



·惯性约束聚变物理与技术·

强聚焦条件下连续位相板散斑特性的矢量分析*

杨春林

(中国工程物理研究院 激光聚变研究中心, 四川 绵阳 621900)

摘要: 连续位相板 (CPP) 经过透镜聚焦后, 在焦平面上形成一个散斑场, 散斑场的统计性质决定了 CPP 的束匀滑特性。当使用大数值孔径透镜聚焦后, 傍轴近似不再成立, 因此分析 CPP 焦斑特性时标量衍射理论不再适用。采用 Richard-Wolf 矢量衍射理论对强聚焦条件下的 CPP 焦斑进行了计算, 在此基础上分析了矢量焦斑场的统计特性, 讨论了焦斑的轮廓。结果表明, 由于非近轴的原因, 矢量分析得到的焦斑尺寸略大, 且通过矢量分析后能够得到 z 轴方向的光场分量。散斑场的振幅分布满足瑞利分布特性, 强度分布满足负指数分布特性, 且矢量合成方向的光强分布会略微偏离负指数分布特性。

关键词: 连续位相板; 散斑; 强聚焦; 矢量衍射

中图分类号: O439

文献标志码: A

doi: 10.11884/HPLPB202335.220260

Vector analysis on the characteristics of continuous phase plate speckle under the strong focusing

Yang Chunlin

(Laser Fusion Research Center, CAEP, Mianyang 621900, China)

Abstract: Continuous phase plate (CPP) is a typical phase optical element. It will form a speckle field focused by a lens. The statistical characteristics of the speckle field affect the beam smoothing result. When a lens with large number aperture is used, scalar diffraction theory is unsuitable to analyze the distribution character of the focal spot because the paraxial approximation is no longer valid. In this paper, the Richard-Wolf vector diffraction theory is employed to calculate the focal spot of CPP under the strong focusing condition. Then both the profile of the focal spot and its statistical characteristics are discussed in detail. The results show that the spot size that calculated by the vector method is larger than which calculated by scalar method due to the non-paraxial effect. According to the feature of the vector method, the z -component of the light field can be obtained. The amplitude distribution of the speckle meets the Rayleigh distribution character, and its intensity distribution meets the negative exponential distribution character. Influenced by the z -component, the intensity distribution in the vectorial resultant direction will slightly deviate from the negative exponential distribution character.

Key words: continuous phase plate, speckle, strong focusing condition, vector diffraction

作为惯性约束聚变 (ICF) 系统中的束匀滑元件, 连续位相板 (CPP) 通过复杂的表面位相分布在焦斑处形成散斑场, 从而改变入射光场的统计性质, 实现光场分布的均匀化^[1-6]。散斑场的分布与 CPP 的束匀滑特性直接相关, 因此, 分析其焦斑的分布特性对元件的实际应用具有重要意义。结合 ICF 系统对光场去相干性和抑制非线性增长的要求, 强聚焦透镜的使用将成为一个很好的选择。强聚焦是指激光束通过高数值孔径 ($NA > 0.7$) 透镜的聚焦, 根据 Goodman 的统计光学理论可知, 位相板产生散斑的自相关函数与数值孔径有关^[7], 因此强聚焦条件下的 CPP 具有更好的去相干功能, 能够提高散斑场抑制非线性不稳定的能力, 进而满足 ICF 靶面辐照的要求。

通常情况下, 分析 CPP 焦斑处的散斑场特性使用的是标量衍射理论^[7], 但是对于数值孔径很大的透镜的聚焦, 由于焦距短, 傍轴近似不再成立, 采用标量衍射理论会导致计算误差过大, 因此必须采用矢量衍射理论来对强聚焦

* 收稿日期: 2022-08-23; 修订日期: 2023-02-15

基金项目: 四川省重大科技专项项目 (2019ZDZX0038)

