



·激光合束技术·

## 相干合成中多抖动相位锁定算法\*

高 恒<sup>1,2</sup>, 李炳霖<sup>1</sup>, 杨依枫<sup>1</sup>, 何 兵<sup>1</sup>

(1. 中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海市全固态激光器与应用技术重点实验室, 上海 201800;

2. 华中科技大学 光学与电子信息学院, 武汉 430074)

**摘 要:** 分析了多抖动算法的工作原理, 通过波动光学原理以 2-11 路相干合成系统作为数学模型进行仿真模拟, 引入了动态噪声模型, 以总合成光束的均方根相位误差作为评价函数, 分析了不同阵列规模下的相干合成系统中噪声频率以及噪声振幅对系统相位锁定效果的影响, 当噪声频率或噪声振幅过大, 超出算法补偿相位噪声的能力时, 便会锁相失败。证明了增益系数与调制振幅存在一个最优区间且只有处于该区间内时, 才能快速完成锁相。引入有效控制带宽概念, 用以直观评价多抖动算法的锁相性能, 研究表明, 有效控制带宽与采样频率、第一路调制频率成正比例, 与噪声振幅成反比例, 且随着阵列规模增大, 有效控制带宽降低。

**关键词:** 相干合成; 主动相位锁定; 多抖动算法; 光纤激光; 均方根相位误差

中图分类号: O436

文献标志码: A

doi: 10.11884/HPLPB202335.220285

## Performance of multi-frequency dithering algorithm in coherent beam combination

Gao Heng<sup>1,2</sup>, Li Binglin<sup>1</sup>, Yang Yifeng<sup>1</sup>, He Bing<sup>1</sup>

(1. Shanghai Key Laboratory of All Solid-State Laser and Applied Techniques, Shanghai Institute of

Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China;

2. School of Optical and Electronic Information, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

**Abstract:** The principle of the multi-frequency dithering algorithm is analyzed. The 2-11 channel coherent combining system is simulated as a mathematical model based on the principle of wave optics. The dynamic noise model is introduced, and the root-mean-square (RMS) phase error of the totally combined beam is taken as the evaluation function. The effects of noise frequency and amplitude on the phase locking effect of coherent combining system with different arrays are analyzed. When the noise frequency or amplitude is very large, the algorithm can no longer compensate the phase noise, the phase locking will fail. It is proved that there is an optimal interval between the gain coefficient and the modulation amplitude and only within this interval can phase locking be completed quickly. By introducing the concept of effective bandwidth control, the phase-locking performance of the multi-frequency algorithm has been evaluated intuitively. The research shows that the effective control bandwidth is directly proportional to the sampling frequency and the first-way modulation frequency, and inversely proportional to the noise amplitude, and the effective control bandwidth decreases with the increase of array size.

**Key words:** coherent beam combination, active phase lock, multi-frequency dithering, fiber laser, RMS phase error

相干合成将多路高功率激光相位进行锁定, 在远场实现相干加强, 实现合成光亮度提升, 可以有效规避单纤激光热效应、光学损伤、非线性效应等瓶颈问题<sup>[1-2]</sup>。相位锁定方法主要包括倏逝波耦合法<sup>[3]</sup>、外腔法<sup>[4]</sup>、外差法<sup>[5]</sup>、随机并行梯度下降算法<sup>[6]</sup>以及多抖动法<sup>[7]</sup>等。其中多抖动相位锁定算法通过在同一时间对各路子光束使用不同频

\* 收稿日期: 2022-09-08; 修订日期: 2023-01-11

基金项目: 国家重点研发计划项目 (2018YFB0504500); 中国科学院青年创新促进会项目 (2020252)

联系方式: 高 恒, m202072514@hust.edu.cn。

通信作者: 杨依枫, yfyang@siom.ac.cn;

何 兵, bryanho@siom.ac.cn。

率的正弦信号对子光束进行电子标记,然后探测总合成光束光强,利用相应的正弦信号频率解调出相应子光束的相位信息,从而进行相应的相位补偿实现子光束相位锁定。多抖动相干合成系统光路较为简单,执行效率高,信号处理电路运算速度要求较低,相位残差小,能实现系统稳定地高功率输出,在工业、国防和航天等领域中有着广泛应用。

目前,国内外对多抖动法相位锁定进行了大量的研究与运用,激光阵列规模和总功率都有了显著提升。2006年,美国空军实验室首次提出了多抖动法的概念,介绍了多抖动法的工作原理,并通过实验证明了其抗干扰能力强、易向大阵列规模扩展等优点<sup>[8]</sup>。2009年国防科技大学分别运用外差法,随机并行梯度下降算法与多抖动法进行3路激光合成,并对结果进行比较,分析了其优缺点<sup>[9]</sup>。2011年,国防科技大学利用多抖动法成功实现9路相干合成,总输出功率1.56 kW,条纹对比度85%以上,均方根相位误差为 $\lambda/15$ <sup>[10]</sup>。同年美国空军实验室运用多抖动法实现了总输出功率2.4 kW的3路相干合成, $M^2 = 1.2$ <sup>[11]</sup>。2016年,美国空军实验室运用多抖动法进行了5路相干合成,总输出功率4.9 kW,合成效率为82%,光束质量因子 $M^2 < 1.1$ <sup>[12]</sup>。耶鲁大学分别于2018以及2020年运用多抖动算法完成了4路、12路相干合成,分别得到了3.5 kW和10.4 kW的总功率输出<sup>[13-14]</sup>。

尽管关于多抖动法相干合成的实验研究较多,但对多抖动算法中各个参数对其锁相性能影响的研究工作较少。本文针对基于多抖动算法的多路(2路、5路和11路)激光相干合成进行建模仿真,引入子束激光的相位噪声模型,计算在不同噪声频率及振幅下的相位锁定情况。采用相位误差的均方根评估锁相情况,并定义有效控制带宽,依据有效控制带宽评价系统补偿子光束相位的能力。评估算法增益系数和调制幅度对均方根相位误差的影响,分析采样频率(采集光强信号的频率)与噪声振幅对系统有效控制带宽的影响,并研究用于电子标记的调制信号频率以及调制信号频率间隔对算法锁相能力的影响。

