



·高功率微波技术·

# 轨道电路系统长钢轨电容补偿电磁脉冲耦合效应

杨轶轩<sup>1,2</sup>, 高志伟<sup>2</sup>, 吴 腾<sup>2</sup>, 叶志红<sup>3</sup>

(1. 北京全路通信信号研究设计院集团 传输所, 北京 100070; 2. 石家庄铁道大学 信息科学与技术学院, 石家庄 050043;  
3. 重庆邮电大学 通信与信息工程学院, 重庆 400065)

**摘 要:** 结合时域有限差分(FDTD)方法、传输线方程和长钢轨激励场快速计算方法, 研究了一种高效的时域混合算法, 实现长钢轨电容补偿电磁脉冲耦合效应的时域快速计算。首先, 为避免对钢轨不规则结构的直接建模, 根据趋肤效应, 将钢轨等效为管状导体模型并提取对应的单位长度分布参数。然后, 根据长钢轨激励场快速计算方法, 快速计算长钢轨沿线电场分布, 并结合传输线方程构建钢轨等效圆柱模型与补偿电容一体化的电磁耦合模型。最后, 使用FDTD方法求解传输线方程, 获取钢轨沿线各点的电磁脉冲耦合响应。研究结果表明, 钢轨耦合电流波形不断展宽, 但是峰值随长度增加到一定值后达到饱和状态, 此结论可为轨道电路系统电磁防护设计提供重要的数据支撑。

**关键词:** 长钢轨; 轨道电路; 补偿电容; FDTD; 传输线方程

中图分类号: TN03

文献标志码: A

doi: 10.11884/HPLPB202335.220148

## Coupling effect of electromagnetic pulse to long rails with compensation capacitance of track circuit system

Yang Yixuan<sup>1,2</sup>, Gao Zhiwei<sup>2</sup>, Wu Teng<sup>2</sup>, Ye Zhihong<sup>3</sup>

(1. Transmission Technology Research Institute, CRSC Research & Design Institute Group Co Ltd, Beijing 100070, China;

2. College of Information Science and Technology, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043, China;

3. School of Communication and Information Engineering, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China)

**Abstract:** At present, efficient time domain numerical methods used for the coupling effect analysis of electromagnetic pulse to long rails on infinite ground are still rare. An efficient time domain hybrid algorithm, consisting of the finite difference time domain (FDTD) method, the transmission line equation and the fast calculation method for the excitation fields of the long rails, is presented to realize fast electromagnetic pulse coupling simulation of the long rails with compensation capacitance in time domain. Firstly, to avoid direct modeling of the irregular structures of the rails, the rails are equivalent to the tubular conductor models based on the skin effect, and the corresponding per unit length distribution parameters are extracted. Then, the electric field distribution along the rails are calculated via the fast calculation method for the excitation fields of long rails rapidly, and the electromagnetic coupling model of the rails with compensation capacitance is constructed by the transmission line equation. Finally, the FDTD method is used to solve the transmission line equation to obtain the electromagnetic pulse coupling responses on the rails. The results show that the width of the coupling current waveform on the rails would extend, and the peak values of these currents would saturate with the rail length increasing to a certain value. This conclusion will provide important data for the electromagnetic protection design of track circuit system.

**Key words:** long rail, track circuit, compensation capacitor, FDTD, transmission line equation

轨道电路系统是保证高铁安全运行的关键子系统, 钢轨作为轨道电路信号的传输载体, 由于裸露在室外, 极易受到空间电磁脉冲的影响, 是因为空间强电磁脉冲, 例如核电磁脉冲、高功率微波等, 能量大、频带覆盖范围宽, 作用到钢轨必将耦合产生强干扰信号并流入轨道电路引发故障, 从而对列车安全运行产生威胁。另外, 为了保证轨