联系方式: 杨春林, yangchunlin@hotmail.com。

焦斑特性进行具体分析。Richard-Wolf 的矢量衍射方法是目前比较常见的矢量分析方法^[8-9], 在不同类型矢量光束^[10-12]、涡旋光束^[13] 的传输特性分析中得到了很多应用。将其引入到 CPP 焦散斑场的分析中, 可以得到强聚焦条件下 CPP 散斑分布特性的精确分析结果。本文首先从强聚焦条件下 CPP 散斑场的生成物理模型出发, 利用矢量衍射的公式, 对散斑场的分布函数进行了推导, 然后针对散斑场的主要特性参数进行了具体分析。

1 理论模型

图 1(a) 是 ICF 系统使用 CPP 实现束匀滑的基本光路, 光沿 z 方向传输, 透镜直径为 D , 透镜中心到焦点的距离为 z 。图 1(b) 这是一个典型 CPP 的表面位相分布。作为一个位相光学元件, CPP 面形根据设计光路的束匀滑需求来进行设计, 其表面的位相分布能对入射光束实现调制, 满足所需要的强度轮廓分布, 同时还会在焦平面形成散斑。

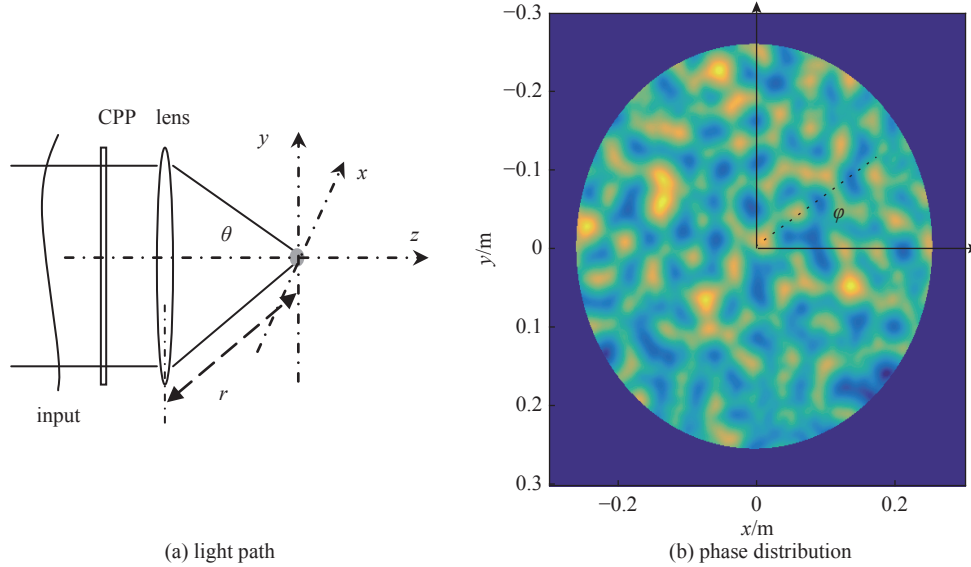


Fig. 1 Light path of CPP and phase distribution of CPP

图 1 CPP 的应用光路及其表面相位分布

如果 CPP 后端使用大数值孔径透镜来实现聚焦, 焦距缩短后, 折射角增大, 傍轴近似条件下的惠更斯菲涅尔原理已不再适用。此时光线的变迹 (即切趾) 和像差等效效应不能被忽略。因此利用 Richard-Wolf 提出的矢量衍射理论, 来对通过 CPP 的激光束的紧聚焦光斑分布进行分析。

令入射光 E 是沿 x 方向偏振的线偏振光, 利用矢量衍射理论来计算焦斑光场分布时, 可使用 Richard-Wolf 公式^[8]

$$\vec{F}(x, y, z) = \frac{i}{\lambda} \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_{\max}} E(\theta, \varphi) \vec{\alpha}(\theta, \varphi) \exp(ik\zeta) d\theta d\varphi \quad (1)$$