## 1 多抖动法的工作原理

多抖动法相位锁定的基本原理图如图1所示。其工作原理为:对于 $N$ 路相干合成系统,种子激光经过分束器分束,相位调制器对第 $i$ 路激光施加不同频率的正弦信号 $S_{m_i}$ 进行调制,其中 $i \leq N$ 。各路调制后激光经放大器放大,于合束器上进行相干合成,采样反射镜采集低功率信号,通过傅里叶透镜进行变换,光电探测器(PD)放置在傅里叶透镜后焦面,后焦面处放置直径约 $100 \mu\text{m}$ 的针孔,接收中央主极大的同相光信号,PD将光信号转换为光电流,通过信号处理单元进行解调。解调得到第 $i$ 路的实时相位控制信号 $S_{F_i}$ ,与原本施加的正弦调制信号一起施加给相位调制器,即第 $i$ 路的总输出信号 $S_{\text{total}_i}$ 满足式(1),经过多次迭代后锁相成功,输出稳定相干合成光束<sup>[15]</sup>。

$$S_{\text{total}_i} = S_{m_i} + S_{F_i} \quad (1)$$

假设有 $N$ 路光束参与相干合成,为了简化模型,令所有子光束都为平面波,且偏振方向一致, $E_i(t)$ 为调制后的第

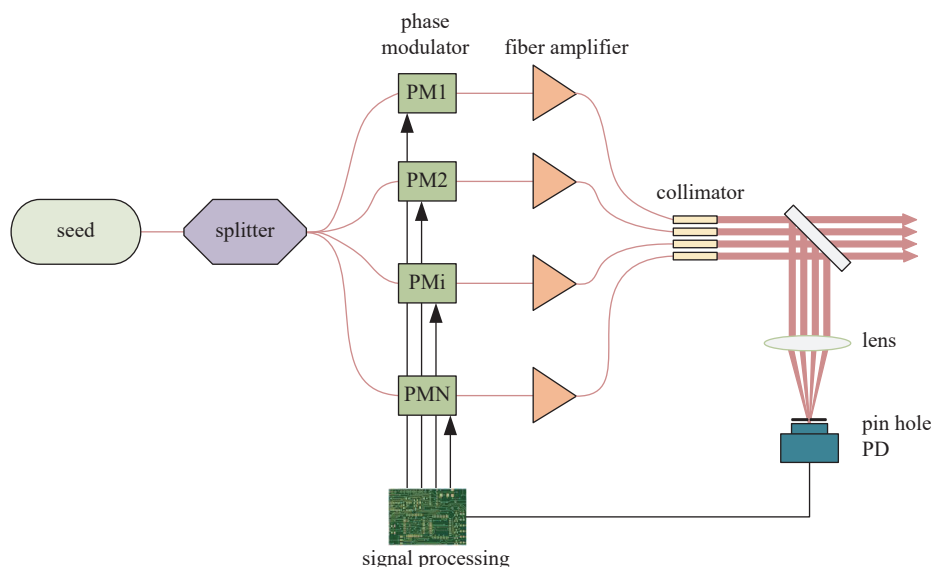


Fig. 1 Schematic diagram of phase-locked control coherent beam combining system based on multi-frequency dithering

图1 基于多抖动法锁相控制相干合成原理图

$i$ 路子光束,则第 $i$ 路相位调制后入射光的光场为

$$E_i(t) = E_{i0} \cos(\omega_L t + \phi_i + \beta_i \sin(\omega_i t)) \quad (2)$$

式中:  $\omega_L$ 为激光频率,频率远高于光电探测器带宽,本文忽略不计;  $E_{i0}$ ,  $\phi_i$ 分别为第 $i$ 路被调制光束的振幅和初始相位;  $\beta_i$ ,  $\omega_i$ 分别为第 $i$ 路子光束的调制信号的振幅和频率。合成激光在远场投射到PD上,PD接收同相激光分量,总光电流

$$i_{PD}(t) = G_{PD} S_{PD} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \left( \sum_{i=1}^N E_i(t) \right)^2 \quad (3)$$

式中:  $G_{PD}$ 为PD电流响应系数,  $S_{PD}$ 为PD感光面积,  $\mu_0$ 为真空磁导率,  $\epsilon_0$ 为真空介电常量。接下来,对光电流信号进行处理,获得相位控制信号。将总光电流  $i_{PD}(t)$  与第 $i$ 路正弦调制信号  $\sin(\omega_i t)$  相乘后再求足够长的时间  $\tau$  内的均值或积分,可得第 $i$ 路控制误差信号

$$S_i = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau i_{PD}(t) \sin(\omega_i t) dt \quad (4)$$

将式(2)、(3)代入式(4),经傅里叶函数展开,由正交特性,可得

$$S_i = G_{PD} \sqrt{P_i} J_1(\beta_i) \sum_{j=1}^N \sqrt{P_j} J_0(\beta_j) \sin(\phi_j - \phi_i) \quad (5)$$

式中:  $J$ 为第一类贝塞尔函数展开,  $P_i$ 是第 $i$ 路光束的光功率。当 $\beta_i$ 不变时,  $S_i$ 与  $\sin(\phi_j - \phi_i)$ 成正比,证明其拥有反映第 $i$ 路光束与其他光束相位差的能力,此时将其与适当的增益系数  $F$  相乘,即可作为实时相位控制信号  $S_{F_i}$ ,如公式(6)所示

$$S_{F_i} = F S_i \quad (6)$$

相位控制信号作为调制电压施加在每路激光的相位调制器上。通过不断迭代,阵列光束自行调整相位至相位差为零,每路光束相位一致,完成锁相。将式(5)代入式(6),得到相位控制信号

$$S_{F_i} = F G_{PD} \sqrt{P_i} J_1(\beta_i) \sum_{j=1}^N \sqrt{P_j} J_0(\beta_j) \sin(\phi_j - \phi_i) \quad (7)$$

注意,数学运算中要求积分时间  $\tau$  无限大,但实际操作中是不可实现的,故一般需要选取合适的积分时间。一般来说,当  $\tau$  取 5 倍及以上调制周期时,误差可以控制在可以允许的范围内,本文取为 5 倍调制周期<sup>[16]</sup>。

式(2)中第 $i$ 路子光束调制信号角频率  $\omega_i$  的选取决定了多抖动法锁相能力。设定第一路子光束正弦调制信号频率为最低正弦调制信号频率  $f_{\text{first}}$ ,之后子光束的调制信号频率即为上一路正弦调制信号频率加上一定的频率间隔  $\Delta f$ 。各路子光束调制信号角频率  $\omega$  可由第一路正弦调制信号频率  $f_{\text{first}}$  以及频率间隔  $\Delta f$  表示出来,其可取值范围直接由采样频率  $f_{\text{sampling}}$  决定。式(7)证明相位控制信号  $S_{F_i}$  大小由增益系数  $F$ 、调制振幅  $\beta$  等参数决定,合适大小的控制信号是算法能否成功锁相的关键。文中将依次对这些参数对算法锁相性能的影响进行仿真分析。

## 2 算法性能分析

为了便于仿真本文取各路光束调制振幅以及光功率相同。本文以 2 路、5 路、11 路激光的多抖动法相干合成系统作为数学模型进行仿真计算。光在传输过程中,因激光器非线性效应、环境中的机械抖动、泵浦源功率不稳定等因素皆会使光纤激光阵列各路光束的相位发生随机抖动,这种相位的动态变化就是相位噪声,从而极大地影响相干合成系统工作性能<sup>[17]</sup>。因此,算法的本质便是对相位噪声进行动态补偿从而使各路光束相位动态一致。一般来说,功率越大的光纤激光相干合成系统的相位噪声越大, kW 量级的光纤激光器相位噪声可达上千 Hz。故需要建立一个相位噪声模型来实现各路光束的动态相位分析,但目前尚无统一的相位噪声模型。本文采用一系列不同振幅、频率以及初始相位的正弦波的叠加模型来表示相位噪声中的低频部分,并将其与一个可以表示高频部分的白噪声模型叠加来模拟一个完整的相位噪声模型,可用表示为<sup>[18]</sup>

$$\delta_n = \sum_{l=1}^n A_l \sin(\omega_l t + \phi_l) + n_{\text{wns}} \quad (8)$$

