~图 6 为在不同点观测到的电偶极方位角对辐射特性的贡献,这种贡献随观测点的不同而不同。众所周知,降雨是一种各向异性物质^[28],尤其在暴雨或特大暴雨时,各向异性特性增强。为了清楚地说明降雨各向异性对辐射特性的影响,我们可以将降雨中一个电偶极子的辐射场分量与相同电偶极子自由空间的辐射场分量进行比较,为此定义

$$|E_x|^2 = \frac{|E_{xR}|^2}{|E_{x0}|^2}, \quad |E_z|^2 = \frac{|E_{zR}|^2}{|E_{z0}|^2} \quad (30)$$

式中: E_{xR}, E_{zR} 为降雨中电场的 x 分量和 z 分量, E_{x0}, E_{z0} 为自由空间中电场的 x 分量和 z 分量,即下标R表示降雨,下标0表示自由空间。在降雨中,电磁波的传播和衰减与其极化方向有关。

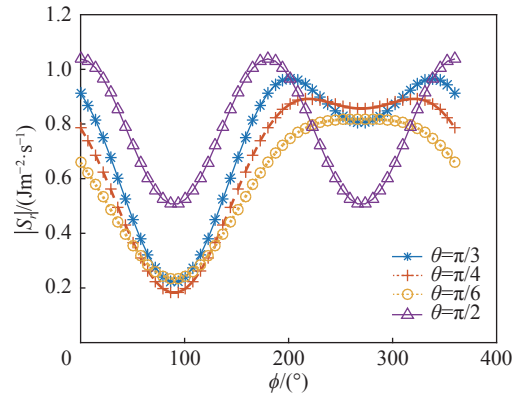
从图 4(a)到图 4(c)为在 y 轴方向观测的 $|E_x|^2 - |E_z|^2$ 随距离 r 和降雨率的变化;从图 4(a)中可以看出,在 y 方向观



$f=0.3$ THz, $\theta_0=\pi/4$, $\varphi_0=\pi/4$

Fig. 1 Variation of energy flux density with angle θ

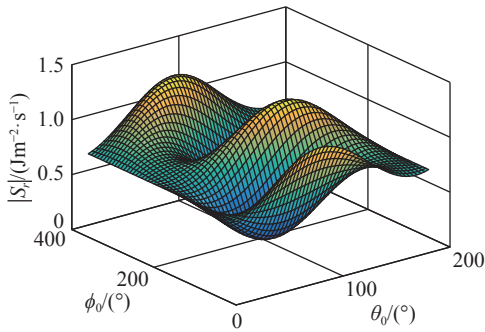
图 1 能流密度随 θ 的变化



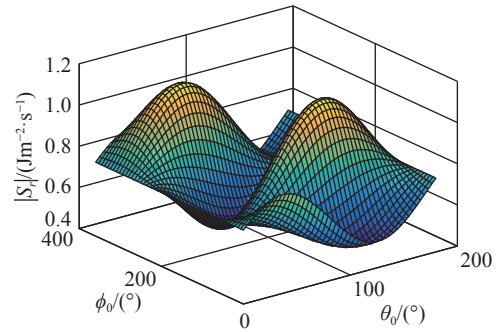
$f=0.3$ THz, $\theta_0=\pi/4$, $\varphi_0=\pi/4$

