



相对论涡旋高次谐波的产生与调控理论研究*

王 剑¹, 吴家鑫¹, 谢 端², 蔡达锋¹, 李东霞³

(1. 内江师范学院 物理与电子信息工程学院, 四川 内江 641000; 2. 长沙学院 电子信息与电气工程学院, 长沙 410003;
3. 桂林电子科技大学 电子工程与自动化学院, 广西 桂林 541004)

摘 要: 目前, 具有螺旋相位波前和环状光强分布的涡旋光束已在光学领域获得了广泛应用, 其产生与调控自然成了研究的热点。利用三维粒子模拟程序对双色拉盖尔-高斯激光驱动固体等离子激发同时携带自旋角动量与轨道角动量的高次谐波的物理过程进行了研究, 根据高次谐波产生过程中的光子能量与角动量守恒定律对其内在物理机制进行了理论分析, 并讨论了对谐波阶次、偏振态(自旋角动量)以及拓扑荷数(轨道角动量)进行调控的方法。研究结果为开发高亮度、超短超快、短波长、自旋与轨道角动量可调控的涡旋光束辐射源提供了理论依据, 在光学微操控、超分辨成像、光通信以及离子加速等领域具有较大的实际应用前景。

关键词: 涡旋光束; 拉盖尔-高斯激光; 自旋角动量; 轨道角动量; 高次谐波

中图分类号: O539

文献标志码: A

doi: 10.11884/HPLPB202335.220256

Theoretical investigation of relativistic vortex high-order harmonics generation and manipulation

Wang Jian¹, Wu Jiaxin¹, Xie Duan², Cai Dafeng¹, Li Dongxia³

(1. College of Physics and Electronic Information Engineering, Neijiang Normal College, Neijiang 641000, China;
2. School of Electronic Information and Electrical Engineering, Changsha University, Changsha 410003, China;
3. School of Mechanical Engineering, Guilin University of Electronic Technology, Guilin 541004, China)

Abstract: Vortex beams with ultra-high brilliance can greatly enrich the light and matter interaction process and even shed light on the unexpected information in relativistic nonlinear optics. Thus, we propose a scheme for relativistic intense vortex harmonic radiation by use of bi-circular Laguerre-Gaussian lasers irradiating relativistic plasmas. According to the law of conservation of photon energy and angular momentum during the generation of higher-order harmonics, the emitted harmonics own controllable spin and orbital angular momentum simultaneously, as the three-dimensional particle-in-cell simulation results shown. Based on this discussion, the methods of adjusting harmonic order, polarization state (spin angular momentum) and topological charge number (orbital angular momentum) are proposed. It is found that if frequency ratio and circular polarization state of the bi-chromatic Laguerre-Gaussian laser are changed, such as with the same right-handed or left-handed circular polarization. The harmonic characteristics, including the harmonic order, the polarization state and the vortex order are flexibly controlled. Therefore, this work provides an efficient and practical approach to produce bright, spectral tunable harmonic radiation with designable spin and orbital angular momentum, which may own the application prospect going from optical communications, bio-photonics, optical micromanipulations to ion accelerations.

Key words: vortex beams, Laguerre-Gaussian lasers, spin angular momentum, orbital angular momentum, harmonic radiation

众所周知, 角动量与能量一样同属于光子的基本属性。光子的角动量由内在角动量(自旋角动量)与外在角动量(轨道角动量)两部分组成。其中, 自旋角动量与光的偏振态相关(单光子所携带的自旋角动量用 $\sigma\hbar$ 表示; \hbar 为归一化普朗克常数; $\sigma = 0$ 表示线偏振态, $\sigma = \pm 1$ 分别对应右旋、左旋圆偏振态, $0 < |\sigma| < 1$ 则表示椭圆偏振态), 而轨道

* 收稿日期: 2022-08-21; 修订日期: 2023-01-19

基金项目: 湖南省教育厅科学研究项目重点项目(20A042); 国家大学生创新创业计划项目(X2020012)

联系方式: 王 剑, abie007@163.com。

角动量则决定了其空间相位分布。携带轨道角动量的光束也被称作涡旋光束,其第一个典型特征是具有螺旋状相位分布 $\exp(-il\varphi)$ (其中, φ 为光束的横截面方位角; l 一般为整数,表征拓扑荷数,拓扑荷数为 l 表示单光子所携带的轨道角动量数值大小为 $l\hbar$)。此外,具有环状(甜甜圈型)的横截面光强分布是涡旋光束的另一个典型特征。由于涡旋光束拥有普通高斯光束所不具备的独特性质与较大的实际应用前景,因此近年来广受科研工作者青睐^[1-6]。目前,可见光至近红外波段的低阶(l 值较小)涡旋光束的产生方法已经较为成熟(如:螺旋相位板、空间光调制器等),在光通信、光学微操控以及超分辨成像等领域已经获得了广泛应用。