式中:  $\delta_n$ 表示总噪声,  $A_i$ 、 $\omega_i$ 、 $\phi_i$ 分别表示不同正弦波的不同振幅、角频率以及相位,  $n_{\text{wns}}$ 表示白噪声。为贴近实际环境,  $A_i$ 、 $\phi_i$ 由随机函数产生,  $A_i$ 随机生成的值不大于设定的噪声振幅 $a_{\text{noise}}$ ,  $\phi_i$ 为  $0 \sim 2\pi$  内随机取值,  $\omega_i$ 取合适的值使正弦信号的频率主要分布在设定的噪声频率 $f_{\text{noise}}$ 之下。取噪声振幅 $a_{\text{noise}} = 0.1$  rad, 噪声频率 $f_{\text{noise}} = 1$  kHz, 生成的相位噪声时域和频域分布如图 2 所示。

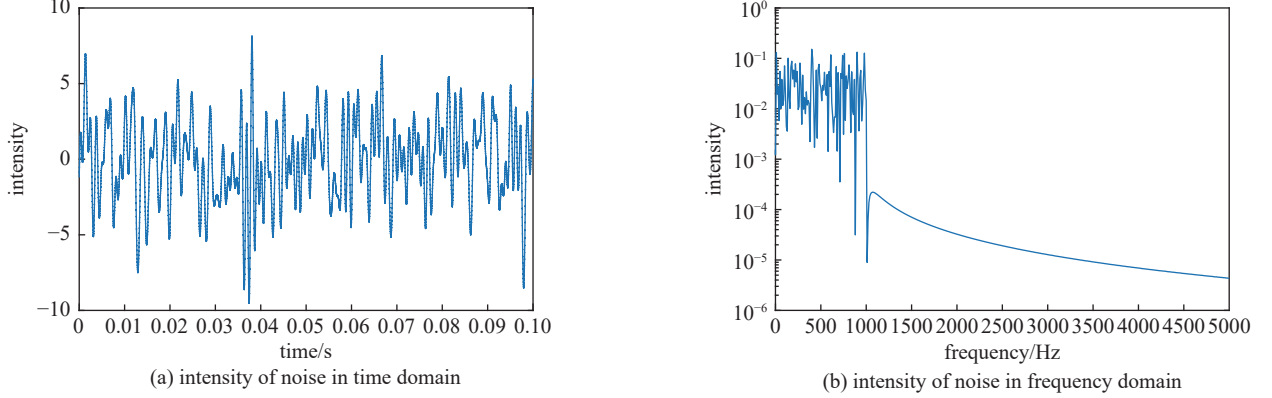


Fig. 2 Intensity of noise in time and frequency domain

图 2 相位噪声强度时域和频域下的分布

因相位噪声动态变化, 实际系统中的相位控制信号实际为对上一个积分时间内相位噪声的补偿, 且需多次迭代才可补偿噪声至各路光束相位一致, 故实际锁相系统中的各路光束之间始终存在一定的相位差。故算法运行完成后, 第  $i$  路子光束的实际光场可表示为

$$\begin{cases} E_i(t) = E_{i0} \cos(\omega_L t + \Delta\phi_i(t)) \\ \Delta\phi_i(t) = \beta_i \sin(\omega_i t) + \Delta\delta_i(t) \end{cases} \quad (9)$$

式中:  $\Delta\phi_i(t)$ 指锁相后该子束与光纤阵列相位均值之差, 其包含了调制信号本身带来的相位误差 $\beta_i \sin(\omega_i t)$ 以及补偿不完全的残余相位 $\Delta\delta_i(t)$ 。可以把算法运用一段时间之后的总合成光束的相位误差求均方根, 得到均方根相位误差 $\Delta\phi_{\text{RMS}}$ (单位为 rad), 可表示为

$$\Delta\phi_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{\int_0^\tau \sum_{i=1}^N (\beta_i \sin(\omega_i t) + \Delta\delta_i(t))^2 dt}{\tau}} \quad (10)$$

## 2.1 噪声本身特性对系统锁相情况的影响分析

为方便数据对比, 将光电流 $i_{\text{PD}}$ 归一化处理得归一化光电流 $I_n$ 。本节观察算法锁相效果受到相位噪声特性的影响, 即归一化光电流 $I_n$ 受到不同噪声频率 $f_{\text{noise}}$ 以及噪声振幅 $a_{\text{noise}}$ 影响下的变化情况。设定采样频率为 50 MHz, 第一路调制频率设定为 1.4 MHz。

### 2.1.1 噪声频率 $f_{\text{noise}}$

设定噪声振幅为 0.1 rad, 在该条件下更改相位噪声频率, 相干合成系统于 1.5 ms 时开始进行锁相, 观察 2 路、5 路以及 11 路激光相干合成系统在不同噪声频率下的锁相情况, 如图 3 所示。由图可以看出, 随着噪声频率 $f_{\text{noise}}$ 的增大, 光电流逐渐不稳定, 振荡幅度明显增大, 算法锁相效果也就越差。

将总合成光束的均方根相位误差 $\Delta\phi_{\text{RMS}}$ 作为评价函数, 绘制 2 路、5 路以及 11 路激光相干合成系统中均方根相位误差 $\Delta\phi_{\text{RMS}}$ 与噪声频率 $f_{\text{noise}}$ 的关系, 结果如图 4 所示, 数据为 10 次仿真结果的平均值, 因每次仿真时噪声皆为随机生成, 每次计算结果存在一定偏差, 故曲线存在一定的波动。通过多项式拟合得出拟合曲线, 可知, 随着噪声频率 $f_{\text{noise}}$ 的增大, 均方根相位误差 $\Delta\phi_{\text{RMS}}$ 随之增大。当均方根相位误差 $\Delta\phi_{\text{RMS}}$ 增大到 $\lambda/20$ 时, 对于 2 路相干合成, 噪声频率 $f_{\text{noise}}$ 为 7580 Hz; 对于 5 路相干合成, 噪声频率 $f_{\text{noise}}$ 为 4500 Hz; 对于 11 路 $f_{\text{noise}}$ 相干合成, 噪声频率为 1280 Hz。因此可以看出, 相位噪声频率对大阵列规模的相干合成影响更明显。

本文引入参数有效控制带宽 $f_{\text{cbw}}$ 。规定在一定振幅的相位噪声下, 当系统性能评价函数 $\Delta\phi_{\text{RMS}}$ 上升到 $\lambda/20$ 时对应的相位噪声频率 $f_{\text{noise}}$ 作为该算法系统对该振幅相位噪声的有效控制带宽 $f_{\text{cbw}}$ 。有效控制带宽 $f_{\text{cbw}}$ 能高效直接的反映算法系统补偿相位噪声的能力。有效控制带宽 $f_{\text{cbw}}$ 越大, 就证明该系统补偿相位噪声的能力就越强, 输出的合