式中: $\vec{\alpha}(\theta, \varphi) = \sin\theta \sqrt{\cos\theta} \begin{pmatrix} \cos\theta + (1 - \cos\theta)\sin^2\varphi \\ (\cos\theta - 1)\sin\varphi\cos\varphi \\ -\sin\theta\cos\varphi \end{pmatrix}$; $\zeta = x\sin\theta\cos\varphi + y\sin\theta\sin\varphi + z\cos\theta$; $E(\theta, \varphi)$ 是通过 CPP 入射到透镜的光场复振幅, 由于仅有沿 x 方向的偏振, 在表达式中我们省略了矢量符号; 以圆形 CPP 作为分析对象, 入射光振幅使用球坐标变量, (θ, φ) 是角度坐标; $F(x, y, z)$ 是通过强聚焦后光场的远场分布, 使用直角坐标系 (x, y, z) ; $k = 2\pi/\lambda$ 是波数, λ 是激光波长。

利用式 (1) 可以直接通过数据值计算得到经过 CPP 进行匀滑处理后的焦斑光场分布, 并根据具体的分布特征对 CPP 产生的散斑场统计特性进行分析。

根据 Goodman 的理论, CPP 散斑场的统计特征可以通过随机累加的假设进行分析^[7]。在此假设下, 可以得到散斑场的概率密度函数, 包括强度和振幅的分布。假设焦斑是随机累加的结果, 则散斑实部和虚部满足复高斯分布, 散斑振幅和光强的概率密度函数则分别满足式 (2)、式 (3) 所示的瑞利分布和负指数分布。

$$p(F) = \frac{F}{\sigma^2} \exp\left(\frac{-F^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2)$$

$$p(I) = \frac{1}{I_0} \exp\left(\frac{-I}{I_0}\right) \quad (3)$$

式中： $p(F)$ 和 $p(I)$ 分别表示散斑振幅和光强的概率密度函数； F 是散斑场的复振幅； σ 是方差； I 是散斑光强； I_0 是平均光强。

利用随机累加假设能够得到焦斑光强分布的一般统计性质，但因为这种方法没有涉及到衍射公式，无法提供强聚焦时焦平面散斑的相关函数和平均强度等信息，因此我们需要利用范西特-泽尼克公式^[7]

$$J(x, y, z) = A^2 \iint \mu(\alpha, \beta) \exp\left(\frac{-ik}{z}(x\alpha + y\beta)\right) d\alpha d\beta \quad (4)$$

式中： J 是焦斑光强的统计平均； A 是常数； $\mu(\alpha, \beta)$ 是 CPP 近场复振幅的自相关函数； k 是入射激光的波数； z 焦距； x, y 是焦面空间坐标； α, β 是近场空间坐标。

公式(4)是标量衍射条件下的范西特-泽尼克公式。本文引入了矢量衍射，因此下面将推导矢量衍射条件下范西特公式的具体形式。根据光强的统计平均(数学期望)的定义，再把矢量衍射公式(1)代入，可得

$$J = \overline{F(x, y, z)F^*(x, y, z)} = B^2 \iiint \overline{E(\theta_1, \varphi_1)E^*(\theta_2, \varphi_2) \cdot \alpha(\theta_1, \varphi_1)} \exp(ik(x \sin \theta_1 \cos \varphi_1 + y \sin \theta_1 \sin \varphi_1 + z \cos \theta_1)) \cdot \overline{\alpha(\theta_2, \varphi_2)} \exp(-ik(x \sin \theta_2 \cos \varphi_2 + y \sin \theta_2 \sin \varphi_2 + z \cos \theta_2)) d\theta_1 d\varphi_1 d\theta_2 d\varphi_2 \quad (5)$$

积分号之中含有近场光复振幅的数学期望，假设其满足公式 $\overline{E(\theta_1, \varphi_1)E^*(\theta_2, \varphi_2)} = \kappa I(\theta_1, \varphi_1)\mu(\theta_1 - \theta_2, \varphi_1 - \varphi_2)$ ，其中 κ 是常数， $I(\theta_1, \varphi_1)$ 是 CPP 的近场光强分布， μ 是近场光场的自相关函数。