随着研究的不断深入,深紫外乃至软 X 射线波段的高亮度、高阶(l 值较大)涡旋光束由于具备全新的潜在应用前景而逐渐成为光学领域研究的热点^[7]。然而,现有技术获得该波段的高阶涡旋光束方面存在一定困难,因此需要开发新方法、新技术,如:基于加速器的大型科学装置(如同步辐射装置和 X 射线自由电子激光装置)功能十分强大,可以产生该涡旋光束,但是其体积庞大、价格高昂,难以广泛应用^[8];利用超强超短脉冲激光与非线性转换介质相互作用激发高次谐波是获得时间尺度为亚飞秒至阿秒量级且空间相干性良好的深紫外至软 X 射线辐射的另一条有效途径,相比于同步辐射装置与自由电子激光装置,该方法最明显的优势在于可用于开发小型化、便于广泛应用的台面型辐射源。用于激发高次谐波的非线性转换介质主要包括中性气体^[9-10]与固体等离子体^[11-22],前者的主要物理机制可用经典的“三步模型”描述(即:核外电子在驱动激光作用下发生隧穿电离、加速、反向加速与母核复合并辐射高能光子);后者主要包括相干尾场辐射机制^[9]、相对论振荡镜机制^[12-19]以及相干同步辐射机制^[20-21](其中,相对论振荡镜机制由于参数空间最广,因此研究最为广泛)。相比较中性气体而言,等离子体从理论上讲没有电离阈值,对驱动光强度没有限制,因而可获得比中性气体方案强几个数量级的谐波辐射。在已报导的高次谐波辐射相关研究工作中,双色光方案(利用频率比为 1:2,旋转方向相反的双束圆偏振激光的叠加场作为驱动光源与转换介质相互作用)因具有较为明显的优势(比如:可获得转换效率较高的谐波辐射、可对所产生高次谐波的阶次及偏振态等参数进行任意调控等)而在中性气体与等离子体中都获得了广泛应用^[19]。基于已有的研究成果,如果在双色光方案中引入带有轨道角动量的拉盖尔高斯激光代替普通高斯激光与固体等离子体相互作用,则有望获得高亮度(接近相对论强度)、超短超快(亚 fs 至 as 量级)、短波长(深紫外至软 X 射线波段)且同时携带自旋角动量与轨道角动量的高次谐波辐射。因此,本文中我们提出了利用双色拉盖尔高斯激光驱动固体等离子体产生与调控相对论圆偏振涡旋高次谐波的物理方案,并利用三维粒子模拟程序证实了其可行性。此外,我们从谐波转换过程中的光子能量与角动量守恒定律出发,从理论上分析了该过程的内在物理机制。我们有理由相信,本文的研究工作可为获得高亮度、深紫外乃至软 X 射线波段的高阶涡旋光束提供理论依据,进而将涡旋光束的应用往对光强、分辨率等有较高要求的光学前沿领域拓展。

1 粒子模拟参数及结果分析

我们利用开源的粒子模拟程序 EPOCH 对超强超短的双色拉盖尔高斯激光驱动稠密等离子体激发涡旋高次谐波辐射的物理过程进行了三维模拟仿真^[23]。拉盖尔高斯激光光场分布可描述为

$$a(LG_{lp}) = a_0 \left(\frac{\sqrt{2}r}{r_0} \right)^l \exp\left(-\frac{r^2}{r_0^2}\right) \exp(il\phi) \exp(i\omega t) (-1)^p L_p^l \left(\frac{2r^2}{r_0^2} \right) \sin^2 \left(\frac{\pi t}{2t_0} \right) \quad (1)$$

式中:基频驱动激光偏振态为右旋圆偏振,波长为 $\lambda_1 = \lambda_0 = 1 \mu\text{m}$,脉冲长度与焦斑半径分别为 $\tau_1 = 2t_0 = 50 \text{ fs}$, $r_1 = r_0 = 2 \mu\text{m}$ 。归一化电场强度为 $a_1 = e|E_1|/m_e\omega_1 c = 10$,其中, ω_1, E_1 分别为基频驱动激光的角频率与电场强度; e, m_e, c 分别为单电子的电量、静止质量与真空中的光速。由此可得基频驱动激光的峰值功率密度为 $I_1 = 1.37 \times 10^{20} \text{ W/cm}^2$,涡旋阶数(拓扑荷数)为 $l_1 = 1$;二倍频驱动激光手性与基频光相反(左旋圆偏振),波长 $\lambda_2 = \lambda_0/2 = 0.5 \mu\text{m}$,相应的涡旋阶数(拓扑荷数)为 $l_2 = 2$;其余关键参数(如:峰值功率密度、脉冲长度、焦斑半径等)与基频光保持一致。基频光与二倍频光均沿轴向(x 方向)垂直辐照固体靶激发谐波辐射。固体等离子体电子密度为 $N_e = 100N_c$ ($N_c = (m_e\epsilon_0\omega_0^2)/e^2$ 为等离子体临界密度, ϵ_0 代表真空中的介电常数),预等离子体标长设置为 $L_s = 0.05\lambda_1$ 。离子设置为静止不动(由于离子运动的时间尺度远大于电子,而超短脉冲激光与等离子体相互作用辐射高次谐波是一个非常快的过程,因此离子运动的影响完全可以忽略)。模拟盒子的尺寸设置为 $30\lambda_0(x) \times 20\lambda_0(y) \times 20\lambda_0(z)$,划分的网格数为 $1500(x) \times 200(y) \times 200(z)$,每个网格放置 8 个宏粒子(综合考虑计算精度与计算量的结果)。边界条件采用吸收边界条件。