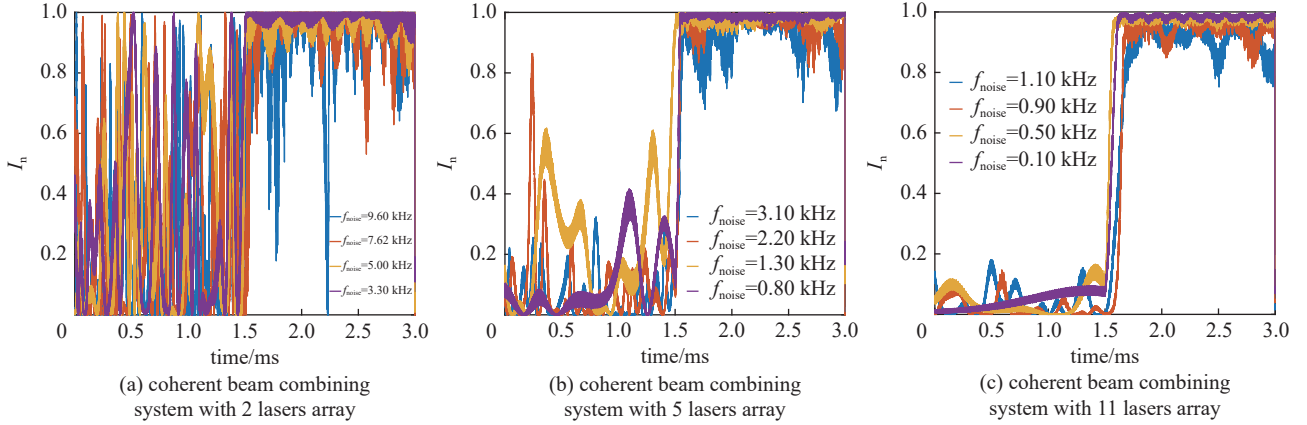


Fig. 3 Phase locking with different noise frequency

图 3 不同噪声频率下的相位锁定情况

成光强就越稳定。由图 4 可看出,有效控制带宽 $f_{cbw}$ 在 2 路、5 路、11 路合成系统中分别是 7580、4500、1280 Hz。为验证有效控制带宽 $f_{cbw}$ 与阵列规模的关系,对 2~11 路的相干合成系统进行仿真,测算其有效控制带宽,取 10 次仿真结果的平均值,因每次仿真的噪声皆为随机生成,且不同阵列规模下的增益系数、调制幅度、调制信号频率以及调制信号频率间隔等参数的最优值无法精准选取,故整体数据存在一定波动,通过幂函数拟合得出拟合曲线,总体结果趋势如图 5 所示。可以看出,通过有效控制带宽来判断算法补偿相位噪声能力是直观准确的。在同一相位噪声振幅下,多抖动法相干合成系统中,随着阵列规模增大,每次迭代至相位一致所需的相位矫正次数不可避免就会增多,其算法补偿相位噪声能力变弱,有效控制带宽 $f_{cbw}$ 降低,且降低速度随着阵列规模的增大而变慢。

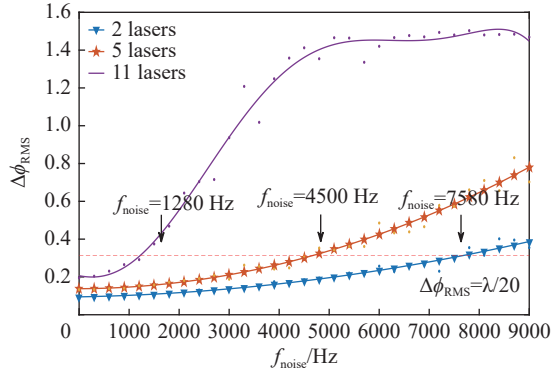


Fig. 4 Effect of noise frequency on RMS residual phase error

图 4 噪声频率对均方根相位误差的影响

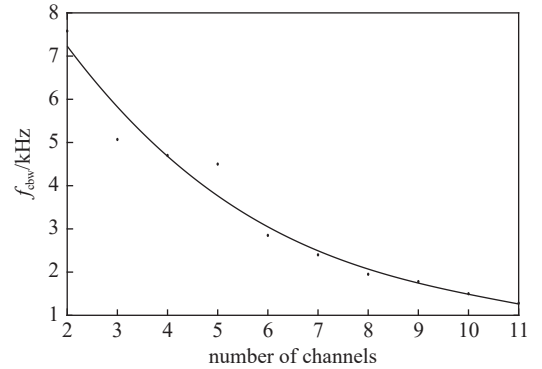


Fig. 5 The relationship between the control bandwidth and the number of channels

图 5 有效控制带宽与阵列规模的关系

### 2.1.2 噪声振幅 $a_{noise}$

设定各路所求的控制带宽 $f_{cbw}$ 为噪声频率,改变相位噪声振幅 $a_{noise}$ ,相干合成系统于 1.5 ms 时开始进行锁相,观察 2 路、5 路以及 11 路锁相情况,其结果如图 6 所示。算法锁相情况本质上就是算法对噪声的补偿情况,当噪声频率 $f_{noise}$ 或噪声振幅 $a_{noise}$ 过大时,超出算法补偿能力,便会锁相失败,归一化光电流 $I_n$ 剧烈震荡,无法满足合成要求;当噪声频率 $f_{noise}$ 以及噪声振幅 $a_{noise}$ 处于算法补偿能力之内时,归一化光电流 $I_n$ 平稳,合成效果良好。故得到系统在一定噪声振幅 $a_{noise}$ 下的有效控制带宽 $f_{cbw}$ 具有参考意义。

### 2.2 增益系数 $F$ 与调制振幅 $\beta$ 对锁相性能的影响分析

本节主要讨论增益系数 $F$ 、调制振幅 $\beta$ 对相位控制信号 $S_{F_i}$ 的影响,从而研究其对最终锁相性能的影响。为简洁运算,取每路子光束中设定的增益系数 $F$ 与调制振幅 $\beta$ 为同一值。归一化光电流 $I_n$ 一段时间内的平均值即为归一化平均光电流 $I_{average}$ 。归一化平均光电流 $I_{average}$ 能体现合成光束平均光强的大小,均方根相位误差 $\Delta\phi_{RMS}$ 能反映合成光束的残余相位误差,两个评价参数都能反映合成效果但又互有侧重点,本节根据这两个参数来直观观察系统锁相性能。取光束功率 $P_i$ 为 0.3 mW、PD 电流响应 $G_{PD}$ 为 0.6 A/W。为更直观地显示规律,本节所有仿真我们均设定采样频率 50 MHz,第一路调制频率为 1.4 MHz,噪声振幅为 0.1 rad 进行如下仿真计算。

