



·激光合束技术·

大气湍流和热晕效应对列阵合成激光传输特性和光束质量影响的理论研究进展*

李晓庆, 季小玲

(四川师范大学 物理与电子工程学院, 成都 610068)

摘 要: 介绍了大气湍流效应和热晕效应对列阵合成激光传输特性和光束质量影响的理论研究进展。主要介绍了合成激光在大气中传输的解析和数值模拟研究方法, 大气湍流效应对列阵合成光束的光强分布、远场发散角、方向性、曲率半径和湍流距离的影响, 以及大气热晕效应对列阵合成光束的光强分布、传输效率、重心偏移、热晕时间尺度和焦移的影响。研究表明, 大气湍流效应和热晕效应对合成激光光束质量的影响与光束合成方式、合成光束参数以及大气参数密切相关。

关键词: 列阵合成光束; 大气传输; 湍流效应; 热晕效应; 光束质量

中图分类号: O437.5

文献标志码: A

doi: 10.11884/HPLPB202335.220411

Theoretical research progress on the influence of atmospheric turbulence and thermal blooming on characteristics and beam quality of laser array beams propagating in the atmosphere

Li Xiaoqing, Ji Xiaoling

(College of Physics and Electronic Engineering, Sichuan Normal University, Chengdu 610068, China)

Abstract: We provide a review of the theoretical research progress on the influence of atmospheric turbulence and thermal blooming on the characteristics and beam quality of laser array beams propagating in the atmosphere. The analytical and numerical simulation methods to study the propagation of laser array beams in the atmosphere are introduced. The influence of the atmospheric turbulence on the intensity, angular spread, directionality, curvature radius and turbulence distance of laser array beams is reviewed, and the influence of the atmospheric thermal blooming on the intensity, propagation efficiency, beam centroid, time scale of thermal blooming and focal shift of laser array beams is also reviewed. It is shown that the influence of atmospheric turbulence and thermal blooming on the beam quality of laser array beams is closely related with the beam combination methods, beam parameters and atmospheric parameters.

Key words: laser array beam, atmospheric propagation, atmospheric turbulence, thermal blooming effect, beam quality

高功率激光在能量远程运输和利用、惯性约束核聚变等领域中扮演着重要角色。光束合成技术的主要目的是获得高的激光输出功率, 并保持良好的光束质量。各种列阵合成光束在自由空间的传输特性以及光束质量已有大量研究, 如高斯列阵光束、高斯-谢尔模型 (GSM) 列阵光束、厄米-高斯 (H-G) 列阵光束及艾里列阵光束等^[1-4]。另一方面, 激光大气传输的研究对激光武器、遥感和通信等激光在大气中的应用具有重要意义^[5-8]。但是, 由于大气中的分子和气溶胶等粒子以及风雨等气象现象, 高功率激光在大气中传输会引发多种线性和非线性效应。线性效应主要有大气衰减、大气湍流效应和大气折射等, 非线性效应主要有热晕效应、大气击穿效应和受激拉曼散射等^[9]。

在湍流大气中传输的激光束波前随机起伏, 会引起光束抖动、强度起伏、光束扩展和像点抖动等。国内外研

* 收稿日期: 2022-12-27; 修订日期: 2023-01-16

基金项目: 国家自然科学基金项目 (61775152, 61505130, 61475105, 61178070, 60778048)

联系方式: 李晓庆, lixiaoqing912@sicnu.edu.cn。

通信作者: 季小玲, jiXL100@163.com。

究者对大气湍流如何影响列阵激光传输特性和光束质量开展了较多的实验和理论研究^[10-16]。美国陆军研究室已经开展了百 mW 功率条件下 7 km 大气传输合作目标闭环控制实验^[10]。土耳其学者研究了列阵激光在大气湍流中传输光场相干性的变化^[11]。中国国防科技大学开展了模拟大气湍流环境下百 W 级高功率激光列阵非合作目标闭环控制实验,并验证了合成光束在实际应用环境中的效能^[12]。笔者课题组研究了矩形分布 H-G 列阵激光在湍流中的传输,并给出了其与单束高斯激光具有相同方向性的条件^[15];定量地研究了湍流对径向分布列阵激光光束扩展的影响,并给出了在什么条件下光束扩展会受到湍流的影响^[16]。

热晕效应会致使激光畸变和发散,从而严重限制了高能激光的能量传输效率^[7, 17-24]。Gebhardt F G、Smith D C、Fleck J A 等人建立了研究热晕效应的经典模型,并结合实验验证了这些模型能描述热晕效应的基本特性^[17-19]。湖北核技术研究所强希文等人对 3 束线形排列的非相干高斯激光大气传输的光强分布作了数值模拟,提出:利用外部 2 束激光束引导内部 1 束激光,可达到减小热晕的目的^[20]。2013 年,俄罗斯 Banakh V A 等人用数值模拟方法研究了 3 束相干与非相干高斯激光通过湍流大气的传输,指出:强湍流和强非线性效应下,合成光束与单束等效高斯光束特性相接近^[21]。Spencer M F 等人研究了湍流和热晕的综合效应对高斯和平顶列阵光束的影响^[22]。2021 年,中国国防科技大学 Zhang Y Q 等人指出部分相干列阵光束可用以减小大气热晕效应^[23]。四川大学 Qiu Die 等人报道了满足特定条件的两束涡旋光束同轴叠加也可以减轻大气热晕效应^[24]。笔者课题组对高斯列阵光束、H-G 列阵光束和平顶列阵光束的热晕效应展开了研究^[25-27]。与单路激光大气传输相比较,阵列合成激光大气传输的研究更为困难,具体表现为推导解析传输公式更困难,数值模拟计算量更大。此外,通常阵列合成激光口径大,数值模拟中常需要引入非自适应坐标等算法保证其计算精度。本文主要介绍研究合成激光在大气中传输的解析和数值模拟方法,以及湍流效应和热晕效应分别对阵列合成光束大气传输特性和光束质量的影响。

1 理论模型

采用光束合成技术能够克服将单台激光器定标到高功率、高能量指标的困难,摆脱大气对高能激光传输不予合作的困境^[7,28]。

1.1 激光在大气湍流中传输

1.1.1 广义惠更斯-菲涅耳原理

基于广义惠更斯-菲涅耳原理,已发展的几种简化模型(如:强起伏模型、Rytov 相位结构函数二次近似模型等)是常采用的解析方法^[29-32]。此外,利用维格纳分布函数(WDF)和积分变换的技巧等也可以得到解析结果^[33-36]。

根据广义惠更斯-菲涅耳原理,光束通过湍流大气传输 z 平面处的交叉谱密度函数为^[6]

$$\begin{aligned} \langle W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z) \rangle = & \left(\frac{k}{2\pi z} \right)^2 \iint d^2 r'_1 \iint d^2 r'_2 W(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, z=0) \exp \left\{ \frac{ik}{2z} \left[(\mathbf{r}'_1{}^2 - \mathbf{r}'_2{}^2) - 2(\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{r}'_2) \right] \right\} \times \\ & \langle \exp[\psi(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}_1, z) + \psi^*(\mathbf{r}'_2, \mathbf{r}_2, z)] \rangle_m \end{aligned} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{r}'_1 \equiv (x'_1, y'_1)$, $\mathbf{r}'_2 \equiv (x'_2, y'_2)$, $\mathbf{r}_1 \equiv (x_1, y_1)$, $\mathbf{r}_2 \equiv (x_2, y_2)$, 光束波数 $k = 2\pi/\lambda$ (λ 为波长), $\psi(\cdot)$ 表示大气湍流对球面波影响的随机相位因子, $\psi^*(\cdot)$ 为 $\psi(\cdot)$ 的复共轭。 $\langle \cdot \rangle_m$ 表示系综平均, 它表示为^[6]

$$\langle \exp[\psi(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}_1, z) + \psi^*(\mathbf{r}'_2, \mathbf{r}_2, z)] \rangle_m = \exp \left\{ -4\pi^2 k^2 z \int_0^1 \int_0^\infty \kappa \Phi_n(\kappa) \{ 1 - J_0[\kappa |(1-\xi)(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) + \xi(\mathbf{r}'_2 - \mathbf{r}'_1)|] \} d\kappa d\xi \right\} \quad (2)$$