可以将公式(5)改写成

$$J = \kappa I B^2 \iiint \mu(\theta_1 - \theta_2, \varphi_1 - \varphi_2) \overline{\alpha(\theta_1, \varphi_1)} \exp(ik(x \sin \theta_1 \cos \varphi_1 + y \sin \theta_1 \sin \varphi_1 + z \cos \theta_1)) \cdot \overline{\alpha(\theta_2, \varphi_2)} \exp(-ik(x \sin \theta_2 \cos \varphi_2 + y \sin \theta_2 \sin \varphi_2 + z \cos \theta_2)) d\theta_1 d\varphi_1 d\theta_2 d\varphi_2 \quad (6)$$

式(6)就是矢量衍射条件下的范西特-泽尼克公式。可以看到在矢量衍射条件下，光强分布的统计分析模型比较复杂。其原因在于矢量衍射公式较为复杂，且难以使用统计假设进一步简化。如果我们改写矢量衍射公式的形式，然后再进行光强统计计算，这样就能够得到一个更为简洁的公式。

式(1)表示矢量衍射焦斑的光场，我们首先将其改写为傅里叶变换的形式^[14-15]，其间引入了新变量 $u = r \sin \theta \cos \varphi$ 以及 $v = r \sin \theta \sin \varphi$ ，可得简化的矢量衍射公式

$$\overline{F(x, y, z)} = B \iint Q(u, v) \exp\left(\frac{-ik}{r}(xu + yv)\right) du dv \quad (7)$$

从形式上看，通过矢量衍射来对光场的远场分布计算的公式与标量衍射公式(傅里叶变换)是相似的，只是变换函数 Q 不同，其中含有复杂的方向因子。得到如式(7)所示的焦斑光场分布后，我们可以重新推导焦斑光强的数学期望。如果统计假设仍然成立，即 $\overline{Q(u_1, v_1)Q^*(u_2, v_2)} = \kappa I \mu(u_1 - u_2, v_1 - v_2)$ ，此时焦斑光强的统计平均可以表示为

$$J(x, y, z) = \kappa I B^2 \iint \mu(u, v) \exp\left(\frac{-ik}{r}(xu + yv)\right) du dv \quad (8)$$

这样我们就得到了另一种形式的矢量衍射条件下的范西特-泽尼克公式。其中与矢量衍射相关的因子都被转移到了新的自相关函数 μ 之中。利用该公式，可以对焦斑光强分布的统计特性进行计算。

2 矢量散斑场的振幅

根据式(1)，我们首先计算了 CPP 在焦平面上形成的散斑场分布，计算中使用的参数包括 $\theta_{\max}=0.8$ ， $D=0.6$ m， $r=0.418$ m， $z=0.291$ m， $\lambda=351$ nm， $\tan \theta_{\max} = D/2z$ 。使用式(1)计算结果如图 2 所示。图 2(a)给出了矢量散斑场在焦平面上的 E_x 分量，利用矢量衍射理论，我们还可以得到焦斑处光场沿 z 方向的分量 E_z ，如图 2(b)所示。 E_x 分量计算值较大。从图中可以看出， E_x 光场分布比较均匀，也满足 CPP 的设计要求。但是 E_z 分量均匀性则稍差，这是由于两个分量的等效孔径不同导致的。在 CPP 设计和应用时，设定入射光是 x 方向线偏光，因此入射光场只有 E_x 分量。从图 1 所示的聚焦过程可以看出，由于折射改变了光传输方向，在焦斑的光场会出现分量 E_z 。当使用大数值孔径透镜时，因为焦距短，折射角大，分量 E_z 会更加明显。入射面上不同位置的光线经折射后产生的 E_z 是不同的， x 轴附近的贡献大，而 y 轴附近则没有贡献。这就导致 E_z 的等效孔径变小，均匀性变差。