Fig. 2 Variation of energy flux density with angle ϕ

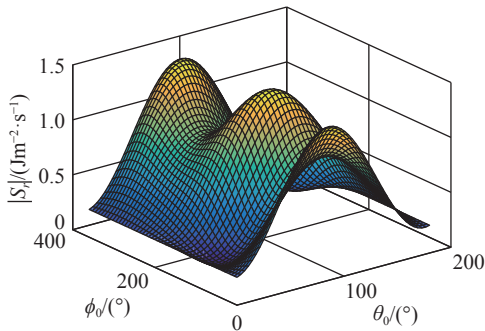
图 2 能流密度随 ϕ 的变化



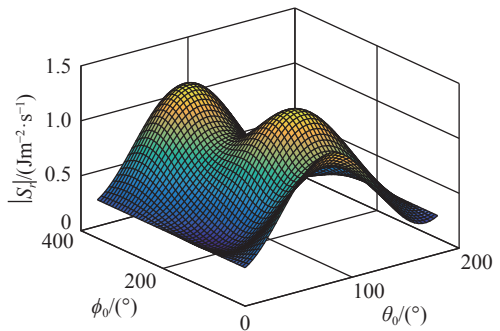
(a) $\theta=\pi/3$ & $\varphi=\pi/3$



(b) $\theta=\pi/3$ & $\varphi=\pi/6$



(c) $\theta=\pi/6$ & $\varphi=\pi/3$



(d) $\theta=\pi/5$ & $\varphi=\pi/5$

Fig. 3 Variation of energy flux density with angles θ and φ

图 3 能流密度随 θ 和 φ 的变化

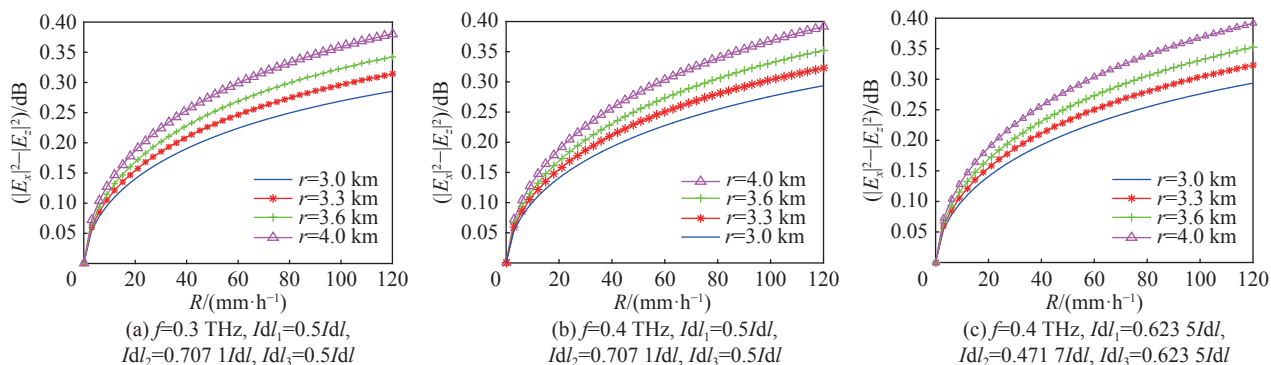

 Fig. 4 Radiation of y -direction varies with distance r

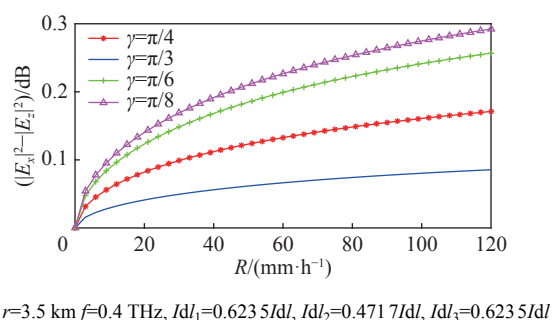
 图 4 距离的变化 r 对 y 轴方向辐射的影响

 $r=3.5 \text{ km}, f=0.4 \text{ THz}, Id_1=0.623 Id, Id_2=0.471 Id, Id_3=0.623 Id$