式中: $J_0(\cdot)$ 为零阶贝塞尔函数, $\Phi_n(\kappa)$ 为湍流大气介质的折射率起伏空间谱密度函数, κ 为空间波数, ξ 为归一化距离变量。当 $\kappa \xi |(\mathbf{r}'_2 - \mathbf{r}'_1)| \ll 1$ 时, 式(2)可采用强起伏模型近似^[29-30]。值得指出的是, 式(2)还可以采用 Rytov 相位结构函数二次近似, 即^[37]

$$\langle \exp[\psi(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}_1, z) + \psi^*(\mathbf{r}'_2, \mathbf{r}_2, z)] \rangle_m = \exp \left[- \frac{(\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_2)^2 + (\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_2)(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) + (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)^2}{\rho_0^2} \right] \quad (3)$$

式中: $\rho_0 = (0.545 C_n^2 k^2 z)^{-3/5}$ 表示球面波在湍流介质中传输的相干长度, C_n^2 为大气折射率结构常数。在实验可观察的范围, Rytov 相位函数二次近似不会引起明显的实验上可观察到的测量偏差^[38]。利用强起伏模型和 Rytov 相位结构函数二次近似, 均可得到解析结果^[30,32]。

1932 年 Wigner E 为了描述相空间的一个力学现象引入了维格纳分布函数(WDF)^[39]。1968 年 Walther A 将 WDF 引入到光学领域^[40]。至今, WDF 的各阶矩被广泛用于描述光束在自由空间和大气湍流中传输的光束特征^[33-36]。

另外, WDF 对于处理部分相干光束是非常有用的, 它可以用交叉谱密度定义为^[41]

$$h(\mathbf{r}_s, \boldsymbol{\theta}, z) = \left(\frac{k}{2\pi}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} W(\mathbf{r}_s, \mathbf{r}_d, z) \exp(-ik\boldsymbol{\theta} \cdot \mathbf{r}_d) d^2\mathbf{r}_d \quad (4)$$

其中 $\mathbf{r}_s = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2$, $\mathbf{r}_d = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$, $\boldsymbol{\theta} = (\theta_x, \theta_y)$ 及 $k\theta_x$ 和 $k\theta_y$ 分别是波矢量沿 x 轴和 y 轴的分量。WDF 的 $l_1+l_2+m_1+m_2$ 阶矩可以表示为^[42]

$$\langle x^{l_1} y^{l_2} \theta_x^{m_1} \theta_y^{m_2} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x^{l_1} y^{l_2} \theta_x^{m_1} \theta_y^{m_2} h(\mathbf{r}_s, \boldsymbol{\theta}, z) d^2\mathbf{r}_s d^2\boldsymbol{\theta} / P \quad (5)$$

其中 $P = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(\mathbf{r}_s, \boldsymbol{\theta}, z) d^2\mathbf{r}_s d^2\boldsymbol{\theta}$ 是光束的总能量。从实验的观点看, 只有光束的一至四阶矩才有意义, 高于四阶矩存在很大的测量误差且难以测量^[43]。光束各阶矩可表征光束不同特征, 如: 四阶矩和三阶矩分别描述光束的平整度和偏斜度, 二阶矩可表征光束的束宽、远场发散角、曲率半径和传输因子 M^2 等, 一阶矩描述光束的重心。Weber H 教授研究了光束在二次折射率介质中传输的高阶矩, 并给出了高阶矩的表达式^[43]。此后, WDF 被广泛用于解析求解激光在湍流中的传输, 例如: Chu Xiuxiang 等人研究了艾里光束在大气湍流中的强度矩^[34], 笔者课题组推导出了部分相干光通过大气湍流中光学系统传输的光束高阶矩的解析公式^[35]、激光斜程大气湍流中传输的光束高阶矩的矩阵表达式^[44] 以及激光在海洋湍流中传输的光束高阶矩的解析公式^[45]。

若列阵光束各子光束间相干, 则 $W(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, z=0)$ 为源平面处列阵光束的交叉谱密度函数叠加; 若列阵光束各子光束是不相干, 各子光束独立传输, $W(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, z=0)$ 为一束子光束的交叉谱密度函数。研究表明: 在湍流强度较弱时, 相干合成光束在靶面上的能量集中度明显高于非相干合成的; 但若未采用自适应光学技术或光纤激光相控阵波前校正技术, 发射后未进行闭环控制, 那么相干合成的优势会随着湍流强度的增加而减弱^[28,31]。

1.1.2 多层相位屏法

多层相位屏法是数值求解激光在湍流介质中传输的重要研究方法之一。大气湍流中光传输的数值模拟的出发点是光传输的麦克斯韦波动方程, 傍轴近似下波动方程为^[19]

$$2ik \frac{\partial E}{\partial z} = \nabla_{\perp}^2 E + k^2 \left(\frac{n^2}{n_0^2} - 1 \right) E \quad (6)$$

式中: $\nabla_{\perp}^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$; n_0 和 n 是扰动前、后的折射率; E 为光场分布。把传输路径分为若干段(每段长 Δz), 利用泰勒级数和对称分裂算子, 由方程(6)可得^[19]

$$E^{l+1} = \exp\left(-\frac{i}{4k} \Delta z \nabla_{\perp}^2\right) \exp\left[-\frac{ik}{2} \int_z^{z+\Delta z} \left(\frac{n^2}{n_0} - 1\right) dz\right] \exp\left(-\frac{i}{4k} \Delta z \nabla_{\perp}^2\right) E^l \quad (7)$$

式中: E^l 和 E^{l+1} 分别是 z^l 和 $z^{l+1} = z^l + \Delta z$ 平面处的光场, l 表示传输路径中的第 l 段。式(7)右边的三个指数项有明显的物理含义, 其表明光场从 z^l 到 $z^{l+1} = z^l + \Delta z$ 传输分为 3 个阶段: (1) 光场在自由空间自由传输了 $\Delta z/2$ 距离(对应“ $\exp\left(-\frac{i}{4k} \Delta z \nabla_{\perp}^2\right)$ ”), (2) 附加大气湍流引起的畸变相位(薄相位屏置中间, 对应“ $\exp\left[-\frac{ik}{2} \int_z^{z+\Delta z} \left(\frac{n^2}{n_0} - 1\right) dz\right]$ ”), (3) 光场又在自由空间传输 $\Delta z/2$ 距离(对应“ $\exp\left(-\frac{i}{4k} \Delta z \nabla_{\perp}^2\right)$ ”)。这样, 采用多层相位屏即可描述激光在大气湍流中的传输, 这便是多层相位屏法的基本思想。

大气湍流相位屏的产生常用功率谱反演法, 其基本思想是: 用一个复高斯随机数矩阵对大气湍流的功率谱进行滤波, 再通过逆傅里叶变换得到大气扰动相位^[19,46]。但是该方法模拟的湍流相屏缺少部分低频率分量对应的功率谱, 从而使相屏的大尺度起伏产生误差, 因此必须对相屏进行低频补偿, 可以通过叠加低频次谐波来改善相屏大尺度统计特性^[47]。另外, 模拟大气湍流还可采用正交的泽尼克多项式作为展开基函数来获得相位分布^[48]。湍流大气模型的选取对大气物理特征描述至关重要, 如湍流的功率谱以及大气折射率结构常数等^[5-6]。