另一个原因是目前 CPP 面型设计还是基于标量衍射理论的，在设计过程中并没有考虑到 z 方向的光场均匀性问题。为了满足强聚焦光路下的应用，后续需要开发基于矢量衍射理论的 CPP 设计技术。

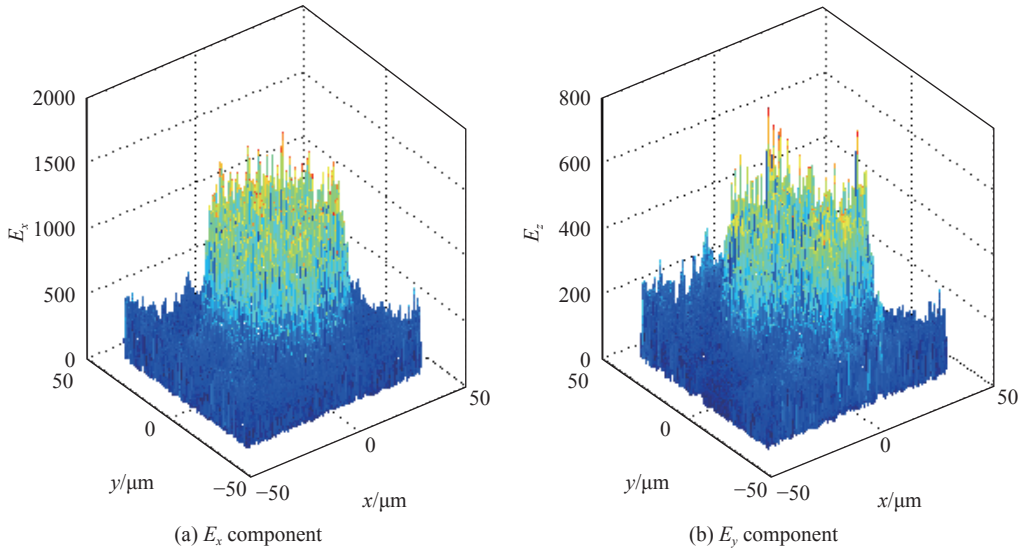


Fig. 2 Electric field relative amplitude of vector speckles on the focus plate

图 2 焦平面上矢量散斑光场的相对振幅

根据计算得到的光场分布,我们可以对其统计特性进行初步分析,如图 3 所示。从散斑光强的统计结果上看,矢量计算的散斑振幅仍然接近瑞利分布,符合式(2)给出的统计形式。

3 矢量散斑场的 FOPAI 特征

对于 CPP 散斑场而言,其主要功能是利用随机分布特性来改变光场的相关性,从而实现消相干和抑制非线性参量效应的作用。但散斑场的强度起伏过大会影响其作用。为此我们计算了矢量散斑场的 FOPAI 特征^[7]。根据图 2 所示的矢量散斑,我们可以直接计算其 FOPAI 曲线和 FOPAI 值。

$$\eta_{\text{FOPAI}}(3) = \eta_{\text{FOPAI}}(I)|_{I/I_0 > 3} \quad (9)$$

式中: $\eta_{\text{FOPAI}}(3)$ 表示焦斑光强大 3 倍平均光强的份额占整个焦斑的比例。

针对矢量光场具体计算结果如图 4 所示。图 4 给出了 x 方向分布焦斑光强 I_x 的 FORAI 曲线,以及 x 方向以及 z 方向合成光强分布的 FOPAI 曲线。为了便于比较,图中用实线给出了理论估计的负指数分布曲线。从计算结果可知, $I/I_0 > 3$ 的份额大约是 5%。数值模拟得到的 FOPAI 曲线与理论估计非常接近。也就是说,矢量计算的散斑的 FOAPI 曲线仍然满足负指数分布。相比而言, $I_x + I_z$ 合成光场偏离负指数分布更多一点。这说明矢量衍射产生的 E_z 分量会影响 FOPAI 分布。