图 1 展示了粒子模拟研究中所采用的双色拉盖尔高斯驱动激光电场强度空间分布图,其中,图 1(a)为驱动光

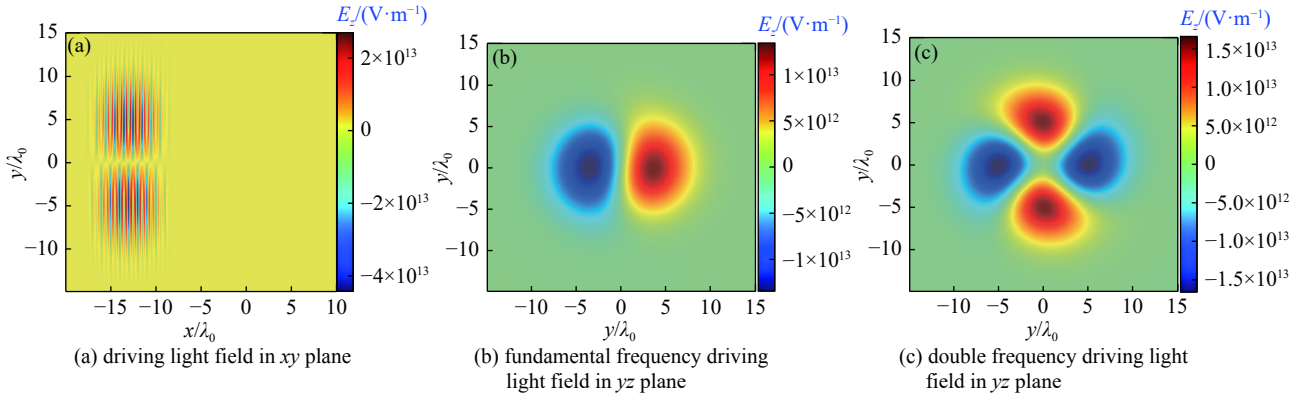


Fig. 1 Spatial distribution of electric field intensity of two-color Laguerre-Gaussian driven laser

图 1 双色拉盖尔高斯驱动激光电场强度空间分布图

电场强度在 xy 平面的分布图; 图 1(b)、图 1(c) 分别为基频与二倍频驱动光电场强度在 yz 平面的分布图。通过图 1(b)、图 1(c), 我们可以很明显看出基频与二倍频驱动激光所携带的轨道角动量(即拓扑荷数)分别为 1 和 2。

我们分别对尚未与等离子体相互作用的驱动激光($t_0 = 12T_0$ 时刻, T_0 为基频激光周期)和其与等离子体相互作用后激发的辐射光($t_0 = 36T_0$ 时刻)电场强度(E_y, E_z)做一维空间傅里叶变换, 可得到驱动场与辐射场的傅里叶频谱图, 如图 2(a-b)所示。图 2(a)清晰地展示了驱动光场的频率构成(基频与二倍频); 图 2(b)显示双色拉盖尔高斯激光与等离子体相互作用, 可有效激发高次谐波辐射, 且谐波阶次特征为: 出现 4、5、7、8、10、11 阶谐波, 而 3、6、9 阶谐波被抑制。这一规律与之前已经广泛研究的双色普通高斯激光驱动中性气体或等离子体产生高次谐波的阶次完全一致。另外需要说明的是, 由于有关高次谐波的模拟计算, 阶次越高对网格精度要求也越高, 而本文所研究的有关拉盖尔高斯激光的模拟必须用三维粒子模拟, 非常耗费机时。因此图 2(b)中能够清晰观察到的谐波阶次比较有限(根据香农判据与模拟计算采用的网格分辨率可估算出能可靠分辨出的谐波阶次大概在第 10 阶左右), 但是已足以看出其分布规律。在未来更高精度的模拟计算和相关实验研究中, 更高阶次的谐波辐射是有望被观察或探测到的。

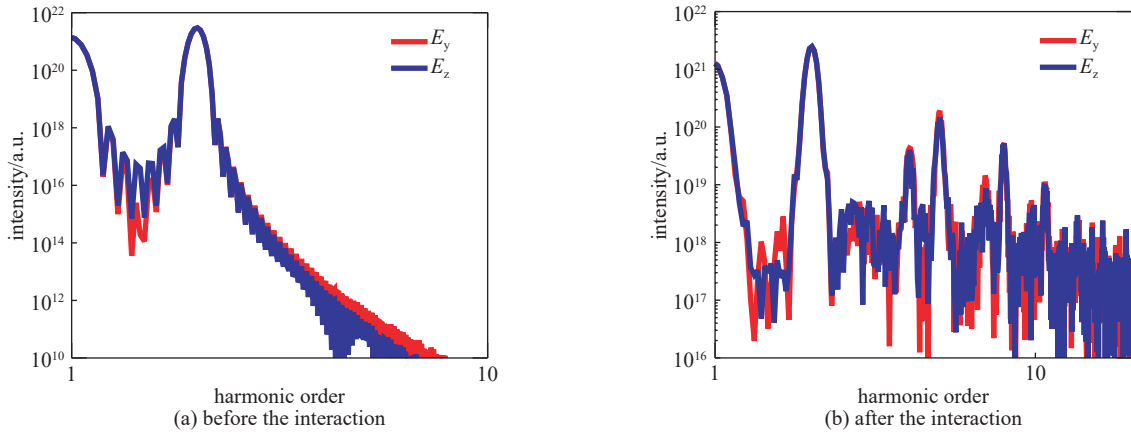


Fig. 2 One dimensional Fourier spectrum between the driving light field and the plasma

图 2 激光驱动场与等离子体作用前后的一维傅里叶频谱图

其次, 我们研究了所产生谐波的偏振态(自旋角动量)。这里我们采用傅里叶选频滤波的方法, 可获得特定阶次谐波波前的电场强度正交分量(E_y, E_z)沿轴向(x 方向)的变化曲线(所选时刻同样为: $t_0 = 36T_0$)。由于计算精度的限制, 我们只计算了第 4 阶与第 5 阶谐波(如图 3(c)、图 3(d)所示, 其中红色曲线为电场 E_z 分量, 蓝色曲线为 E_y 分量), 为与之做比较, 图 3(a)、图 3(b)给出了基频光与二倍频光波前的电场强度正交分量沿轴向的变化曲线。由图 3 可知: 第 4 阶、5 阶谐波还保持着较高的光强(接近相对论强度), 且其电场正交分量强度比接近 1, 相位差分别为 $\pi/2$ (与基频光一致)与 $-\pi/2$ (与二倍频光一致)。该结果说明所产生的高次谐波亮度较高, 偏振态接近圆偏, 且第 4 阶、5 阶谐波的旋转方向(手性)分别与基频光和二倍频光保持一致。