1.2 激光在大气热晕中传输

因合成光束能量较高, 大气热晕效应不可忽略。当一束高能激光在大气中传输时, 大气中的分子和气溶胶粒子会吸收激光而被加热膨胀, 密度减小, 导致局部折射率减小, 进而使激光束波前发生畸变, 这种非线性效应称为热晕效应。热晕效应会导致光束在传输过程中扭曲、发散和偏移, 严重地降低了靶面上激光光束质量。

1.2.1 稳态热晕解析解

热晕的解析解可反映稳态热晕下光斑的基本特征。根据几何光学, 激光束在沿 x 正轴均匀风 \mathbf{v} 的作用下, 传

输距离 z 后稳态热晕下畸变光强 $I(x,y,z)$ 解析表达式^[49]

$$\frac{I(x,y,z)}{I(x,y,0)e^{-\alpha z}} = \exp\left\{-\frac{2n_T\alpha}{n_0\rho_0c_p\nu} \int_0^z \int_0^z \left[\frac{\partial I}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \int_{-\infty}^x I dx' + \frac{1}{2I} \frac{\partial I}{\partial y} \int_{-\infty}^x \frac{\partial I}{\partial y} dx'\right] dz' dz''\right\} \quad (8)$$

式中： $I(x,y,0)$ 是源平面处光强分布，其中 ρ_0 、 c_p 、 α 、 n_T 和 ν 分别是大气密度、定压比热容、吸收系数、热光系数和大气风速。以上解析结果仅适用于准直光束近场传输(忽略衍射效应)且热晕效应较小的情况。但多数实际传输情况并不满足这些条件，而需要采用数值模拟方法。

1.2.2 热晕的数值模拟方法

傍轴近似下波动方程(式(6))和等压近似下的流体力学方程是描述大气热晕的基本方程。等压近似下的流体力学方程为^[19]

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \rho_1 = -\frac{(\gamma-1)\alpha}{c_s^2} I \quad (9)$$

式中： c_s 为声速， ρ_1 为大气扰动密度， γ 为比热容比。对于大气热晕问题，光传输方程(6)依然采用多层相位屏法处理，其中相位畸变是由大气介质受热引起的折射率变化决定；方程(9)通常采用差分法处理。这样，可编制合成光束大气传输的含时四维模拟仿真程序^[19,50]。

2 大气湍流效应对列阵合成激光传输特性和光束质量的影响

2.1 湍流效应对列阵合成激光光强分布的影响

大气湍流会改变激光束光强分布^[51-53]。在统计平均意义上，一般光束在大气湍流中传输最终都会成为类高斯分布。随着传输距离 z 的增加，通常离轴列阵光束(如：高斯列阵光束^[32]，部分相干厄米高斯(H-G)列阵光束^[54])会经历3个阶段，即：与入射场类似的分布，接着随着 z 增加为平顶分布，最后在远场为类高斯分布。并且，湍流使得列阵光束传输所经历的三阶段的进程加快(见图1)。图1为部分相干H-G列阵光束在大气湍流中传输的相对光强分布， w_0 为光束束宽。当 $C_n^2=0$ (自由空间中)时，光束轮廓与入射场类似；当 $C_n^2=5 \times 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$ 时，光束轮廓变为平顶分布；当湍流足够强时($C_n^2=3 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$)，光束轮廓变为类高斯分布。

2.2 湍流效应对列阵合成激光光束质量的影响

众所周知，大气湍流会导致光束质量下降，对此已有许多研究^[55-59]。激光远场发散角的大小决定光束可传输多远而不显著发散，它也与可聚焦多少功率有关，是激光许多实际应用中常用参数^[60]。利用广义惠更斯-菲涅耳原理以及积分变换技巧，笔者课题组推导了GSM列阵光束在大气湍流中传输的远场发散角的解析表达式^[58]

$$\theta_{s-s}(z) = \sqrt{G/k^2 + Fz^{6/5}} \quad (10)$$

$$\theta_{s\text{-inco}}(z) = \sqrt{\frac{4}{k^2} \left(\frac{1}{w_0^2} + \frac{1}{\sigma_0^2} \right) + Fz^{6/5}} \quad (11)$$

式中： θ_{s-s} 为交叉光谱密度叠加的远程发散角， $\theta_{s\text{-inco}}$ 为光强叠加下的远场发散角，参数 G 与相干长度 σ_0 、束宽 w_0 、子光束数 N 和子光束间距 x_d 有关^[58]； $F=8(0.545C_n^2)^{6/5}k^{2/5}$ ，描述湍流对光束影响的强弱。式(10)和式(11)分别对应于交叉谱密度叠加和光强叠加(非相干合成)两种方式。

当 $F=0$ 时，公式(10)和(11)简化为自由空间中的结果。由式(11)知，湍流对光强叠加的GSM列阵光束远场发散角的影响大小与子光束数 N 和子光束间距 x_d 无关。图2为GSM列阵光束远场发散角随着子光束数的变化曲线(实线为交叉谱密度函数叠加，虚线为光强叠加)。由该图可知：交叉谱密度叠加GSM列阵光束的远场发散角小于光强叠加的GSM列阵光束，但更易受湍流的影响^[58]。

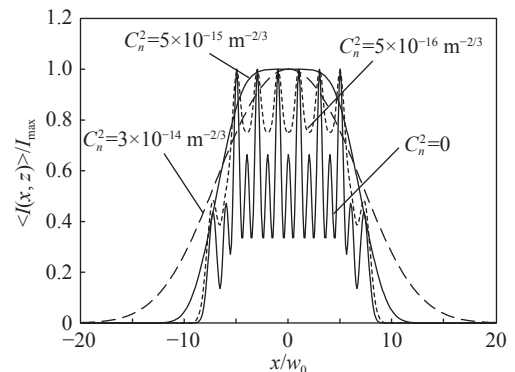


Fig. 1 Relative intensity distribution of partially coherent H-G array beams^[54]

图1 大气湍流中部分相干H-G列阵光束的相对光强分布^[54]

光束的方向性可用远场辐射强度分布或远场发散角来描述^[61]。对于单束 GSM 光束来说,两种描述是一致的^[62]。Shirai T 等人研究表明:在一定条件下,自由空间和湍流大气中都存在与高斯光束具有相同远场发散角的等价 GSM 光束^[57]。笔者课题组推导出了 GSM 列阵光束与单束高斯光束具有相同远场发散角的条件是^[58]

$$G = 4 \left(\frac{1}{w_0^2} + \frac{1}{\sigma_0^2} \right) = \frac{4}{w_{0Gs}^2} \quad (12)$$

式中: w_{0Gs} 是等价高斯光束的束腰。式(12)表明,该条件与大气湍流无关。

图 3 为二阶矩束宽 $w(z)$ 随传输距离 z 变化曲线,其中 a 和 b 对应于单束高斯光束和 GSM 光束, c 和 d 对应于不同的光强叠加的列阵 GSM 光束, e 和 f 对应于不同的交叉谱密度叠加的列阵 GSM 光束。实线和虚线分别对应于湍流 ($C_n^2 = 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$) 和自由空间中的情况。由此可知,在公式(12)

下,交叉谱密度叠加和光强叠加的列阵 GSM 光束均可以获得与单束高斯光束相同的方向性。

光束等相面的曲率半径是描述光束特性的重要参数。1992 年, Miguel A P 等指出对于实际非球面和非高斯等相面可以采用球面拟合的方法,但是很难得到解析表达式^[63]。2002 年, Ricklin J C 等人利用互相干函数给出了 GSM 光束在大气湍流中的曲率半径公式^[64]。采用等效曲率半径的概念^[41],并利用积分变换技巧,笔者课题组推导了相干合成和非相干合成的径向高斯列阵光束在大气湍流中的等效曲率半径的解析公式,分别表示为^[59]

$$R_{co} = \frac{A + (B/k^2)z^2 + (4/3)Tz^3}{(B/k^2)z + 2Tz^2} \quad (13)$$

$$R_{inco} = \frac{w_0^2(1/2 + r_0'^2) + (2/k^2 w_0^2)z^2 + (4/3)Tz^3}{(2/k^2 w_0^2)z + 2Tz^2} \quad (14)$$