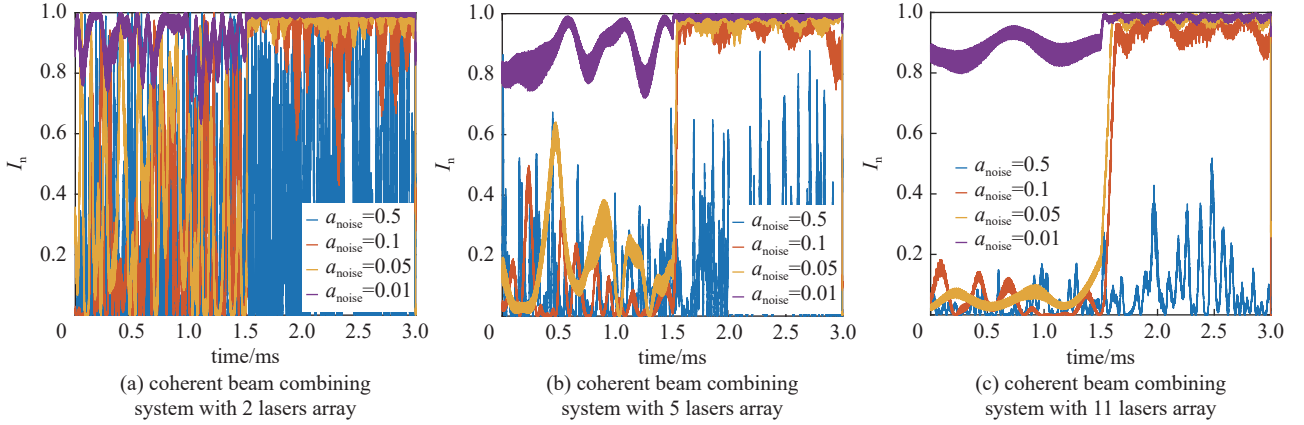


Fig. 6 Algorithm phase locking at different noise amplitudes

图 6 不同噪声振幅下的算法锁相情况

### 2.2.1 增益系数 $F$

增益系数的增大可以直接使相位控制信号  $S_{F_i}$  线性增大, 当增益系数  $F$  过小时, 相位控制信号  $S_{F_i}$  远小于相位噪声, 无法完成噪声补偿功能; 当增益系数  $F$  过大时, 相位控制信号  $S_{F_i}$  过大, 从而会使合成光相位急速震荡, 从而归一化平均光电流  $I_{average}$  较低以及均方根相位误差  $\Delta\phi_{RMS}$  较高, 故选取合适的增益系数  $F$  就显得尤为重要<sup>[19]</sup>。为了探究增益系数  $F$  在不同阵列规模下对归一化平均光电流  $I_{average}$  和均方根相位误差  $\Delta\phi_{RMS}$  产生的影响, 取调制振幅  $\beta$  为 0.09 且假设合理, 结果为 10 次仿真数据的平均值, 结果如图 7 所示。从图 7 可看出, 对于不同阵列规模的光束合成系统, 都存在一个增益系数区间使均方根相位误差  $\Delta\phi_{RMS}$  在  $\lambda/20$  以下, 并且该区域各不同, 当前系统 2 路  $F \in (20\ 000 \sim 63\ 000)$ , 5 路  $F \in (4\ 200 \sim 17\ 300)$ , 11 路  $F \in (930 \sim 2\ 100)$ , 该区间处于归一化平均光电流在 90% 以上的增益系数选取区间之内 (当前系统 2 路  $F \in (15\ 000 \sim 67\ 000)$ , 5 路  $F \in (3\ 000 \sim 18\ 500)$ , 11 路  $F \in (600 \sim 2\ 610)$ )。取二者交集即图中灰色区域, 由图 7 可看出, 当增益系数  $F$  选取灰色区域值时, 算法锁相后, 其归一化平均光电流  $I_{average}$  以及均方根相位误差  $\Delta\phi_{RMS}$  均能符合锁相要求。

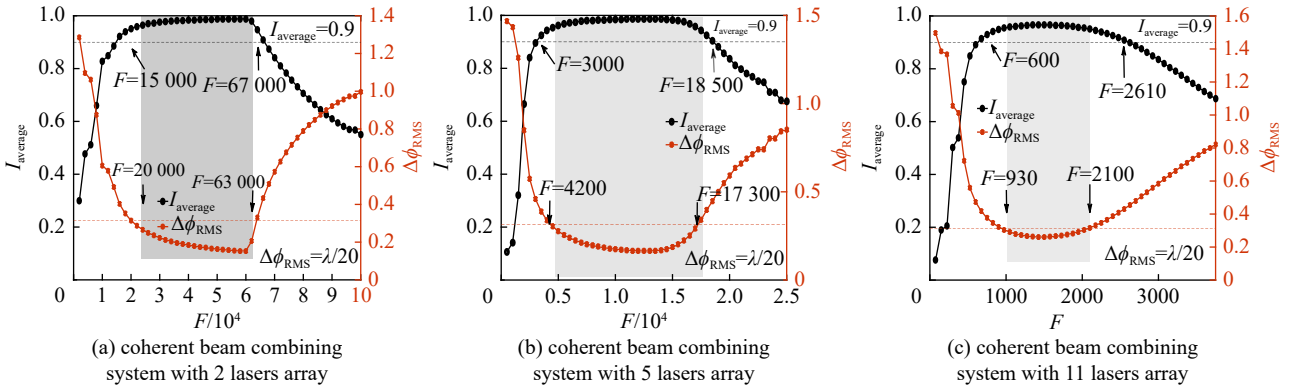


Fig. 7 Gain coefficient versus mean normalized photocurrent and RMS residual phase error under different channel numbers

图 7 不同阵列规模下增益系数与平均归一化平均光电流和均方根相位误差的关系

故我们可规定均方根相位误差  $\Delta\phi_{RMS}$  在  $\lambda/20$  以下时的选取区间为增益系数  $F$  的最优选取区间。取其中均方根相位误差  $\Delta\phi_{RMS}$  最小值时的增益系数  $F$  为最优增益系数, 取 10 次仿真结果的平均值, 通过多项式拟合得出拟合曲线, 绘制不同阵列规模的最优增益系数如图 8 所示, 根据公式 (7), 可知随着合成阵列规模的增加, 总光功率随之增大, 为了使各路光束的相位控制信号  $S_{F_i}$  取合适大小, 最优增益系数必然不断减小。

### 2.2.2 调制振幅 $\beta$

从式 (2)、(7) 与式 (9) 可看出, 调制振幅  $\beta$  作用于调制信号, 然后于解调过程中对相位控制信号产生影响。当调制振幅  $\beta$  过小时, 调制信号会淹没于噪声当中, 无法对相位噪声进行补偿; 当调制振幅  $\beta$  过大时, 调制信号本身都会给系统带来较大的相位误差, 从而使算法锁相效果较差, 故选取合适的调制振幅  $\beta$  将对算法锁相性能有着重要影响。我们取最优增益系数, 更改调制振幅  $\beta$  进行仿真, 探究不同阵列规模下对平均归一化光电流  $I_{average}$  和有效控