图 2、图 3 中关于谐波阶次与偏振态特性表明: 在本文所采用的双色拉盖尔高斯激光方案激发的高次谐波阶

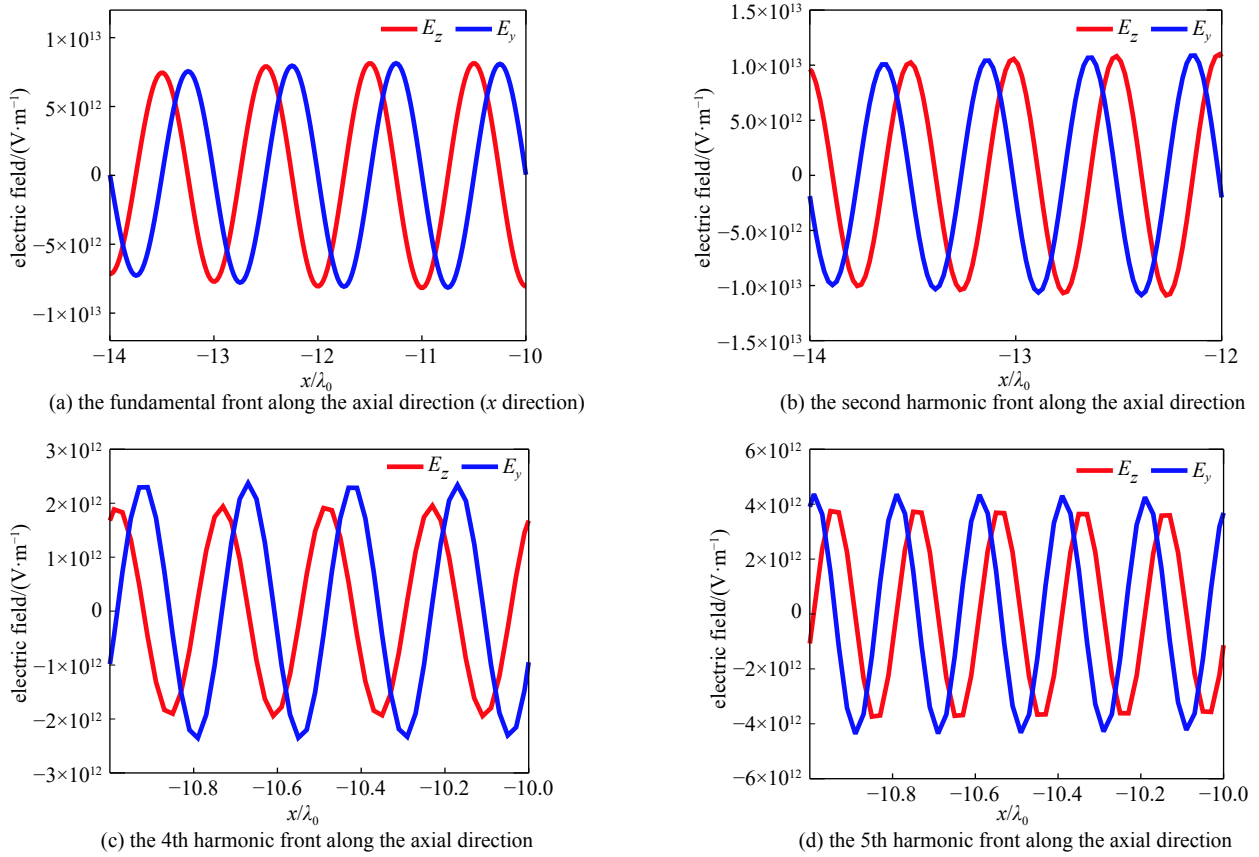


Fig. 3 Axial distribution of electric field component of specific order harmonic wave front

图 3 特定阶次谐波波前电场分量沿轴向分布

次分布与相应的偏振态, 同样满足传统的双色普通高斯激光方案所激发高次谐波中关于谐波阶次与偏振态特性的选择定则。

最为关键的是, 我们诊断了双色拉盖尔高斯激光所激发高次谐波的涡旋特性与其所携带的轨道角动量(所选时刻与图 3 相同), 其结果如图 4 所示。同样, 由于模拟计算精度的限制, 图 4 中只给出第 4 阶与第 5 阶谐波波前在 yz 平面 ($x = -12\lambda_0$) 的电场强度分布, 通过图 4(a), 图 4(b) 可知: 该方案所产生的高次谐波具有明显涡旋特性(花瓣状的横截面场强分布是由于螺旋状相位分布导致的, 而中心场强接近 0 则代表环形的光强分布, 皆属于涡旋光束的典型特征), 即携带轨道角动量。更具体的信息在于: 图 4(a) 显示了第 4 阶谐波波前电场强度所表现出的螺旋个数为 4, 即拓扑荷数为: $l_4 = 4$ (单光子所携带的轨道角动量为 $4\hbar$); 同理, 图 4(b) 显示第 5 阶谐波的拓扑荷数为:

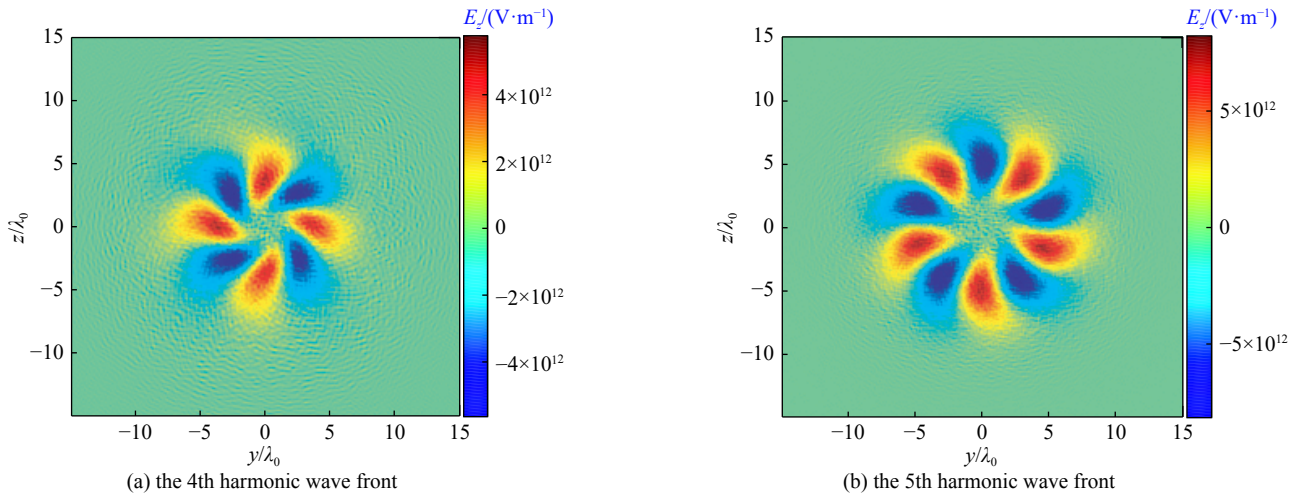


Fig. 4 Electric field of harmonic wave front in yz plane

图 4 谐波波前在 yz 平面的电场分布图

$l_5 = 5$ (单光子所携带的轨道角动量为 $5\hbar$)。如果计算更高阶谐波波前的横向电场强度分布, 必然可获得其拓扑数与谐波阶次的关系为: $l_n = n$ 。另外, 我们还计算了第 4 阶与第 5 阶谐波波前在不同轴向距离 (x 方向) 的横截面电场强度分布, 如图 5 所示。结果显示: 第 4 阶谐波波前间隔距离为 $0.25 \mu\text{m}$ 时, 其横向电场强度所表现的螺旋形状正好转一整圈, 说明第 4 阶谐波波长为 $\lambda_0/4$; 同理, 第 5 阶波前间隔距离为 $0.2 \mu\text{m}$ 时, 其横向电场强度所表现的螺旋形状转一整圈, 即波长为 $\lambda_0/5$ 。