式中: R_{co} 和 R_{inco} 分别为相干合成和非相干合成情况下等效曲率半径; A 、 B 为传输矩阵元素, $T = \pi^2 \int_0^\infty \kappa^3 \Phi_n(\kappa) d\kappa$; r_0' 为填充因子。

图 4 为相干和非相干合成的高斯列阵光束在大气湍流中传输等效曲率半径 R 随径向填充因子 r_0' 的变化曲线。由图可知:湍流使得两种合成方式的高斯列阵光束的等效曲率半径减小。当湍流足够强且传输距离足够远时,相干合成的高斯列阵光束的等效曲率半径随径向填充因子的变化会出现一个极小值^[59]。此外,相干合成时,在

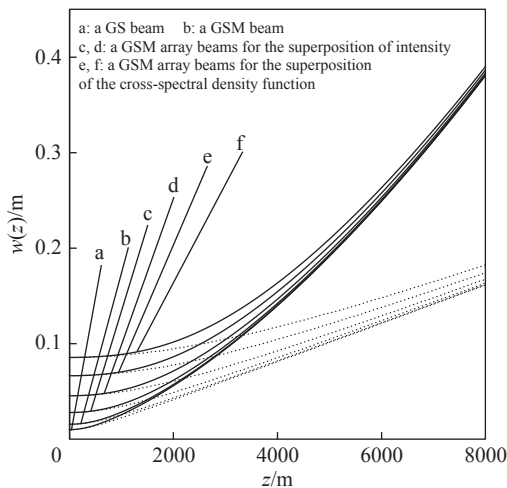


Fig. 3 Mean-squared width of GSM array beams versus the propagation distance^[58]

图 3 GSM 列阵光束的二阶矩束宽随传输距离变化^[58]

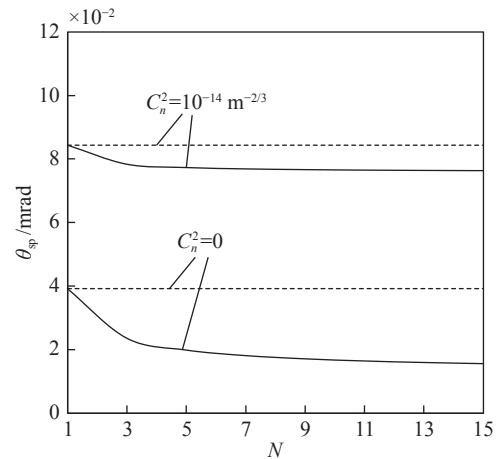


Fig. 2 Angular spread of GSM array beams versus the beam number^[58]

图 2 高斯-谢尔模型 (GSM) 列阵光束的远场发散角随光束数的变化^[58]

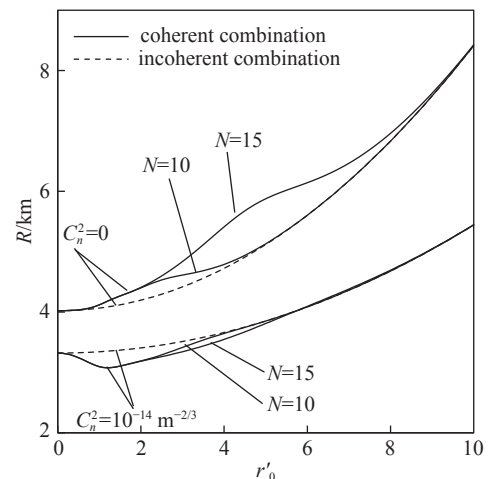


Fig. 4 Effective curvature radius of Gaussian array beams versus the radial fill-factor^[59]

图 4 高斯列阵光束的等效曲率半径随径向填充因子的变化^[59]

自由空间中高斯列阵光束的 R 随子光束数目 N 的增加而增加,但是在湍流大气中高斯列阵光束的 R 随 N 的增加而减小^[59]。

2002年, Gbur G 和 Wolf E 提出采用湍流距离来定量表征大气湍流对光束扩展的影响^[65]。湍流距离 z_T 定义为^[65]

$$\frac{w^2(z_T) - w^2(z_T)|_{\text{free}}}{w^2(z_T)} = \eta \quad (15)$$

式中: $w^2(z_T)$ 和 $w^2(z_T)|_{\text{free}}$ 分别为在湍流和自由空间中的二阶矩束宽, η 是小的正常数(如 $0 < \eta \leq 0.1$), 其取值取决于实际应用中的要求, 湍流距离 z_T 表示由于大气湍流导致的光束横截面积扩展达 η 倍的传输距离。当 $z < z_T$ 时, 光束受湍流影响较小。当 η 为定值时, z_T 越大意味着光束受湍流影响越小。采用积分变换技巧, 笔者课题组分别推导了 GSM 列阵光束和高斯列阵光束的湍流距离的解析表达式^[16, 66]。

图 5 为 GSM 列阵光束的湍流距离 z_T 随初始束宽 w_0 的变化曲线, 其中 z_R 为瑞利区间。图 5 表明: 交叉谱密度叠加的 z_T 比光强叠加的小, 即交叉谱密度叠加比光强叠加的 GSM 列阵光束的扩展更易受大气湍流的影响。当 $z_T \gg z_R$ 时, z_T 随 w_0 的增大而减小(见 图 5(a)); 当 $z_T \ll z_R$ 时, z_T 随 w_0 的增大而增大, 但交叉谱密度叠加对应的 z_T 随着 w_0 变化很小(见 图 5(b))。

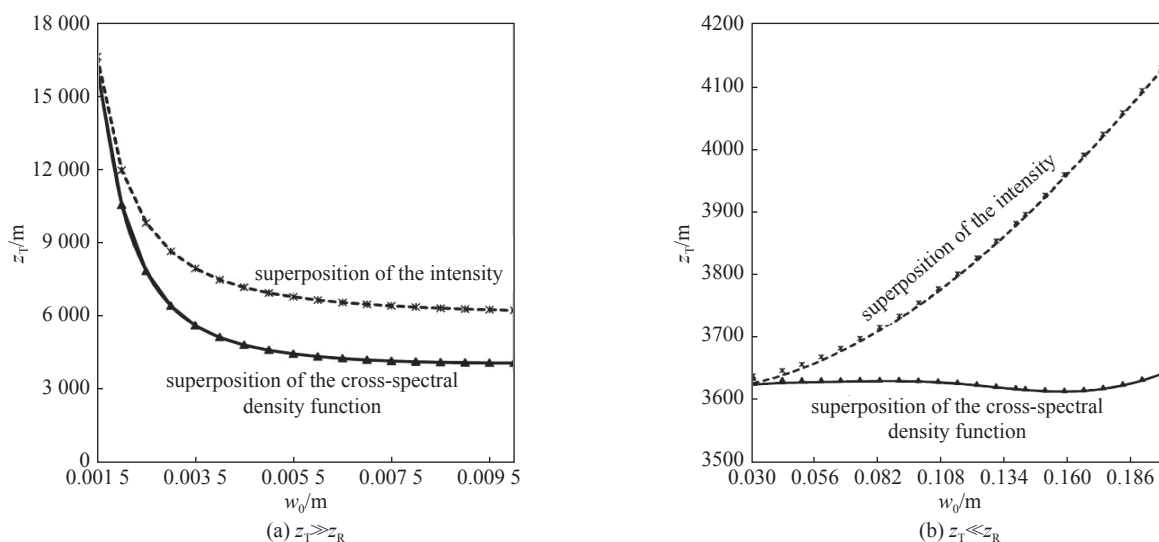


Fig. 5 Turbulence distance of GSM array beams versus the waist width^[16]

图 5 GSM 列阵光束的湍流距离随束腰宽度的变化^[16]