在计算 FOAPI 曲线时并没有单独讨论散斑平均光强 I_0 , 因为焦斑的大小对平均光强会有影响,接下来我们将讨论矢量分析对焦斑场大小的影响。

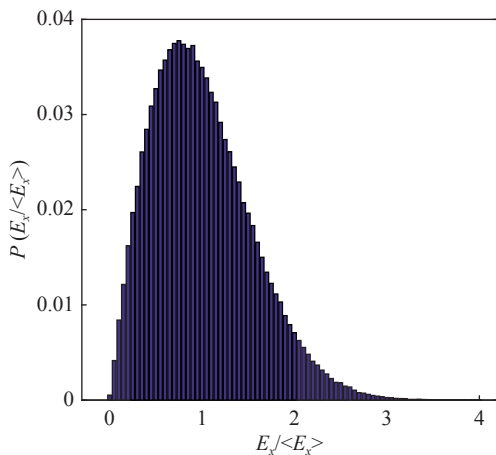


Fig. 3 Statistical distribution of speckles amplitude, it's Rayleigh distribution

图 3 散斑振幅的统计分布,接近瑞利分布

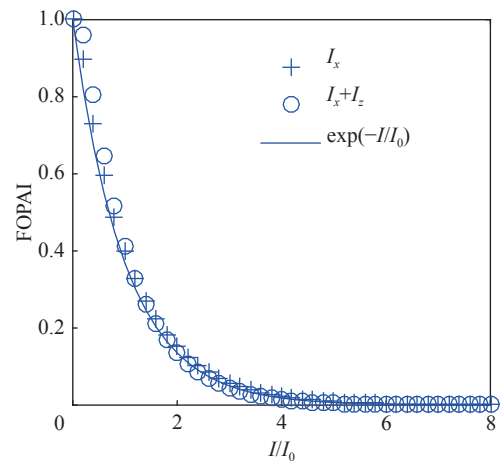


Fig. 4 Statistical distribution of vector speckles intensity of CPP

图 4 CPP 矢量散斑场的光强分布特性

4 散斑场的尺寸分析

接下来为了更清楚的表明矢量分析方法的特点,我们将矢量衍射得到的焦斑分析结果与标量分析方法得到的结果进行比较。图 5(a)和图 5(b)分别给出了利用矢量衍射和标量衍射方法计算得到的 CPP 焦斑光场分布。