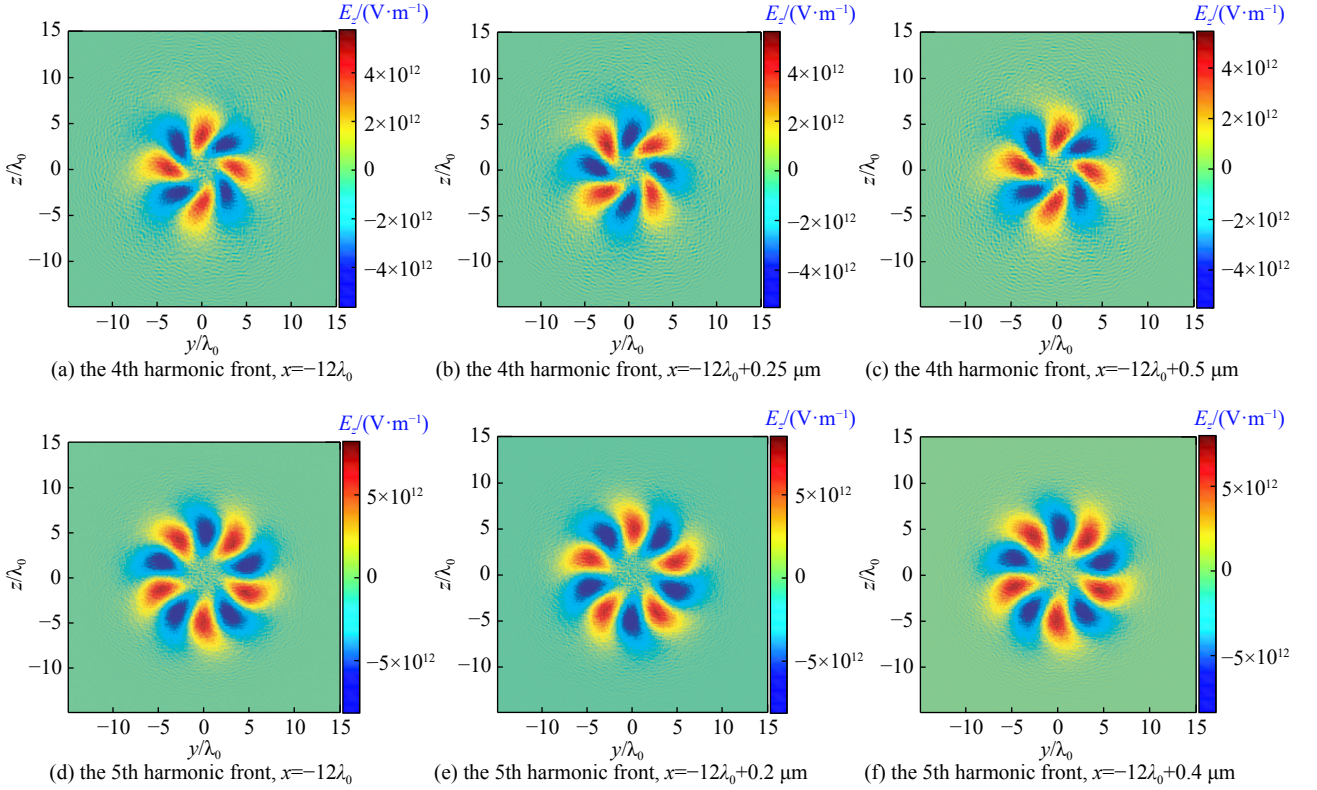


Fig. 5 Plane distribution of electric field intensity at different axial positions of the harmonic front

图 5 谐波波前在轴向不同位置处的电场强度 yz 平面分布图

2 物理机制分析

此部分我们将从理论上分析本文所采用的方案辐射涡旋高次谐波的物理机制: 从微观的光子转换角度分析, 该过程满足光子能量与角动量 (包括自旋角动量与轨道角动量) 守恒定则, 其具体表达式如下:

$$\omega_H = n_1\omega_1 + n_2\omega_2 \quad (2)$$

$$\sigma_H = n_1\sigma_1 + n_2\sigma_2 \quad (3)$$

$$l_H = n_1l_1 + n_2l_2 \quad (4)$$

在式(2)~(4)中, 高次谐波产生过程可简化为: n_1 个频率为 ω_1 , 自旋角动量为 σ_1 , 轨道角动量为 l_1 的光子 (基频驱动光) 与 n_2 个频率为 ω_2 , 自旋角动量为 σ_2 , 轨道角动量为 l_2 的光子 (二倍频驱动光) 结合为一个高能光子 (即辐射高次谐波)。 ω_H, σ_H, l_H 分别表征所辐射高次谐波的频率以及光子所携带的自旋角动量与轨道角动量。另外, 由于对称性限制, n_1, n_2 之间须满足 $n_2 = n_1 \pm 1$ 。根据数值模拟部分的关键参数易得: $\omega_1 = \omega_0, \omega_2 = 2\omega_0, \sigma_1 = 1, \sigma_2 = -1, l_1 = 1, l_2 = 2$, 另外, 根据 $n_2 = n_1 \pm 1$, 我们可以设置 $n_1 = m \pm 1, n_2 = m$ 。将以上表达式代入式(2)~(4)可得: $\omega_H = (3m \pm 1)\omega_0, \sigma_H = \pm 1, l_H = 3m \pm 1 (m = 1, 2, 3, \dots)$ 。当 $m = 1$ 时, 我们很容易得到: $\omega_4 = 4\omega_0, \sigma_4 = 1, l_4 = 4$ (第 4 阶谐波所携带的自旋角动量 (偏振态) 与基频驱动光一致, 轨道角动量为 $4\hbar$, 即: 4 阶涡旋光); 当 $m = 2$ 时, 有: $\omega_5 = 5\omega_0, \sigma_4 = -1, l_4 = 5$ (第 5 阶谐波所携带的自旋角动量 (偏振态) 与二倍频频驱动光一致, 轨道角动量为 $5\hbar$, 即 5 阶涡旋光)。该理论解析结果与图 3、图 4 所展示的模拟结果完全一致, 很好地证实了粒子模拟结果的正确性。

3 讨论

至此, 我们从粒子模拟与理论解析两方面研究了双色拉盖尔高斯驱动激光辐照固体等离子体激发涡旋高次谐

波的物理过程。此部分我们将针对该方案进行扩展研究: 传统的双色光方案都是采用频率比为 1:2, 手性方向相反(左旋与右旋圆偏振)的圆偏振激光叠加场作为驱动光源, 如果改变双色拉盖尔高斯激光的频率比(如用频率比为 1:3 的双色驱动光)、偏振态(如用同为右旋或左旋圆偏振的双色驱动光)等, 可实现对所产生谐波特性(包括谐波阶次、偏振态、涡旋阶次等)的灵活调控。

首先, 我们考虑改变双色光频率比: 根据之前介绍的理论分析方法, 当改变两束拉盖尔高斯驱动激光频率比($\omega_1 = \omega_0, \omega_2 = 3\omega_0, \sigma_1 = 1, \sigma_2 = -1, l_1 = 1, l_2 = 3$)时, 代入表达式(2)~(4)可得如下结论: $\omega_H = (4m \pm 1)\omega_0, \sigma_H = \pm 1, l_H = 4m \pm 1 (m = 1, 2, 3 \dots)$, 即产生 5、7、9、11... 阶谐波, 其中, 5 阶、9 阶谐波自旋角动量与基频驱动光一致, 7 阶、11 阶谐波则与三倍频驱动光相同, 此外, 任意阶谐波的拓扑荷数同样与谐波阶次保持一致。该参数下所产生高次谐波的频谱分布与第 7、9 阶谐波的电场强度横截面分布如图 6 所示。