制带宽 $\Delta\phi_{\text{RMS}}$ 产生的影响如图9所示,图中数据为10次仿真结果的平均值。由图9可以看出,在不同阵列规模的光束合成系统中,都存在一个调制振幅区间可使均方根相位误差 $\Delta\phi_{\text{RMS}}$ 在 $\lambda/20$ 以下,且各区间都不同(当前系统2路 $\beta \in (0.045 \sim 0.095)$ ,5路 $\beta \in (0.034 \sim 0.119)$ ,11路 $\beta \in (0.065 \sim 0.163)$ )。该区间处于归一化平均光电流在90%以上的调制振幅选取区间之内(当前系统2路 $\beta \in (0.032 \sim 0.1)$ ,5路 $\beta \in (0.025 \sim 0.133)$ ,11路 $\beta \in (0.046 \sim 0.195)$ )。取二者交集即图中灰色区域,可以看出,当调制振幅 $\beta$ 选取灰色区域值时,算法锁相后,其归一化平均光电流 $I_{\text{average}}$ 以及均方根相位误差 $\Delta\phi_{\text{RMS}}$ 均能符合锁相要求。故我们可规定均方根相位误差 $\Delta\phi_{\text{RMS}}$ 在 $\lambda/20$ 以下时的选取区间为调制振幅 $\beta$ 的最优选取区间。只有选取合适的调制振幅 $\beta$ ,才能使系统补偿相位噪声能力较强。

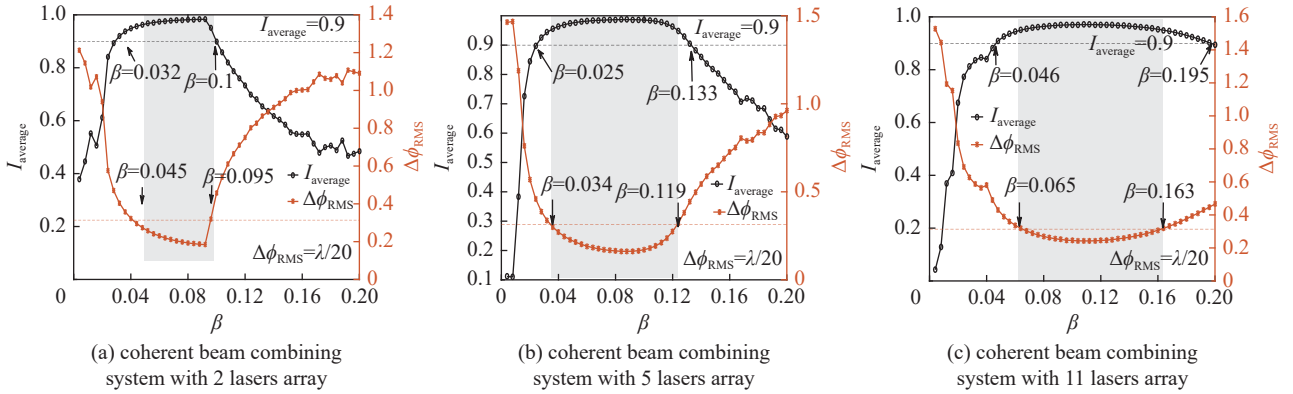


Fig. 9 Mean normalized photocurrent and RMS residual phase error versus dithering amplitude under different channel numbers

图9 不同阵列规模下调制振幅与平均归一化光电流和均方根相位误差的关系

### 2.3 采样频率 $f_{\text{sampling}}$ 与噪声振幅 $a_{\text{noise}}$ 对系统有效控制带宽 $f_{\text{cbw}}$ 的影响分析

采样频率 $f_{\text{sampling}}$ 是决定算法性能的决定性因素之一,在实际系统中,它由模数转换模块、算法执行单元、数模转换模块等器件的参数性能决定,本文默认所选取的采样频率 $f_{\text{sampling}}$ 在实际系统电路信号处理能力之内。算法中每个正弦调制信号波内需要一定数量的离散采样点,以采集各路光束的相位信号,否则会使信号失真而无法解调。假定每个正弦波需要25个采样点,这就说明,若采样频率为50 MHz,则正弦调制信号频率至多为2 MHz。

算法对噪声的补偿包括了噪声频率 $f_{\text{noise}}$ 以及噪声振幅 $a_{\text{noise}}$ 两方面,而有效控制带宽 $f_{\text{cbw}}$ 反映的是在一定的噪声振幅 $a_{\text{noise}}$ 下补偿噪声频率 $f_{\text{noise}}$ 的能力,故随着噪声振幅 $a_{\text{noise}}$ 的增大,有效控制带宽 $f_{\text{cbw}}$ 必然减小。

为探究采样频率 $f_{\text{sampling}}$ 与噪声振幅 $a_{\text{noise}}$ 对系统有效控制带宽 $f_{\text{cbw}}$ 产生的影响,对不同采样频率 $f_{\text{sampling}}$ 以及不同噪声振幅 $a_{\text{noise}}$ 下的2路、5路、11路系统进行仿真,根据10次仿真结果取平均得出对应有有效控制带宽 $f_{\text{cbw}}$ ,可得如图10所示结果。

采样频率 $f_{\text{sampling}}$ 越大,就可以选择更大的正弦调制信号频率,拥有更多的频域资源,每次积分迭代时间也可以越小而不影响系统性能,相同时间内算法可迭代次数也就越多,可进行更多次相位矫正,便可以补偿更高的相位噪声。从仿真结果数据可得出,在同一噪声振幅 $a_{\text{noise}}$ 下,采样频率 $f_{\text{sampling}}$ 与系统有效控制带宽 $f_{\text{cbw}}$ 成正比例函数关系。而在同一采样频率 $f_{\text{sampling}}$ 下,噪声振幅 $a_{\text{noise}}$ 与系统有效控制带宽 $f_{\text{cbw}}$ 成反比例函数关系。当其他参数不变时,有以下关系式

$$f_{\text{cbw}} \propto \frac{f_{\text{sampling}}}{a_{\text{noise}}} \quad (11)$$

### 2.4 第一路调制频率 $f_{\text{first}}$ 与频率间隔 $\Delta f$ 对系统有效控制带宽 $f_{\text{cbw}}$ 的影响分析

本节讨论调制信号频率 $\omega$ 的选取对系统有效控制带宽 $f_{\text{cbw}}$ 的影响分析,而系统中调制信号频率 $\omega$ 的选取具体表现为第一路调制信号的频率 $f_{\text{first}}$ 选取以及频率间隔 $\Delta f$ 的选取。第一路调制频率 $f_{\text{first}}$ 即最小调制频率代表了完成一