3 大气热晕效应对列阵合成激光传输特性和光束质量的影响

3.1 热晕效应对列阵合成激光光强分布的影响

近来, 共形光学系统中多孔径构成的列阵光束被广泛研究。填充因子是决定列阵激光光束质量的重要因素^[67-68]。N.R.Van Zandt 等人研究了中央被遮挡了的多光束系统, 并且指出填充因子对相控阵系统的传输效率影响很大^[67]。笔者课题组采用数值模拟方法研究了填充因子对列阵激光束热晕效应的影响^[25]。

图 6 为不同填充因子下的高斯列阵光束的光强分布, 其中 f_s 是孔径填充因子, f_c 是共形填充因子; CBC 表示相干合成, IBC 表示非相干合成。图 6 表明: 列阵光束在风控热晕下依然是典型的月牙分布。孔径填充因子 f_s 和共形填充因子 f_c ($f_c < 3$) 越大, 列阵光束受热晕影响越小。CBC 的列阵光束比 IBC 的受热晕影响更大。此外, 随 f_s 减小或 f_c 增大, 相干合成列阵光强峰值数减少; 但是非相干合成列阵始终保持一个峰值。列阵光束的光斑尺寸随 f_s 增大而减小, 但是其几乎与 f_c 无关。

3.2 热晕效应对列阵合成激光光束质量的影响

3.2.1 传输效率

桶中功率 (PIB) 是描述远场光束能量集中度的重要参数, 它定义为远场某一给定尺寸的“桶”中所围住的激光功率占总功率的份额^[69]。传输效率 J_{PIB} 可定义为靶面包含于衍射极限半径 b_T 内能量与源平面能量之比^[68]

$$J_{\text{PIB}} = \frac{\int_{r \leq b_T} I(r, z) d^2 r}{\int_{r \leq \infty} I(r, 0) d^2 r} \quad (16)$$

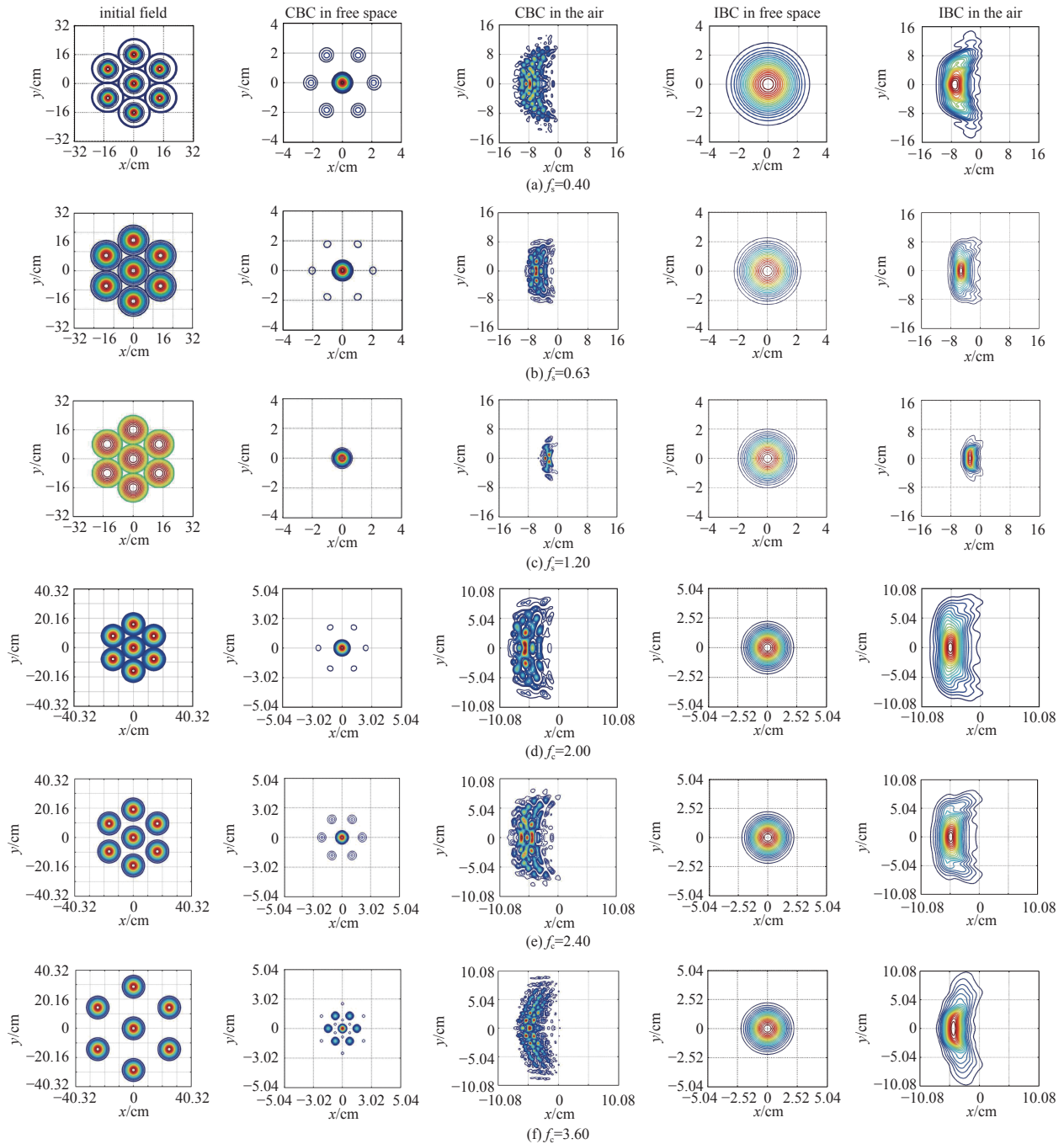


Fig. 6 For different values of fill factors, intensity distributions of Gaussian array beams^[25]

图6 不同填充因子下, 高斯阵列光束的光强分布^[25]

其中, $\mathbf{r} \equiv (x, y)$ 。研究表明^[25]: 相干合成的高斯阵列光束最大光强 I_{\max} 始终大于非相干合成的, 但是由于热晕效应的影响, 相干合成的传输效率 J_{PIB} 并不总是大于非相干合成的; 达到最大传输效率的最优填充因子的值随着激光功率的增大而增大, 但是达到最大峰值的最优填充因子几乎与激光功率无关。

3.2.2 光束重心偏移

在风控热晕效应下, 来风方向的空气密度较低, 光束会向来风方向偏折。光束重心可以用来描述光斑的偏移程度, 定义为

$$\bar{j} = \frac{\iint jI(x, y, z) dx dy}{\iint I(x, y, z) dx dy} \quad (17)$$

式中: $j = x, y$ 。 $|\bar{j}|$ 越大表明光斑漂移越大。

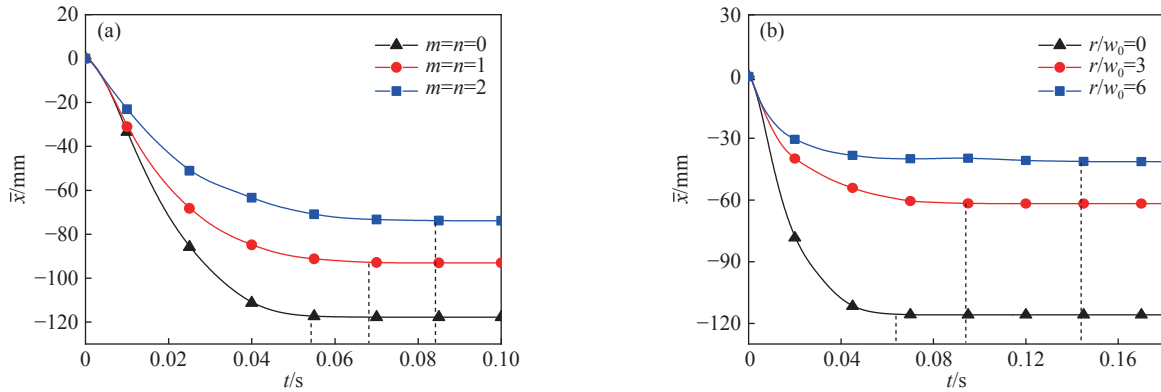


Fig. 7 Centroid position of H-G array beams versus time [26]