\* 收稿日期: 2022-05-09; 修订日期: 2022-09-07

联系方式: 杨轶轩, yangyixuan@crscd.com.cn。

通信作者: 高志伟, gao\_zhiwei@163.com。

道电路信号的传输特性,通常需要在钢轨沿线固定距离设置补偿电容用于改善轨道电路感抗。由于钢轨分布广泛且结构精细,使用传统数值算法进行钢轨电容补偿电磁脉冲耦合模拟,势必造成计算区域占据空间大且剖分网格较细,导致剖分网格量巨大而无法完成计算。因此,需要开展高效的数值计算方法研究,实现无限大地面上长钢轨电容补偿的电磁脉冲耦合快速计算。

目前,关于钢轨的电磁计算,大多集中在工频下轨道电路信号传输过程中钢轨分布参数提取和长钢轨电磁脉冲耦合研究两方面。钢轨分布参数提取方面,由于实验条件过于苛刻,采用实验测试的方法得到钢轨分布参数较为困难,因此,国内外学者使用仿真手段开展了大量的钢轨分布参数提取的研究。国外方面,2000年,Brillante等人建立有砟轨道下钢轨阻抗和漏泄导纳模型,仿真分析了电流大小、频率及大地等因素对轨道电路一次参数的影响<sup>[1]</sup>。2009年,A. Dolara基于电磁场理论,结合有限元法和有限差分法,分析了钢轨阻抗随电流、频率的变化规律<sup>[2]</sup>。国内方面,2013年,支永健在研究弓网电弧辐射对轨道电路耦合问题时,针对接触网以及钢轨不规则形状截面采用了不规则导体圆柱近似法,并给出了分别在周长等效、面积等效、重心等效的原则下钢轨的等效圆柱半径以及外感自阻抗值。该文最终采用的等效半径是将三种等效半径取代数平均值,缺少一定理论支撑<sup>[3]</sup>。2014年,朱冰采用有限元方法,通过求解异模与差模条件下的磁场储能与耗散功率,结合能量与钢轨参数间的关系得到了不同频率下有砟轨道和无砟轨道的分布参数,但该研究基于工频下轨道电路传输过程,不能有效解决外界电磁波干扰下钢轨电参数计算问题<sup>[4]</sup>。2019年,王梓丞在计算钢轨单位长度参数时,利用Ansoft Maxwell软件结合有限元方法分析了轨道电路的回路阻抗问题,仿真结果发现轨道电路的回路阻抗不仅和信号的频率相关,还与钢轨截面以及钢轨本身电参数相关,并且钢轨的分布参数是一种频变参数<sup>[5]</sup>。2020年,王东采用电磁场有限元法建立无砟轨道含有钢筋网络的三维电磁场仿真模型,仿真分析了电流、频率、轨道结构及所处环境等因素对轨道电路一次参数的影响规律及影响程度<sup>[6]</sup>。

目前,关于长钢轨电磁脉冲耦合的研究较少,实现km级长钢轨的电磁耦合计算研究更为匮乏。因此,本文通过构建不规则钢轨的等效圆柱模型,结合FDTD方法和传输线方程,引入长钢轨激励场快速计算方法,研究了一种高效的时域混合算法,实现钢轨-补偿电容一体化建模与电磁脉冲耦合快速计算,并应用于高空核电磁脉冲(HEMP)E1辐照钢轨的电磁耦合效应分析,为轨道电路电磁防护设计提供数据支撑。

## 1 长钢轨电容补偿电磁脉冲耦合时域建模方法

### 1.1 钢轨等效圆柱模型

为避免对钢轨精细结构的直接建模,使用传输线方程构建钢轨电磁耦合模型。而构建传输线方程的关键在于钢轨分布参数和激励场的准确计算。

由于钢轨为不规则结构,直接采用有限元法等全波算法进行建模并仿真得到对应的分布参数,难度较大。因此,根据趋肤效应理论,构建钢轨的等效圆柱模型,结合经验公式计算对应的电感和电容分布参数,避免对钢轨结构的直接建模。