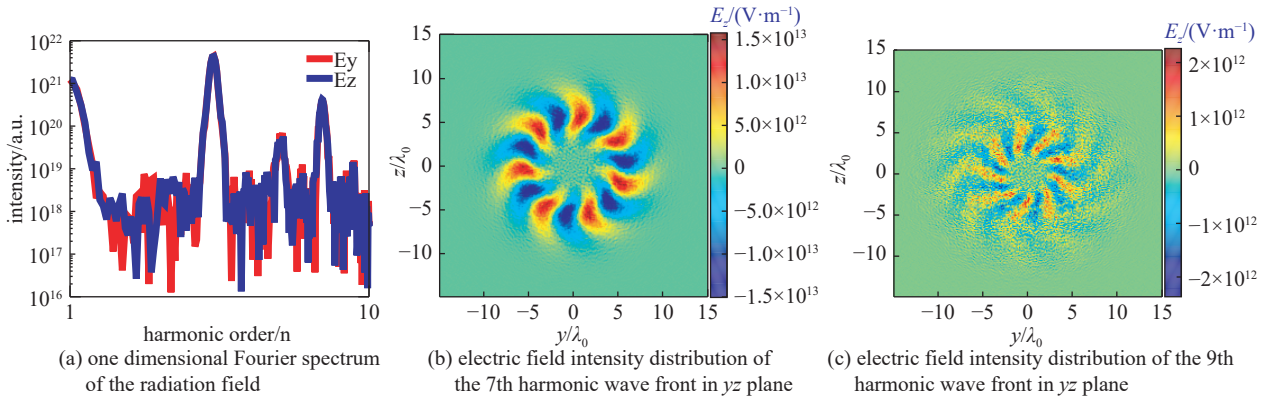


Fig. 6 Spectrum distribution of higher harmonics and cross section distribution of electric field intensity of 7th and 9th harmonics

图 6 高次谐波的频谱分布与第 7、9 阶谐波的电场强度横截面分布

如果进一步改变双色光的频率比, 必然可以从数值模拟的角度对谐波特性进行更加灵活的调控。但是考虑到实验条件, 更高的频率比必将极大增加实验难度, 因此结合实际, 我们仅考虑了将频率比调整为 1:3 的情况。

其次, 我们考虑采用同向旋转的双色光方案, 即 $\omega_1 = \omega_0, \omega_2 = 2\omega_0, \sigma_1 = \sigma_2 = 1, l_1 = 1, l_2 = 2$ 时, 同样从理论解析的角度可得出如下结论: $\omega_H = m\omega_0, \sigma_H = 1, l_H = m (m = 1, 2, 3 \dots)$, 即该参数下可产生 1、2、3、4... 各阶谐波, 且所产生谐波的自旋角动量与驱动光一致。另外, 任意阶谐波的拓扑荷数同样与谐波阶次相同。该参数下所产生高次谐波的频谱分布与第 3、4 阶谐波的电场强度横截面分布如图 7 所示:

图 6、图 7 的模拟结果显示: 通过改变双色拉盖尔高斯驱动激光的频率比和偏振态, 可对所产生谐波特性进行灵活调控, 并且能够获得传统双色光方案所不能产生的谐波阶次(如: 3、6、9 阶谐波等)。

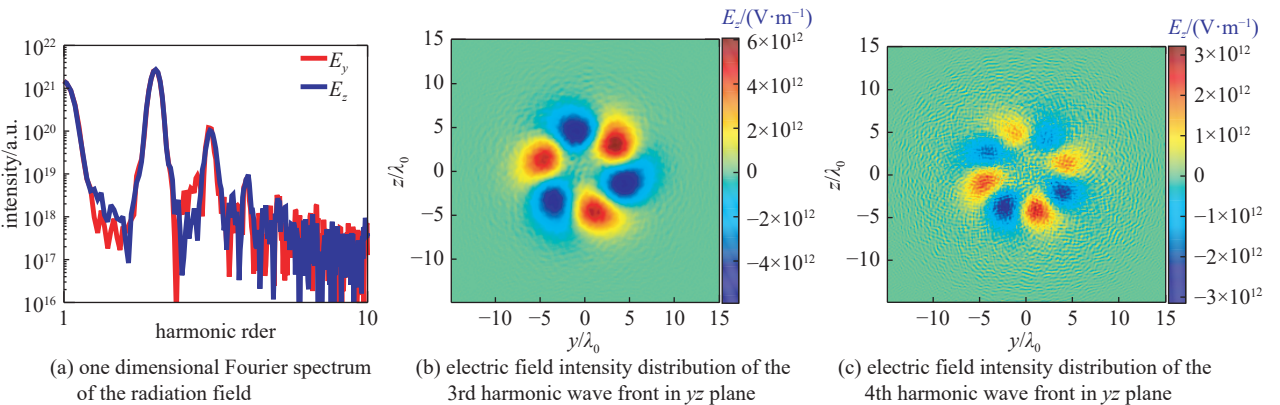


Fig. 7 Spectral distribution of higher harmonics and cross section distribution of electric field intensity of the third and fourth harmonics

图 7 高次谐波频谱分布与第 3、4 阶谐波的电场强度横截面分布

4 结 论

我们基于三维粒子模拟程序 EPOCH, 从理论上提出了利用双色拉盖尔高斯激光驱动固体等离子体产生同时携带自旋角动量与轨道角动量的高次谐波的物理方案。通过粒子模拟程序发现, 当两束频率比为 1:2, 偏振态分别

为右旋与左旋圆偏振,且拓扑荷数分别为 1 和 2 的相对论强度拉盖尔高斯驱动激光与固体等离子体相互作用时,可有效激发高亮度(接近相对论强度)、超短超快(时间尺度为亚 fs 至 as 量级),近圆偏振的高阶(拓扑荷数达到 10 以上)涡旋谐波辐射,并且其谐波阶次、偏振态及拓扑荷数可通过改变驱动激光的频率比、偏振态等进行灵活调控。在该方案所产生高次谐波的物理机制可用光子能量以及角动量守恒定律解释。本文的结果在开发高亮度、超短超快、短波长、自旋与轨道角动量可任意调控的涡旋光辐射源方面具有一定的理论指导意义,在光学领域具有较为新颖的应用前景。