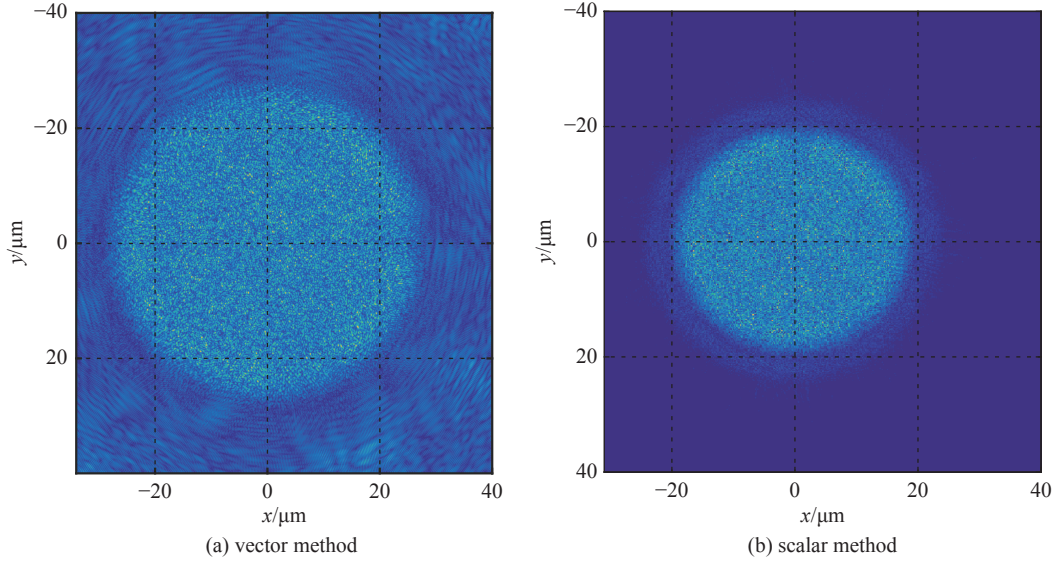


Fig. 5 E_x distribution calculated by vector method and scalar method

图 5 矢量方法和标量方法分别计算的 E_x 分布

从图 5 可以明显看出,矢量方法计算得到的焦斑半径为 $27 \mu\text{m}$,而标量方法计算得到的焦斑半径为 $19 \mu\text{m}$ 。矢量计算焦斑较大的一个原因是强聚焦作用下的焦距更大,根据图 1 中的几何关系可知, $\tan\theta_{\max} = D/2z$, $\sin\theta_{\max} = D/2r$,非近轴条件下 z 和 r 的差别很明显。

在标量衍射计算式中取 $z=0.291$ 为焦距,而在矢量分析时我们将焦距取为边缘光线到焦斑的距离 $r=0.418$,两者比例为 $\cos\theta_{\max} = z/r = 0.697$ 。与图 5 半径之比 $19/27 = 0.704$ 几乎相等。

另外我们可以利用范西特-泽尼克定理从理论上分析计算焦斑的尺寸。式(4)给出标量条件下焦斑光强的期望值,也就是光场的轮廓,它是入射光场自相关函数 μ 的傅里叶变换。自相关函数 μ 实际上是对 CPP 微结构的统计平均。自相关函数越窄,焦斑尺寸越大。

矢量情况下的式(9)与标量衍射式(4)相比,除了自相关函数 μ 的形式不同外,更主要的区别是,两个方程的焦距 z 和 r 不同。

矢量公式中的自相关函数 μ 是 Q 的自相关,重写 Q 的具体形式为

$$Q(u, v) = E(u, v) \overrightarrow{\alpha(\theta, \varphi)} \exp\left(\frac{-ik}{r} zr \cos\theta\right) / \sin\theta \cos\theta \quad (10)$$

在 θ 小角度或者近轴的情况下, $\overrightarrow{\alpha(\theta, \varphi)} \exp\left(\frac{-ik}{r} zr \cos\theta\right) / \sin\theta \cos\theta \approx \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, 则 $Q(u, v) = E(u, v)$, 矢量标量情况相同。

只有在大角度的情况下不同。根据 CPP 的特殊结构, CPP 由大量随机微结构组成,如果只保留 CPP 近轴的部分区域,几乎不会影响焦斑的尺寸。矢量衍射公式中近轴部分和非近轴部分对焦斑的贡献只是统计权重不同。因此,从式(4)与式(9)所表示的标量和矢量分析得到的焦斑分布结果上看,最主要差别在于焦距不同。这也说明非近轴条件下使用标量衍射误差会变大。

5 结论

在 ICF 系统中,连续位相板是实现光束匀滑的重要光学元件。CPP 束匀滑特性取决于其焦斑光场和光强的分布情况,为了分析强聚焦条件下 CPP 的焦斑特性,本文建立了 CPP 的矢量衍射特性分析模型。首先利用 Richard-Wolf 矢量衍射公式计算得到 CPP 的远场焦斑光场分布,在此基础上,进一步推导了强聚焦焦斑的矢量光强统计平均表达式(范西特-泽尼克公式)。利用矢量分析得到的理论公式,计算得到 CPP 经过强聚焦透镜后,其焦斑光场分布满足瑞利分布形式。计算了焦斑光强分布的统计结果和 FOPAI 曲线。从计算结果可知,矢量衍射分析得到的