目前,已有的导体内阻抗计算模型都是针对的近似圆状导体,对于不规则导体需等效为实心圆柱或者等效管状导体来计算<sup>[7-9]</sup>。等效管状导体模型计算导线内阻抗的表达式为

$$Z_c = R_c + j\omega L_c = R_c \times j \times \frac{1}{2}mr(1-S^2) \times \frac{[K_{ber}(m) + jK_{bei}(mr)] + \Phi[K_{ker}(m) + jK_{kei}(mr)]}{[K'_{ber}(mr) + jK'_{bei}(mr)] + \Phi[K'_{ker}(mr) + jK'_{kei}(mr)]} \quad (1)$$

$$\Phi = -\frac{K'_{ber}(mq) + jK'_{bei}(mq)}{K'_{ker}(mq) + jK'_{kei}(mq)} \quad (2)$$

$$m = \sqrt{\omega\mu\sigma} \quad (3)$$

式中: $Z_c$ 代表导线内阻抗, $R_c$ 代表电阻, $\omega L_c$ 代表感抗, $S$ 为内外径比值, $\omega$ 为电流频率, $\sigma$ 为导线电导率, $\mu$ 为导线磁导率, $K_{ber}$ ,  $K_{bei}$ ,  $K_{ker}$ ,  $K_{kei}$ ,  $K'_{ber}$ ,  $K'_{bei}$ ,  $K'_{ker}$ ,  $K'_{kei}$ 表示Kelvin函数, $m$ 与 $\Phi$ 均为方便公式书写的中间变量。

根据趋肤效应,在高频情况下,等效管状导体模型内径 $q$ 的取值对最后的参数计算结果几乎没有影响<sup>[10]</sup>。因此,可以把模型的内径取为0,这样管状导体模型就变成了圆柱导体模型。之后,确定一个合适的等效半径即可保证在低频及高频情况下的钢轨等效圆柱模型的建模精度。由于宽频带电磁脉冲覆盖了0~100 MHz的频段范围,无法根据简单的等面积或者等周长确定圆柱半径,因此,可以通过成熟的全波软件建模仿真来确定等效圆柱半径。这里以HEMP E1为例详细阐述钢轨等效圆柱半径的确定过程。

首先, 根据周长相等和面积相等原则初步确定等效圆柱半径的取值范围, 面积相等原则对应低频的极限情况, 而周长相等原则对应高频的极限情况。在 HEMP E1 频段, 两类原则分别得到的等效半径为 10.8 cm 和 4.95 cm, 因此钢轨等效圆柱半径的取值范围为 4.95~10.8 cm。

然后, 使用电磁仿真软件 CST 构建钢轨和等效圆柱模型的电磁耦合仿真模型, 如图 1 所示, 这里钢轨型号为最常用的 P60 轨, 长度为 1 m, 轨道间距 1.5 m, 端接负载为 50 Ω 的电阻。等效圆柱模型的长度、间距和端接负载均与钢轨模型相同。

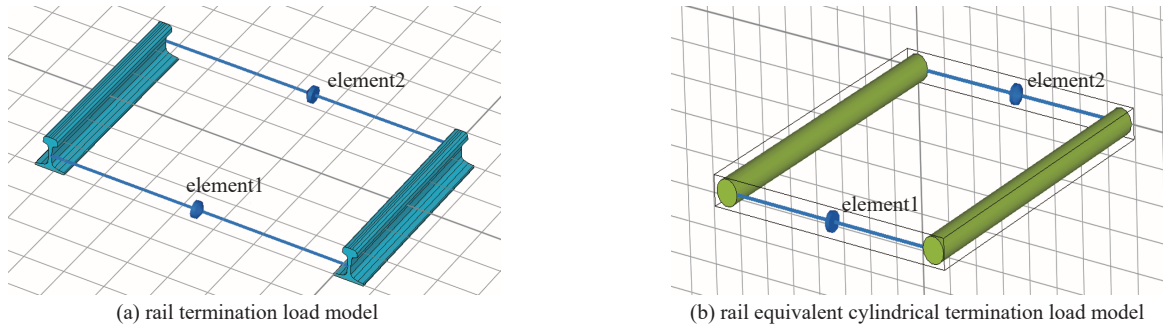


Fig. 1 Cylindrical model of irradiated rail

图 1 辐照钢轨圆柱模型

在对等效圆柱模型进行电磁耦合仿真时, 将圆柱半径设为变量, 按照上述圆柱半径的取值范围等间隔抽样, 使用 Python 调用 CST 实现自动仿真, 并以钢轨和等效圆柱模型端接负载电流响应的均方根误差作为评判标准确定最佳的等效半径取值。图 2 给出了圆柱半径分别为 7.4、7.9、8.4、8.9、9.4 cm 和 9.9 cm 时的 P60 钢轨和各半径对应圆柱模型在 HEMP E1 辐照下的负载电流响应。