 Fig. 5 Radiation of y -direction varies with elevation angle

图 5 仰起角对辐射的影响

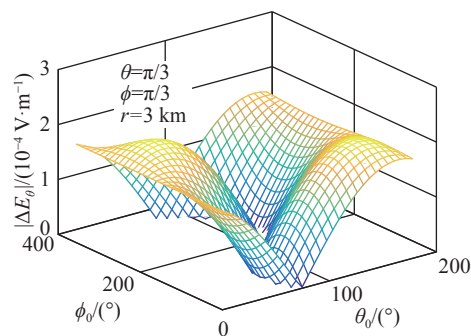

 Fig. 6 Variation of the component $|\Delta E_\theta|$ with the initial azimuth

 图 6 初始方位角对分量 $|\Delta E_\theta|$ 的影响

测, 选择参数为 0.3 THz , $Id_1 = 0.5Id$, $Id_2 = 0.707 Id$, $Id_3 = 0.5Id$ 的暴雨中的电偶极子, 其辐射波的垂直极化和水平极化有 0.4 dB 左右的差异。选择参数使得 x 方向的电偶极子等于 z 方向的电偶极子, 频率为 0.4 THz 的各向异性降雨中偶极辐射结果如图 4(b) 所示, 其差异略大于图 4(a)。当电偶极子沿一般的方向放置时, x 方向和 z 方向电场的差值如图 4(c) 所示。对比图 4(b) 和图 4(c) 可以发现, 电偶极子沿三坐标轴方向的分量大小对各向异性差异的影响不大。

图 5 表明: 仰起角对各向异性的差异有一定的影响。为了清楚地说明电偶极子方向所引起的效应, 可定义绝对值

$$|\Delta E_\theta| = |E_{\theta R} - E_{\theta 0}|, \quad |\Delta E_\phi| = |E_{\phi R} - E_{\phi 0}| \quad (31)$$

式中: $|\Delta E_\theta|, |\Delta E_\phi|$ 表示降雨和自由空间同分量的电场差异。暴雨时, 辐射电场的分量误差在球坐标系中随电偶极子方向变化如图 6 和图 7 所示, 频率为 0.3 THz , 降雨引起的差异大约为 10^{-4} V/m 。

图 8 为大气窗口频段内 0.34 THz 频点, 其他参数和图 4(c) 相同, 距离 r 的变化对 y 轴方向辐射的影响如图 8 所示, 观测曲线和图 4(c) 十分相似。图 9 为大气窗口频段内 0.34 THz 频点, 其他参数和图 7 相同, 可以看出: 降雨引起的 $|\Delta E_\phi|$ 差异大约也为 10^{-4} V/m 。电偶极子在各向异性介质中的辐射特性可为各向异性介质中的天线设计、各向异性电磁环境下的目标隐身设计等提供理论参考。

4 结论

本文提出了各向异性介质的洛伦兹规范, 即标量势和矢量磁势之间的关系, 建立了磁矢量势的波动方程, 给出了各向异性介质的电标量势和磁矢量势的解析表达式。将各向异性介质退化为各向同性介质, 再将得到的各向异性介质的矢量势和标量势的解与文献中报道的各向同性介质中的解进行比较, 发现两种解完全一致, 证明了本文

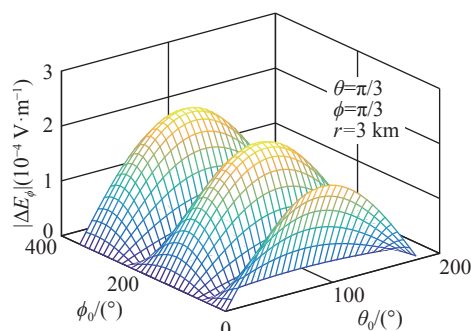
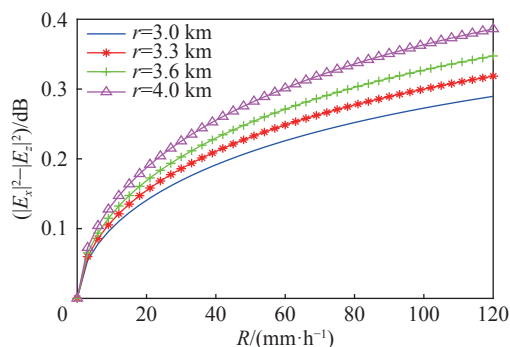