图 7 H-G 列阵光束的光束重心偏移量随时间的变化 [26]

2013 年, Banakh V A 等人通过对三束高斯列阵光束大气传输的研究表明: 热晕造成的光束偏移与传输路径上的湍流强度无关^[21]。笔者课题组研究了风控热晕对 H-G 列阵光束和平顶列阵光束的光束重心偏移的影响^[26-27]。研究表明: 平顶列阵光束比高斯列阵光束重心偏移量更小^[27]。图 7 为 H-G 列阵光束的光束重心偏移量 \bar{x} 随时间 t 变化。由图 7 可知: 随着时间的增加, 光束重心偏移先是增加, 而后逐渐趋近于一个稳定值。此外, 列阵光束的模式数 (n 、 m) 越高或光束间距 (r/w_0) 越大, 热晕效应越小, 光束重心偏移量越小^[26]。

3.2.3 热晕的时间尺度

随着大气中的分子和气溶胶粒子吸收激光能量的时间的增加, 热晕效应增强。但是当介质对激光能量的吸收与对流风导致的能量传输达到平衡时, 热晕效应到达稳态, 光束质量不再随时间变化^[17,50]。如图 7 所示, 光束重心随着时间逐渐趋近于一个稳定值, 即热晕效应达到稳态。陈栋泉等人研究指出: 热晕达到稳态的时间与风速成反比, 与光束初始束宽成正比^[50]。

2020 年, 笔者课题组验证了非相干合成 H-G 列阵光束达到稳态热晕的时间与列阵光束初始束宽的关系^[26]。图 8 为到达稳态热晕时间 t_s 随模式数 m 和光束间距 r/w_0 的变化曲线。图 8 表明: H-G 列阵光束的模式数越高或光束间距越大 (即其初始束宽越大), 到达稳态的时间越长^[26]。这与文献 [50] 的结论一致。

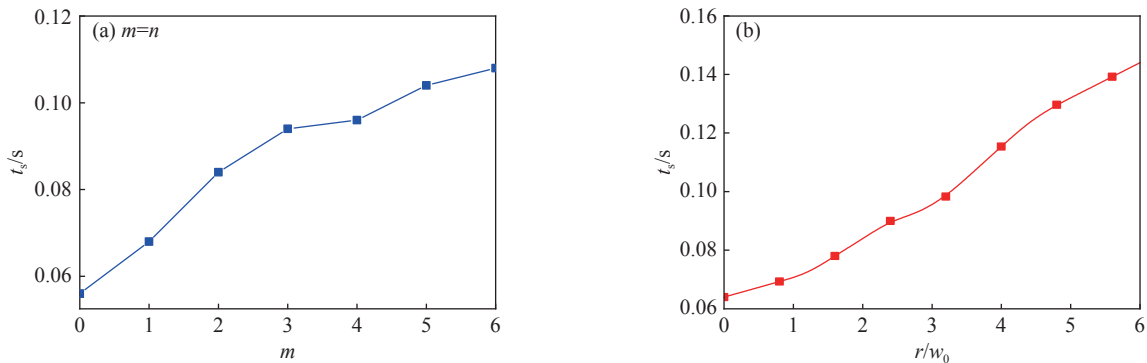


Fig. 8 Steady-state time versus the mode order (a) and the radial fill factor (b) [26]

图 8 到达稳态时间随 (a) 模式数和 (b) 光束间距的变化 [26]

3.2.4 光束的焦移

由于热晕效应的等效负透镜作用, 致使光束发散。因此, 光束聚焦位置将发生变化, 使光束不再聚焦于几何焦点处 (即发生焦移)。研究光束实际聚焦位置对提高靶面激光功率密度具有意义。2002 年, 万敏等人用薄透镜组合的近似方法研究了大气中热晕效应对激光聚焦的影响, 研究表明: 上行传输时热晕将导致焦点向远离发射点方向移动; 在下行传输时热晕将导致焦点向靠近发射点方向移动。该近似方法非常直观地揭示了热晕效应引起光束焦移的本质^[70]。

笔者课题组研究了非相干合成 H-G 列阵光束的焦移问题^[26]。图 9 为 H-G 列阵光束在传输过程中的包含 86.5% 能量的束宽 $w_{86.5\%}$ 随传输距离 z 的变化。由图 9 可知: 随着激光功率 P 的增加或大气风速 v 的减小, H-G 列阵光束的 $w_{86.5\%}$ 极小值越大, 实际焦点位置越远离靶面 ($w_{86.5\%}$ 极小值位置定义为实际焦点位置)。这是因为功率增加

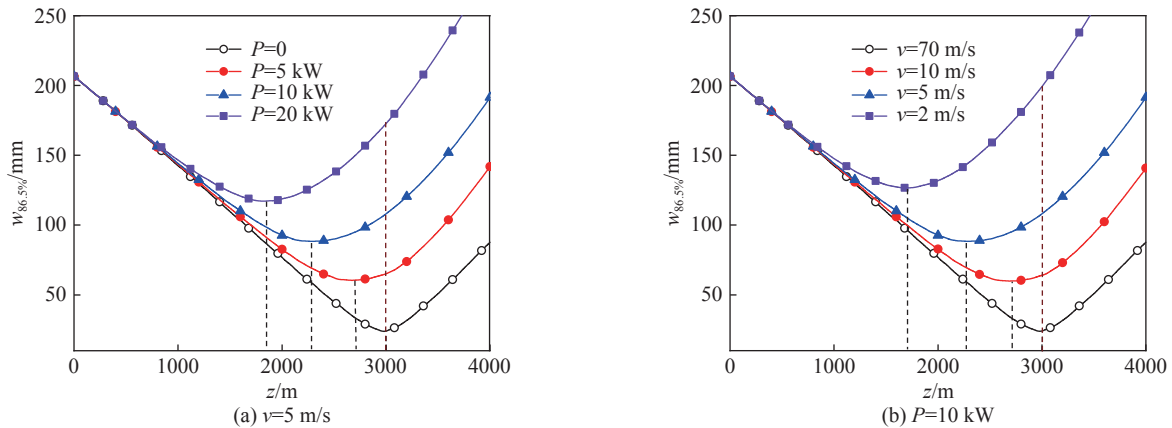


Fig. 9 Beam width of H-G array beams versus propagation distance^[26]

图 9 H-G 列阵光束的束宽随传输距离的变化^[26]

(或者风速减小), 则热晕增强, 使得其光束的焦点移动增大, 并且束宽扩展变大^[26]。

4 结 论

本文介绍了大气湍流和热晕效应对列阵合成激光传输特性和光束质量影响的理论研究进展。主要介绍研究合成激光在大气中传输的解析和数值模拟方法。以光强、远场发散角、方向性、曲率半径和湍流距离为评价参数, 介绍了大气湍流效应对列阵合成光束的传输特性和靶面光束质量的影响。以光强、传输效率、光束重心偏移、热晕时间尺度和焦移为评价参数, 介绍了大气热晕效应对列阵合成光束的传输特性和靶面光束质量的影响。研究表明, 大气湍流和热晕效应对列阵合成激光光束质量的影响与光束合成方式、合成光束参数以及大气参数密切相关。

合成激光大气传输是一个非常复杂的问题, 并且大气湍流效应与热晕效应互相耦合。实际应用中, 合成激光大气传输的仿真模拟需要同时考虑衍射效应、湍流效应、热晕效应、跟踪抖动和扫描等综合效应。由于其复杂性, 目前综合效应对合成激光传输特性和光束质量影响的报道较少, 合成激光大气斜程传输的研究也鲜少报道。另一方面, 海洋大气湍流和热晕效应对合成激光光束质量的影响也是一个值得研究的课题。此外, 合成激光大气传输比单束激光大气传输数值模拟计算量要大得多, 如何优化算法也是亟待解决的问题。总之, 研究合成激光束在大气中传输具有重要的理论和实际应用意义。