CPP 焦斑光强分布会受到沿 z 方向光分量的影响,使其略微偏离负指数分布形式。最后通过对矢量分析得到的焦斑的尺寸进行分析,发现相比于标量衍射计算得到的结果,矢量衍射计算的散斑尺寸较大,光强较小,一方面是由于焦距的不同使得光场分布出现不同,另一方面也提示我们在设计 CPP 面形时,需要考虑开发基于矢量衍射理论的设计算法。

参考文献:

- [1] Tikhonchuk V T. Physics of laser plasma interaction and particle transport in the context of inertial confinement fusion[J]. *Nuclear Fusion*, 2019, 59: 032001.
- [2] Kato Y, Mima K, Miyanaga N, et al. Random phasing of high-power lasers for uniform target acceleration and plasma-instability suppression[J]. *Physical Review Letters*, 1984, 53(11): 1057-1060.
- [3] Tikhonchuk V T, Mounaix P H, Pesme D. Stimulated Brillouin scattering reflectivity in the case of a spatially smoothed laser beam interacting with an inhomogeneous plasma[J]. *Physics of Plasmas*, 1997, 4(7): 2658-2669.
- [4] 杨春林. 等离子体中散斑光场的传输特性[J]. *物理学报*, 2018, 67: 085201. (Yang Chunlin. Propagation characteristics of speckle field in plasma[J]. *Acta Physica Sinica*, 2018, 67: 085201)
- [5] Hüller S, Porzio A, Robiche J. Order statistics of high-intensity speckles in stimulated Brillouin scattering and plasma-induced laser beam smoothing[J]. *New Journal of Physics*, 2013, 15: 025003.
- [6] 杨春林. 位相叠加效应对连续位相板束匀滑特性的影响[J]. *红外与激光工程*, 2020, 49: 20190515. (Yang Chunlin. Influence of phase additive effect on beam smoothing character of continuous phase plate[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2020, 49: 20190515)
- [7] Goodman J W. 光学中的散斑现象: 理论与应用[M]. 曹其智, 陈家璧, 译. 北京: 科学出版社, 2009: 71. (Goodman J W. Speckle phenomena in optics: theory and applications[M]. Cao Qizhi, Chen Jiabi, trans. Beijing: Science Press, 2009: 71)
- [8] Wolf E. Electromagnetic diffraction in optical systems- I. An integral representation of the image field[J]. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 1959, 253(1274): 349-357.
- [9] Foley J T, Wolf E. Wave-front spacing in the focal region of high-numerical-aperture systems[J]. *Optics Letters*, 2005, 30(11): 1312-1314.
- [10] Youngworth K S, Brown T G. Focusing of high numerical aperture cylindrical-vector beams[J]. *Optics Express*, 2000, 7(2): 77-87.
- [11] Khonina S N, Golub I. Tighter focus for ultrashort pulse vector light beams: change of the relative contribution of different field components to the focal spot upon pulse shortening[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2018, 35(6): 985-991.
- [12] Omatsu T, Litchinitser N M, Brasselet E, et al. Focus issue introduction: synergy of structured light and structured materials[J]. *Optics Express*, 2017, 25(14): 16681-16685.
- [13] Tao S H, Yuan X C, Lin J, et al. Influence of geometric shape of optically trapped particles on the optical rotation induced by vortex beams[J]. *Journal of Applied Physics*, 2006, 100: 043105.
- [14] Lin J, Rodríguez-Herrera O G, Kenny F, et al. Fast vectorial calculation of the volumetric focused field distribution by using a three-dimensional Fourier transform[J]. *Optics Express*, 2012, 20(2): 1060-1069.
- [15] Huang Kun, Shi Peng, Cao G W, et al. Vector-vortex Bessel-Gauss beams and their tightly focusing properties[J]. *Optics Letters*, 2011, 36(6): 888-890.