参考文献:

- [1] Allen L, Beijersbergen M W, Spreeuw R J C, et al. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes[J]. *Physical Review A*, 1992, 45(11): 8185-8189.
- [2] Zhang Xiaomei, Shen Baifei, Shi Yin, et al. Generation of intense high-order vortex harmonics[J]. *Physical Review Letters*, 2015, 114: 173901.
- [3] Ju Libao, Huang Taiwu, Li Ran, et al. Topological control of laser-driven acceleration structure for producing extremely bright ion beams[J]. *Nuclear Fusion*, 2021, 61: 066006.
- [4] Gauthier D, Ribič P R, Adhikary G, et al. Tunable orbital angular momentum in high-harmonic generation[J]. *Nature Communications*, 2017, 8: 14971.
- [5] Hernández-García C, Picón A, Román J S, et al. Attosecond extreme ultraviolet vortices from high-order harmonic generation[J]. *Physical Review Letters*, 2013, 111: 083602.
- [6] Allaria E, Diviacco B, Callegari C, et al. Control of the polarization of a vacuum-ultraviolet, high-gain, free-electron laser[J]. *Physical Review X*, 2014, 4: 041040.
- [7] 龙凤琼, 郑世杰, 李玮, 等. 线偏振相位涡旋光束的像散特性[J]. *强激光与粒子束*, 2020, 32: 081005. (Long Fengqiong, Zheng Shijie, Li Wei, et al. Astigmatic characteristics of linearly polarized phase vortex beam[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2020, 32: 081005)
- [8] 黄石明, 聂建业, 张蓉竹. 偏振方向对涡旋光束产生的影响[J]. *强激光与粒子束*, 2018, 30: 071002. (Huang Shiming, Nie Jianye, Zhang Rongzhu. Influence of polarization direction on vortex beam[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2018, 30: 071002)
- [9] Zhou Xibin, Lock R, Wagner N, et al. Elliptically polarized high-order harmonic emission from molecules in linearly polarized laser fields[J]. *Physical Review Letters*, 2009, 102: 073902.
- [10] 郑颖辉, 熊辉, 彭滢, 等. 7 fs超快强激光驱动Ar原子产生支持单个阿秒脉冲的高次谐波连续谱[J]. *光学学报*, 2006, 26(9): 1439-1440. (Zheng Yinghui, Xiong Hui, Peng Yan, Generation of high-order harmonic continuum supporting single Attosecond pulse in argon driven by intense 7 fs laser pulse[J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, 26(9): 1439-1440)
- [11] Quéré F, Thauray C, Monot P, et al. Coherent wake emission of high-order harmonics from Overdense plasmas[J]. *Physical Review Letters*, 2006, 96: 125004.
- [12] Bulanov S V, Naumova N M, Pegoraro F. Interaction of an ultrashort, relativistically strong laser pulse with an overdense plasma[J]. *Physics of Plasmas*, 1994, 1(3): 745-757.
- [13] Lichters R, Meyer-ter-Vehn J, Pukhov A. Short-pulse laser harmonics from oscillating plasma surfaces driven at relativistic intensity[J]. *Physics of Plasmas*, 1996, 3(9): 3425-3437.
- [14] Baeva T, Gordienko S, Pukhov A. Theory of high-order harmonic generation in relativistic laser interaction with overdense plasma[J]. *Physical Review E*, 2006, 74: 046404.
- [15] Dromey B, Kar S, Bellei C, et al. Bright multi-keV harmonic generation from relativistically oscillating plasma surfaces[J]. *Physical Review Letters*, 2007, 99: 085001.
- [16] Zepf M, Dromey B, Kar S, et al. High harmonics from relativistically oscillating plasma surfaces—a high brightness attosecond source at keV photon energies[J]. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 2007, 49(12B): B149-B162.
- [17] Heissler P, Hörlein R, Mikhailova J M, et al. Few-cycle driven relativistically oscillating plasma mirrors: a source of intense isolated attosecond pulses[J]. *Physical Review Letters*, 2012, 108: 235003.
- [18] Chen Ziyu, Pukhov A. Bright high-order harmonic generation with controllable polarization from a relativistic plasma mirror[J]. *Nature Communications*, 2016, 7: 12515.
- [19] Chen Ziyu. Spectral control of high harmonics from relativistic plasmas using Bicircular fields[J]. *Physical Review E*, 2018, 97: 043202.
- [20] Chen Ziyu, Li Xiaoya, Li Boyuan, et al. Isolated elliptically polarized attosecond soft X-ray with high-brilliance using polarization gating of harmonics from relativistic plasmas at oblique incidence[J]. *Optics Express*, 2018, 26(4): 4572-4580.
- [21] Der Brügge D A, Pukhov A. Enhanced relativistic harmonics by electron nanobunching[J]. *Physics of Plasmas*, 2010, 17: 033110.
- [22] Dromey B, Rykovanov S, Yeung M, et al. Coherent synchrotron emission from electron nanobunches formed in relativistic laser-plasma interactions[J]. *Nature Physics*, 2012, 8(11): 804-808.
- [23] Arber T D, Bennett K, Brady C S, et al. Contemporary particle-in-cell approach to laser-plasma modelling[J]. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 2015, 57: 113001.