参考文献:

- [1] Lü Baida, Ma Hong. Coherent and incoherent combinations of off-axis Gaussian beams with rectangular symmetry[J]. *Optics Communications*, 1999, 171(4/6): 185-194.
- [2] 季小玲, 李晓庆. 高斯-谢尔模型列阵光束的远场发散角和远场辐射强度[J]. *物理学报*, 2009, 58(7): 4624-4629. (Ji Xiaoling, Li Xiaoqing. The far-field divergence angle and the far-field radiant intensity distribution of Gaussian Schell-model array beams[J]. *Acta Physica Sinica*, 2009, 58(7): 4624-4629)
- [3] Lü Baida, Ma Hong. Coherent and incoherent off-axis Hermite-Gaussian beam combinations[J]. *Applied Optics*, 2000, 39(8): 1279-1289.
- [4] Ren Zhijun, Wu Qiong, Shi Yile, et al. Production of accelerating quad Airy beams and their optical characteristics[J]. *Optics Express*, 2014, 22(12): 15154-15164.
- [5] 饶瑞中. 现代大气光学[M]. 北京: 科学出版社, 2012. (Rao Ruizhong. Modern atmospheric optics[M]. Beijing: Science Press, 2012)
- [6] Andrews L C, Phillips R L. Laser beam propagation through random media[M]. 2nd ed. Bellingham: SPIE Press, 2005.
- [7] 王英俭, 范承玉, 魏合理. 激光在大气和海水中的传输及应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2015. (Wang Yingjian, Fan Chengyu, Wei Heli. Laser beam propagation and applications through the atmosphere and sea water[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2015)
- [8] Sprangle P, Hafizi B, Ting A, et al. High-power lasers for directed-energy applications[J]. *Applied Optics*, 2015, 54(31): F201-F209.
- [9] Wu Shuyun, Luo Xi, Li Xinyang. Adaptive optics for reduction of thermal blooming effects by the phase compensation[J]. *Journal of Russian Laser Research*, 2020, 41(4): 413-423.
- [10] Weyrauch T, Vorontsov M A, Carhart G W, et al. Experimental demonstration of coherent beam combining over a 7 km propagation path[J]. *Optics Letters*, 2011, 36(22): 4455-4457.
- [11] Baykal Y. Field correlations of laser arrays in atmospheric turbulence[J]. *Applied Optics*, 2014, 53(7): 1284-1289.
- [12] Zhou Pu, Ma Yanxing, Wang Xiaolin, et al. Average intensity of a partially coherent rectangular flat-topped laser array propagating in a turbulent atmosphere[J]. *Applied Optics*, 2009, 48(28): 5251-5258.

- [13] Yuan Yangsheng, Cai Yangjian. Scintillation index of a flat-topped beam array in a weakly turbulent atmosphere[J]. *Journal of Optics*, 2011, 13: 125701.
- [14] Wang Kuilong, Zhao Chengliang. Propagation properties of a radial phased-locked partially coherent anomalous hollow beam array in turbulent atmosphere[J]. *Optics & Laser Technology*, 2014, 57: 44-51.
- [15] Li Xiaoqing, Ji Xiaoling. Angular spread and directionality of the Hermite-Gaussian array beam propagating through atmospheric turbulence[J]. *Applied Optics*, 2009, 48(22): 4338-4347.
- [16] Li Xiaolei, Ji Xiaoling, Eyyuboğlu H T, et al. Turbulence distance of radial Gaussian Schell-model array beams[J]. *Applied Physics B*, 2010, 98(2): 557-565.
- [17] Gebhardt F G. Twenty-five years of thermal blooming: an overview[C]//Proceedings of SPIE 1221, Propagation of High-Energy Laser Beams Through the Earth's Atmosphere. 1990: 2-25.
- [18] Smith D C. High-power laser propagation: Thermal blooming[J]. *Proceedings of the IEEE*, 1977, 65(12): 1679-1714.
- [19] Fleck J A, Morris J R, Feit M D. Time-dependent propagation of high energy laser beams through the atmosphere[J]. *Applied Physics*, 1976, 10(2): 129-160.
- [20] 强希文, 王铁良, 吴乃清. 多光束激光大气传输[J]. *光电子技术*, 1999, 19(3): 167-172. (Qiang Xiwen, Wang Tieliang, Wu Naiqing. Multi-laser-beams atmospheric propagation[J]. *Optoelectronic Technology*, 1999, 19(3): 167-172)
- [21] Banakh V A, Falits A V. Numerical simulation of propagation of laser beams formed by multielement apertures in a turbulent atmosphere under thermal blooming[J]. *Atmospheric and Oceanic Optics*, 2013, 26(6): 455-465.
- [22] Spencer M F, Hyde IV M W. Phased beam projection from tiled apertures in the presence of turbulence and thermal blooming[C]//Proceedings of SPIE 8877, Unconventional Imaging and Wavefront Sensing 2013. 2013: 887703.
- [23] Zhang Yuqiu, Hou Tianyue, Chang Hongxiang, et al. Thermal blooming effect and the scaling laws of partial spatially coherent beam array propagating through the atmosphere[J]. *Results in Physics*, 2021, 26: 104444.
- [24] Qiu Die, Tian Boyu, Ting He, et al. Mitigation of thermal blooming by rotating laser beams in the atmosphere[J]. *Applied Optics*, 2021, 60(27): 8458-8465.
- [25] Li Xiaoqing, Cao Jianyong, Ding Zhoulin, et al. Influence of fill factors on the thermal blooming of array laser beams in the air[J]. *Optik*, 2019, 182: 314-323.
- [26] Ding Zhoulin, Li Xiaoqing, Cao Jianyong, et al. Influence of thermal blooming on the beam quality of an array of Hermite-Gaussian beams propagating in the atmosphere[J]. *Applied Optics*, 2020, 59(34): 10944-10952.
- [27] 李晓庆, 曹建勇, 丁洲林, 等. 列阵平顶光束大气传输的热晕效应[J]. *光学学报*, 2019, 39: 0126020. (Li Xiaoqing, Cao Jianyong, Ding Zhoulin, et al. Thermal blooming effect of flat-topped laser beam array propagating through atmosphere[J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39: 0126020)
- [28] 刘泽金, 周朴, 许晓军, 等. 高平均功率光纤激光相干合成[M]. 北京: 国防工业出版社, 2016. (Liu Zejin, Zhou Pu, Xu Xiaojun, et al. Coherent beam combining of high average power fiber lasers[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2016)
- [29] Shirai T, Dogariu A, Wolf E. Mode analysis of spreading of partially coherent beams propagating through atmospheric turbulence[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2003, 20(6): 1094-1102.
- [30] Ji Xiaoling, Zhang Entao, Lü Baida. Changes in the spectrum of Gaussian Schell-model beams propagating through turbulent atmosphere[J]. *Optics Communications*, 2006, 259(1): 1-6.
- [31] 季小玲, 李晓庆. 湍流对离轴列阵高斯光束相干与非相干合成的影响[J]. *物理学报*, 2008, 57(12): 7674-7679. (Ji Xiaoling, Li Xiaoqing. Influence of turbulence on the coherent and incoherent combinations of off-axis Gaussian beams[J]. *Acta Physica Sinica*, 2008, 57(12): 7674-7679)
- [32] Ji Xiaoling, Zhang E T, Lü B D. Propagation of multi-Gaussian beams in incoherent combination through turbulent atmosphere and their beam quality[J]. *Journal of Modern Optics*, 2006, 53(15): 2111-2127.
- [33] Dragoman D. Higher-order moments of the Wigner distribution function in first-order optical systems[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 1994, 11(10): 2643-2646.
- [34] Chu Xiuxiang. Evolution of an Airy beam in turbulence[J]. *Optics Letters*, 2011, 36(14): 2701-2703.
- [35] Li Xiaoqing, Ji Xiaoling. Propagation of higher-order intensity moments through an optical system in atmospheric turbulence[J]. *Optics Communications*, 2013, 298-299: 1-7.
- [36] Dan Youquan, Zhang Bin. Second moments of partially coherent beams in atmospheric turbulence[J]. *Optics Letters*, 2009, 34(5): 563-565.
- [37] Wang S C H, Plonus M A, Ouyang C F. Irradiance scintillations of a partially coherent source in extremely strong turbulence[J]. *Applied Optics*, 1979, 18(8): 1133-1135.
- [38] Leader J C. Atmospheric propagation of partially coherent radiation[J]. *Journal of the Optical Society of America*, 1978, 68(2): 175-185.
- [39] Wigner E. On the quantum correction for thermodynamic equilibrium[J]. *Physical Review*, 1932, 40(5): 749-759.
- [40] Walther A. Radiometry and coherence[J]. *Journal of the Optical Society of America*, 1968, 58(9): 1256-1259.
- [41] Ozaktas H M, Kutay M A, Zalevsky Z. The fractional Fourier transform with applications in optics and signal processing[M]. New York: John Wiley & Sons, 2000.
- [42] Martínez-Herrero R, Mejias P M, Weber H. On the different definitions of laser beam moments[J]. *Optical and Quantum Electronics*, 1993, 25(6): 423-428.
- [43] Weber H. Propagation of higher-order intensity moments in quadratic-index media[J]. *Optical and Quantum Electronics*, 1992, 24(9): S1027-S1049.
- [44] Li Xiaoqing, Ji Xiaoling, Wang Tao, et al. Matrix formulation of higher-order moments of partially coherent beams propagating through atmospheric turbulence along a slanted path[J]. *Journal of Optics*, 2013, 15: 125720.
- [45] Yang Ting, Ji X Liaoling, Li Xiaoqing, et al. Changes of skewness and sharpness of partially coherent decentered annular beams on propagation[J]. *Optics Communications*, 2016, 359: 146-156.