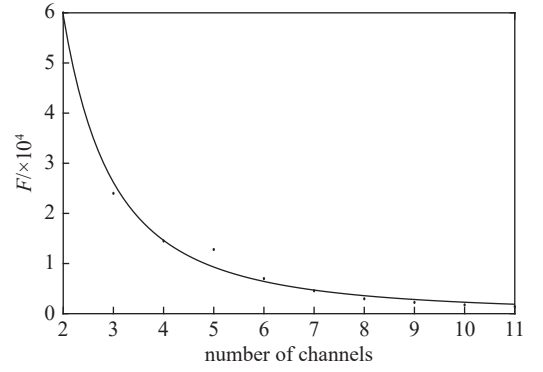


Fig. 8 Relationship between the gain coefficient and the number of channels

图8 最优增益系数与阵列规模的关系

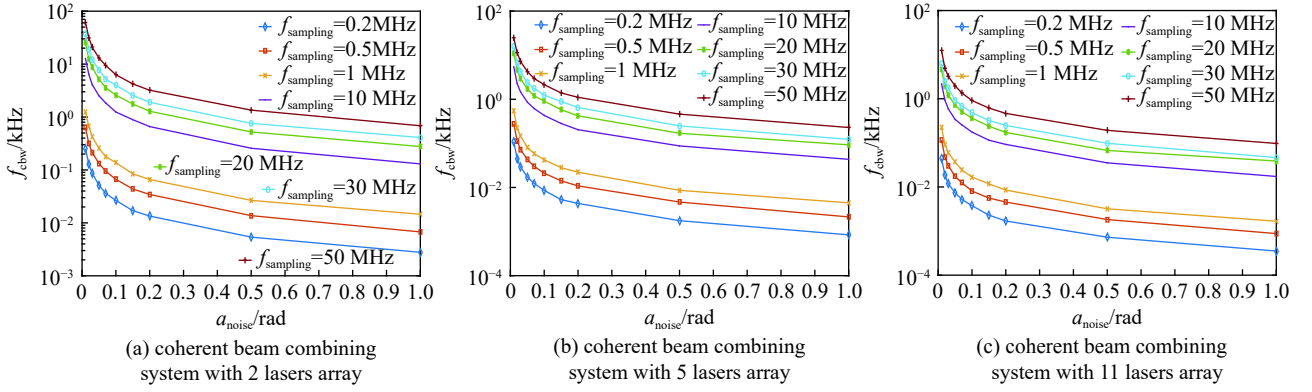


Fig. 10 The relationship between the noise amplitudes and the control bandwidth at different sampling frequency

图 10 不同采样频率下的噪声振幅与控制带宽的关系

次积分迭代周期所需时间,其余路因频率均高于第一路,故完成一次积分周期所需时间均小于第一路,而积分迭代周期越短,同等时间内能迭代补偿噪声的次数就越多,系统相位噪声补偿能力就越强。同样,频率间隔 $\Delta f$ 越小的话,调制信号就越容易淹没在噪声之中,系统相位噪声补偿能力就越弱。我们对 2 路、5 路以及 11 路仿真模型中的第一路调制频率 $f_{\text{first}}$ 以及频率间隔 $\Delta f$ 进行了更改,依次进行 10 次仿真,取平均得到其控制带宽 $f_{\text{cbw}}$ ,并绘制三维柱形图,如图 11 所示。由图可看出,在频率间隔 $\Delta f$ 较小时,有效控制带宽 $f_{\text{cbw}}$ 存在一个由频率间隔 $\Delta f$ 决定的阈值 $f_{\text{th}}$ ,频率间隔 $\Delta f$ 越大,阈值 $f_{\text{th}}$ 越大;在频率间隔 $\Delta f$ 较大时,因阈值 $f_{\text{th}}$ 较大,第一路调制频率 $f_{\text{first}}$ 增大到极限时,系统有效控制带宽 $f_{\text{cbw}}$ 仍小于阈值 $f_{\text{th}}$ ,故此时阈值 $f_{\text{th}}$ 不可知且对系统有效控制带宽 $f_{\text{cbw}}$ 无影响。在同一频率间隔 $\Delta f$ 下,系统有效控制带宽 $f_{\text{cbw}}$ 不超过对应阈值 $f_{\text{th}}$ 时,由仿真数据可知,其他条件不变时,第一路调制频率 $f_{\text{first}}$ 与系统有效控制带宽 $f_{\text{cbw}}$ 成正比例关系,但是超过对应的阈值 $f_{\text{th}}$ 时,系统有效控制带宽 $f_{\text{cbw}}$ 在阈值 $f_{\text{th}}$ 附近小幅度波动,与第一路调制频率 $f_{\text{first}}$ 不再成正比例关系。而在同一第一路调制频率 $f_{\text{first}}$ 下,系统有效控制带宽 $f_{\text{cbw}}$ 不超过所对应的阈值 $f_{\text{th}}$ 时,系统有效控制带宽 $f_{\text{cbw}}$ 不随频率间隔 $\Delta f$ 的增大而产生明显变化。其余参数选合适值时,对于两路相干合成系统, $\Delta f = 0.1 \text{ kHz}$ 时, $f_{\text{th}} \approx 4.6 \text{ kHz}$ ;  $\Delta f = 0.2 \text{ kHz}$ 时, $f_{\text{th}} \approx 7.9 \text{ kHz}$ 。对于五路相干合成系统来说, $\Delta f = 0.025 \text{ kHz}$ 时, $f_{\text{th}} \approx 1.1 \text{ kHz}$ ;  $\Delta f = 0.05 \text{ kHz}$ 时, $f_{\text{th}} \approx 2.2 \text{ kHz}$ 。对于十一路相干合成系统来说, $\Delta f = 0.01 \text{ kHz}$ 时, $f_{\text{th}} \approx 0.44 \text{ kHz}$ ;  $\Delta f = 0.02 \text{ kHz}$ 时, $f_{\text{th}} \approx 0.92 \text{ kHz}$ 。

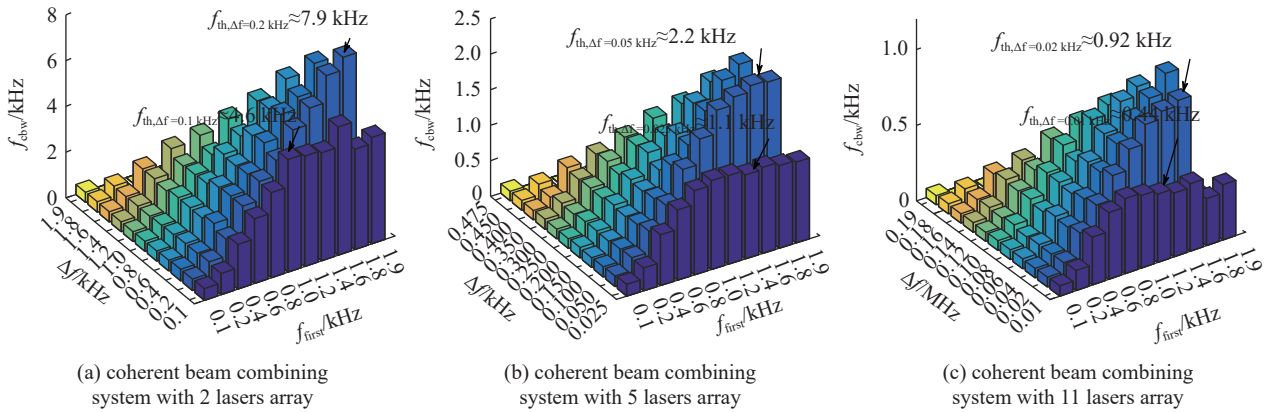


Fig. 11 Control bandwidth under different first modulated optical frequencies and frequency intervals