 Fig. 7 Variation of the component $|\Delta E_\phi|$ with the initial azimuth

 图 7 初始方位角对分量 $|\Delta E_\phi|$ 的影响



$f = 0.34 \text{ THz}, Idl_1 = 0.6235Idl, Idl_2 = 0.4717Idl, Idl_3 = 0.6235Idl$

Fig. 8 Radiation of y-direction with distance r

图8 距离的变化 r 对 y 轴方向辐射的影响

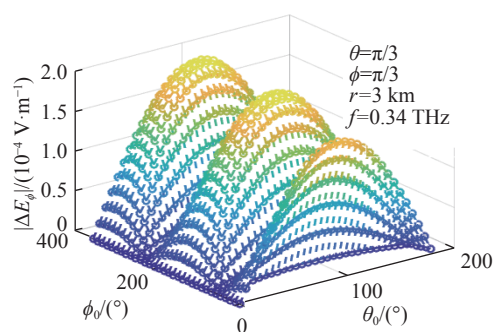


Fig. 9 Variation of the component $|\Delta E_\phi|$ with the initial azimuth

图9 初始方位角对分量 $|\Delta E_\phi|$ 的影响

所用方法和所得结果的有效性。为简便起见,以电偶极子为例,给出了偶极子电磁场的表达式,数值仿真了该电磁场在 THz 波段内随并矢介电常数和方位角的变化。当各向异性介质退化为各向同性介质时,所得电磁场结果与文献一致,表明本文结果的有效性。将典型降雨作为一个复杂的各向异性环境的一个实例,在频率 0.3 THz 和 0.4 THz 时,研究了电偶极子的辐射特性。通过对比暴雨条件下的辐射电场与自由空间时的辐射电场,揭示了降雨对辐射特性的各向异性影响。本文所用的方法和得到的结果可为诸如雨滴、沙尘暴等气象环境中的天线辐射特性、电各向异性介质、电磁波在磁化等离子体中的传播以及复合材料中的目标识别和目标隐身等领域的工程应用提供理论参考。

参考文献:

- [1] 李佳蓬, 夏岚松, 张平, 等. 各向异性堆叠结构环氧树脂复合材料的热防护性能[J]. *强激光与粒子束*, 2020, 32: 031003. (Li Jiapeng, Xia Lansong, Zhang Ping, et al. Anisotropic stacked epoxy composites with excellent thermal properties[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2020, 32: 031003)
- [2] 周建华, 罗海陆, 文双春. 各向异性超常介质中的反常线性现象[J]. *强激光与粒子束*, 2010, 22(8): 1795-1798. (Zhou Jianhua, Luo Hailu, Wen Shuangchun. Anomalous linear phenomena of anisotropic metamaterial[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2010, 22(8): 1795-1798)
- [3] 杨利霞, 王祎君, 谢应涛, 等. 截断各向异性等离子体的修正各向异性完全匹配层吸收边界[J]. *强激光与粒子束*, 2011, 23(1): 156-160. (Yang Lixia, Wang Yijun, Xie Yingtao, et al. Modified uniaxial perfectly matched layer absorbing boundary condition for anisotropic dispersion media[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2011, 23(1): 156-160)
- [4] Stout B, Nevière M, Popov E. T matrix of the homogeneous anisotropic sphere: applications to orientation-averaged resonant scattering[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2007, 24(4): 1120-1130.
- [5] 李正军, 吴振森, 屈檀, 等. 单轴各向异性球对任意方向入射平面波的散射[J]. *电波科学学报*, 2014, 29(4): 668-672. (Li Zhengjun, Wu Zhensen, Qu Tan, et al. Arbitrary direction incident plane wave scattering by a uniaxial anisotropic sphere[J]. *Chinese Journal of Radio Science*, 2014, 29(4): 668-672)
- [6] Xu Xibin, Yi Zao, Li Xibo, et al. Discrete dipole approximation simulation of the surface Plasmon resonance of core/shell nanostructure and the study of resonance cavity effect[J]. *The Journal of Physical Chemistry C*, 2012, 116(45): 24046-24053.
- [7] Wong K L, Chen H T. Electromagnetic scattering by a uniaxially anisotropic sphere[J]. *IEE Proceedings H (Microwaves, Antennas and Propagation)*, 1992, 139(4): 314-318.
- [8] Qiu Chengwei, Li Lewei, Yeo T S, et al. Scattering by rotationally symmetric anisotropic spheres: potential formulation and parametric studies[J]. *Physical Review E*, 2007, 75: 026609.
- [9] Stout B, Nevière M, Popov E. Mie scattering by an anisotropic object. Part I. Homogeneous sphere[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2006, 23(5): 1111-1123.
- [10] Stout B, Nevière M, Popov E. Mie scattering by an anisotropic object. Part II. Arbitrary-shaped object: differential theory[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2006, 23(5): 1124-1134.
- [11] Zhuck N P, Omar A S. Radiation and low-frequency scattering of EM waves in a general anisotropic homogeneous medium[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1999, 47(8): 1364-1373.
- [12] 程筱军, 耿友林. 两层旋电介质球电磁散射的球矢量波函数解[J]. *电波科学学报*, 2014, 29(3): 509-514. (Cheng Xiaojun, Geng Youlin. Spherical vector wave function solution to a plane wave scattering by two concentric gyrotropic anisotropic spheres[J]. *Chinese Journal of Radio Science*, 2014, 29(3): 509-514)
- [13] Ren Wei. Contributions to the electromagnetic wave theory of bounded homogeneous anisotropic media[J]. *Physical Review E*, 1993, 47(1): 664-673.
- [14] Geng Youlin, Wu Xinbao, Li Lewei, et al. Mie scattering by a uniaxial anisotropic sphere[J]. *Physical Review E*, 2004, 70: 056609.
- [15] De Matthaes P, Lang R H. Microwave scattering models for cylindrical vegetation components[J]. *Progress in Electromagnetics Research*, 2005, 55: 307-333.