- [46] 江少恩, 孙景文. 激光大气传输非线性效应数值模拟与分析[J]. *中国激光*, 1996, 23(2): 144-150. (Jiang Shaoen, Sun Jingwen. Simulation and analysis of nonlinear effect of laser atmospheric propagation[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 1996, 23(2): 144-150)
- [47] Herman B J, Strugala L A. Method for inclusion of low-frequency contributions in numerical representation of atmospheric turbulence[C]//Proceedings of SPIE. 1990: 183-192.
- [48] Dai Guangming, Mahajan V N. Zernike annular polynomials and atmospheric turbulence[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2007, 24(1): 139-155.
- [49] Gebhardt F G, Smith D C. Self-induced thermal distortion in the near field for a laser beam in a moving medium[J]. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 1971, 7(2): 63-73.
- [50] 陈栋泉, 李有宽, 徐锡申, 等. 激光大气传输中热晕的数值模拟[J]. *强激光与粒子束*, 1993, 5(2): 243-252. (Chen Dongquan, Li Youkuan, Xu Xishen, et al. Numerical simulation of thermal blooming in atmospheric laser propagation[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 1993, 5(2): 243-252)
- [51] Young C Y, Gilcrest Y V, Macon B R. Turbulence induced beam spreading of higher order mode optical waves[J]. *Optical Engineering*, 2002, 41(5): 1097-1103.
- [52] Cai Yangjian, He Sailing. Average intensity and spreading of an elliptical Gaussian beam propagating in a turbulent atmosphere[J]. *Optics Letters*, 2006, 31(5): 568-570.
- [53] Eyyuboğlu H T, Baykal Y, Sermtulu E. Convergence of general beams into Gaussian intensity profiles after propagation in turbulent atmosphere[J]. *Optics Communications*, 2006, 265(2): 399-405.
- [54] Li Xiaoqing, Chen Xiaowen, Ji Xiaoling. Influence of atmospheric turbulence on the propagation of superimposed partially coherent Hermite-Gaussian beams[J]. *Optics Communications*, 2009, 282(1): 7-13.
- [55] Mahdih M H. Numerical approach to laser beam propagation through turbulent atmosphere and evaluation of beam quality factor[J]. *Optics Communications*, 2008, 281(13): 3395-3402.
- [56] Dan Youquan, Zhang Bin. Beam propagation factor of partially coherent flat-topped beams in a turbulent atmosphere[J]. *Optics Express*, 2008, 16(20): 15563-15575.
- [57] Shirai T, Dogariu A, Wolf E. Directionality of Gaussian Schell-model beams propagating in atmospheric turbulence[J]. *Optics Letters*, 2003, 28(8): 610-612.
- [58] Ji Xiaoling, Pu Zhengcai. Angular spread of Gaussian Schell-model array beams propagating through atmospheric turbulence[J]. *Applied Physics B*, 2008, 93(4): 915-923.
- [59] Ji Xiaoling, Eyyuboğlu H T, Baykal Y. Influence of turbulence on the effective radius of curvature of radial Gaussian array beams[J]. *Optics Express*, 2010, 18(7): 6922-6928.
- [60] 吕百达. 激光光学[M]. 3版. 北京: 高等教育出版社, 2003. (Lü Baida. Laser optics[M]. 3rd ed. Beijing: Higher Education Press, 2003)
- [61] Wolf E, Collett E. Partially coherent sources which produce the same far-field intensity distribution as a laser[J]. *Optics Communications*, 1978, 25(3): 293-296.
- [62] 季小玲. 大气湍流对激光束传输特性的影响[J]. *四川师范大学学报(自然科学版)*, 2012, 35(1): 127-136. (Ji Xiaoling. Influence of the atmospheric turbulence on propagation properties of laser beams[J]. *Journal of Sichuan Normal University (Natural Science)*, 2012, 35(1): 127-136)
- [63] Porras M A, Alda J, Bernabeu E. Complex beam parameter and ABCD law for non-Gaussian and nonspherical light beams[J]. *Applied Optics*, 1992, 31(30): 6389-6402.
- [64] Ricklin J C, Davidson F M. Atmospheric turbulence effects on a partially coherent Gaussian beam: implications for free-space laser communication[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2002, 19(9): 1794-1802.
- [65] Gbur G, Wolf E. Spreading of partially coherent beams in random media[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2002, 19(8): 1592-1598.
- [66] 陆璐, 季小玲, 邓金平, 等. 非Kolmogorov大气湍流对高斯阵列光束扩展的影响[J]. *物理学报*, 2014, 63: 014207. (Lu Lu, Ji Xiaoling, Deng Jinping, et al. Influence of non-Kolmogorov turbulence on the spreading of Gaussian array beams[J]. *Acta Physica Sinica*, 2014, 63: 014207)
- [67] Van Zandt N R, Cusumano S J, Bartell R J, et al. Comparison of coherent and incoherent laser beam combination for tactical engagements[J]. *Optical Engineering*, 2012, 51: 104301.
- [68] Zhou Pu, Wang Xiaolin, Ma Yanxing, et al. Optimal truncation of element beam in a coherent fiber laser array[J]. *Chinese Physics Letters*, 2009, 26: 044206.
- [69] Siegman A E. How to (Maybe) measure laser beam quality[C]//OSA Trends in Optics and Photonics. 1998: 184-199.
- [70] 万敏, 苏毅. 大气热晕效应引起的激光焦移的计算与分析[J]. *计算物理*, 2002, 19(5): 449-452. (Wan Min, Su Yi. Computation and analysis on focus shift of laser caused by atmospheric thermal blooming[J]. *Chinese Journal of Computational Physics*, 2002, 19(5): 449-452)