图 11 不同第一路正弦调制信号频率和频率间隔下的控制带宽

故可根据仿真数据进一步改进式(11)。得当系统有效控制带宽 $f_{\text{cbw}}$ 不超过所对应的阈值 $f_{\text{th}}$ 时,有

$$f_{\text{cbw}} \propto \frac{f_{\text{first}} f_{\text{sampling}}}{a_{\text{noise}}} \quad (12)$$

多抖动法要求在同一时刻采用多个调制信号频率对子光束进行相位调制,为分辨不同子光束的调制信号频率,这些调制信号之间需要有一定的频率间隔,因此在大阵列相干合成系统中需要大量的频域资源,这对信号处理电路和系统的稳定性提出了更高的要求。



### 3 结 论

本文对基于多抖动法锁相的激光相干合成系统进行研究,通过解析推导得出算法锁相性能与增益系数 $F$ 、调制振幅 $\beta$ 、采样频率 $f_{\text{sampling}}$ 、第一路正弦调制信号频率 $f_{\text{first}}$ 、频率间隔 $\Delta f$ 等参数的关系。构造了动态噪声模型来模拟实际相干合成系统中的相位噪声,并构建数值算法,分析各参数对相位锁定效果的影响。相位锁定效果以均方根相位误差 $\Delta\phi_{\text{RMS}}$ 作为评价函数,并以此引入了有效控制带宽 $f_{\text{cbw}}$ 概念,可直观简洁判断算法补偿相位噪声能力。同时通过均方根相位误差 $\Delta\phi_{\text{RMS}}$ 以及归一化平均光电流 $I_{\text{average}}$ 评价了增益系数 $F$ 、调制振幅 $\beta$ 的变化对算法补偿相位噪声能力的影响。得出了有效控制带宽 $f_{\text{cbw}}$ 与采样频率 $f_{\text{sampling}}$ 、第一路调制频率 $f_{\text{first}}$ 成正比,与噪声振幅 $a_{\text{noise}}$ 成反比例的关系式,且有效控制带宽 $f_{\text{cbw}}$ 存在一个由频率间隔 $\Delta f$ 决定的阈值 $f_{\text{th}}$ 。上述结论对实际中的系统搭建以及系统锁相性能预估有一定的参考意义,应用时应根据实际设备参数以及锁相需求进行调试,从而选取合适的参数。

#### 参考文献:

- [1] Fan T Y. Laser beam combining for high-power, high-radiance sources[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 2005, 11(3): 567-577.
- [2] 周朴, 粟荣涛, 马阎星, 等. 激光相干合成的研究进展: 2011—2020[J]. *中国激光*, 2021, 48: 0401003. (Zhou Pu, Su Rongtao, Ma Yanxing, et al. Review of coherent laser beam combining research progress in the past decade[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2021, 48: 0401003)
- [3] Huo Yanming, Cheo P K, King G G. Fundamental mode operation of a 19-core phase-locked Yb-doped fiber amplifier[J]. *Optics Express*, 2004, 12(25): 6230-6239.
- [4] Yang Yifeng, Liu Houkang, Zheng Ye, et al. Dammann-grating-based passive phase locking by an all-optical feedback loop[J]. *Optics Letters*, 2014, 39(3): 708-710.
- [5] Goodno G D, Asman C P, Anderegg J, et al. Brightness-scaling potential of actively phase-locked solid-state laser arrays[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 2007, 13(3): 460-472.
- [6] 宋纪坤. 光纤激光相干合成主动相位控制算法研究[D]. 长春: 中国科学院大学(中国科学院长春光学精密机械与物理研究所), 2020: 52-56. (Song Jikun. Research on active phase control algorithm for fiber laser coherent combining[D]. Changchun: University of Chinese Academy of Sciences (Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences), 2020: 52-56)
- [7] Shay T M. Theory of electronically phased coherent beam combination without a reference beam[J]. *Optics Express*, 2006, 14(25): 12188-12195.
- [8] Shay T M, Benham V, Baker J T, et al. First experimental demonstration of self-synchronous phase locking of an optical array[J]. *Optics Express*, 2006, 14(25): 12015-12021.
- [9] 刘泽金, 周朴, 侯静, 等. 主动相位控制光纤激光相干合成的研究[J]. *中国激光*, 2009, 36(3): 518-524. (Liu Zejin, Zhou Pu, Hou Jing, et al. Research on coherent beam combining using active phase-controlling[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2009, 36(3): 518-524)
- [10] 刘泽金, 王小林, 周朴, 等. 9路光纤激光相干合成实现1.56kW高功率输出[J]. *中国激光*, 2011, 38: 0705008. (Liu Zejin, Wang Xiaolin, Zhou Pu, et al. Coherent synthesis of 9-channel fiber lasers to achieve high power output of 1.56kW[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2011, 38: 0705008)
- [11] McNaught S J, Thielen P A, Adams L N, et al. Scalable coherent combining of kilowatt fiber amplifiers into a 2.4-kW beam[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 2014, 20(5): 174-181.
- [12] Flores A, Ehreich T, Holten R, et al. Multi-kW coherent combining of fiber lasers seeded with pseudo random phase modulated light[C]//Proceedings of SPIE 9728, Fiber Lasers XIII: Technology, Systems, and Applications. 2016: 97281Y.
- [13] Müller M, Klenke A, Steinkopff A, et al. 3.5 kW coherently combined ultrafast fiber laser[J]. *Optics Letters*, 2018, 43(24): 6037-6040.
- [14] Müller M, Aleshire C, Klenke A, et al. 10.4 kW coherently combined ultrafast fiber laser[J]. *Optics Letters*, 2020, 45(11): 3083-3086.
- [15] Ma Yanxing, Zhou Pu, Wang Xiaolin, et al. Coherent beam combination with single frequency dithering technique[J]. *Optics Letters*, 2010, 35(9): 1308-1310.
- [16] Shay T M, Baker J T, Sanchez A D, et al. High-power phase locking of a fiber amplifier array[C]//Proceedings of SPIE. 2009: 7195M.
- [17] 宋昭远, 姚桂彬, 张磊磊, 等. 单频光纤激光器相位噪声的影响因素[J]. *红外与激光工程*, 2017, 46: 0305005. (Song Zhaoyuan, Yao Guibin, Zhang Leilei, et al. Influencing factors of phase noise of single frequency fiber laser[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2017, 46: 0305005)
- [18] 张天松. 基于多抖动法锁相的超短脉冲时域相干合成技术研究[D]. 北京: 北京工业大学, 2019: 25-26. (Zhang Tiansong. Study on time-domain coherent beam combination of ultra-short pulse based on multi-dithering technology[D]. Beijing: Beijing University of Technology, 2019: 25-26)
- [19] 马阎星. 多抖动法光纤MOPA链的相干合成[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2008: 20-22. (Ma Yanxing. Coherent combining of MOPA with multi-dithering technique[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2008: 20-22)