- [16] Jin Yuwen, Gao Dongliang, Gao Lei. Plasmonic resonant light scattering by a cylinder with radial anisotropy[J]. *Progress in Electromagnetics Research*, 2010, 106: 335-347.
- [17] 杨利霞, 谢应涛, 孔娃, 等. 斜入射分层线性各向异性等离子体电磁散射时域有限差分方法分析[J]. *物理学报*, 2010, 59(9): 6089-6095. (Yang Lixia, Xie Yingtao, Kong Wa, et al. A novel finite difference time-domain scheme for electromagnetic scattering by stratified anisotropic plasma under oblique incidence condition[J]. *Acta Physica Sinica*, 2010, 59(9): 6089-6095)
- [18] Yu Wenhua, Mittra R. A conformal finite difference time domain technique for modeling curved dielectric surfaces[J]. *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, 2001, 11(1): 25-27.
- [19] Wang Jian, Yin Wenyan, Liu Peiguang, et al. High-order interface treatment techniques for modeling curved dielectric objects[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2010, 58(9): 2946-2953.
- [20] David K C. Field and wave electromagnetics[M]. Reading: Addison-Wesley, 1989.
- [21] 李海英. 复杂粒子体系对波束的散射及其应用[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2009. (Li Haiying. Scattering properties and applications of complex particle systems illuminated by shaped beam[D]. Xi'an: Xidian University, 2009)
- [22] Li Jin, Feng Xiaoyi. Scattering of a finite length anisotropic medium cylinder[J]. *International Journal of RF and Microwave Computer-Aided Engineering*, 2021, 31: e22900.
- [23] Kao C C. Electromagnetic scattering from a finite tubular cylinder: numerical solutions[J]. *Radio Science*, 1970, 5(3): 617-624.
- [24] Vanderlinde J. Classical electromagnetic theory[M]. 2nd ed, Dordrecht: Springer, 2004.
- [25] 王一平. 工程电动力学[M]. 2版. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2007. (Wang Yiping. Electrodynamics in engineering[M]. 2nd ed. Xi'an: Xidian University Press, 2007)
- [26] Li Jin, Feng Xiaoyi. Characteristics of scattering for anisotropic particles in photoelectric electromagnetic beam[J]. *Progress in Electromagnetics Research M*, 2018, 66: 41-52.
- [27] Stratton J A. Electromagnetic theory[M]. New York: McGraw-Hill, 1941.
- [28] Maxwell Garnett J C. Colours in metal glasses, in metallic films, and in metallic solutions. II[J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character*, 1906, 205: 237-288.
- [29] Recommendation P. 838-1: Specific attenuation model for rain for use in prediction methods.