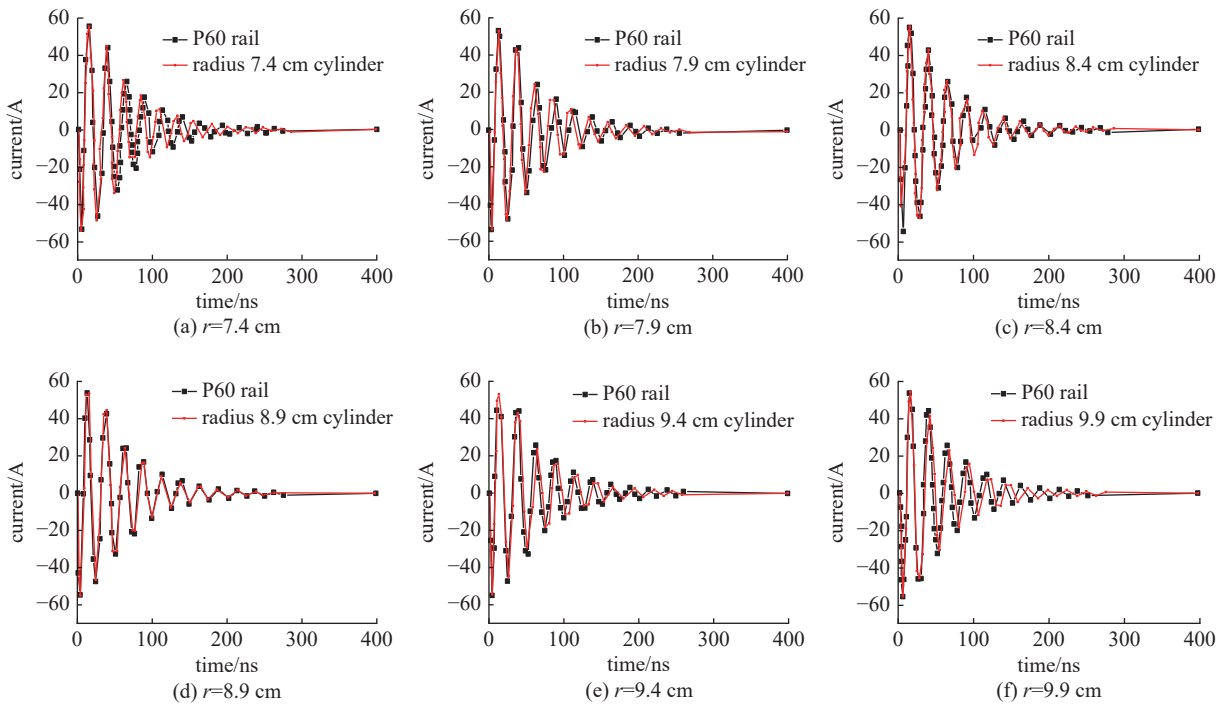


Fig. 2 Current responses of P60 rail and cylinder models corresponding to each radius under HEMP E1 irradiation

图 2 P60 钢轨和各半径对应圆柱模型在 HEMP E1 辐照下的电流响应

根据上述仿真, 最终确定钢轨等效圆柱模型的最佳半径取值为 8.8 cm。为了验证等效模型在更长的钢轨上的适用性, 选取长度 L 为 2 m、10 m 和 100 m 的钢轨和等效圆柱模型进行仿真对比, 得到的负载电流响应如图 3 所示。可以看到, 等效圆柱模型和钢轨的耦合响应十分吻合。

### 1.2 E1 作用轨道的场线耦合建模

根据上述研究, 将钢轨等效成半径为 8.8 cm 的双导线模型。因此, 实际钢轨的电磁耦合可以转换为地面上双

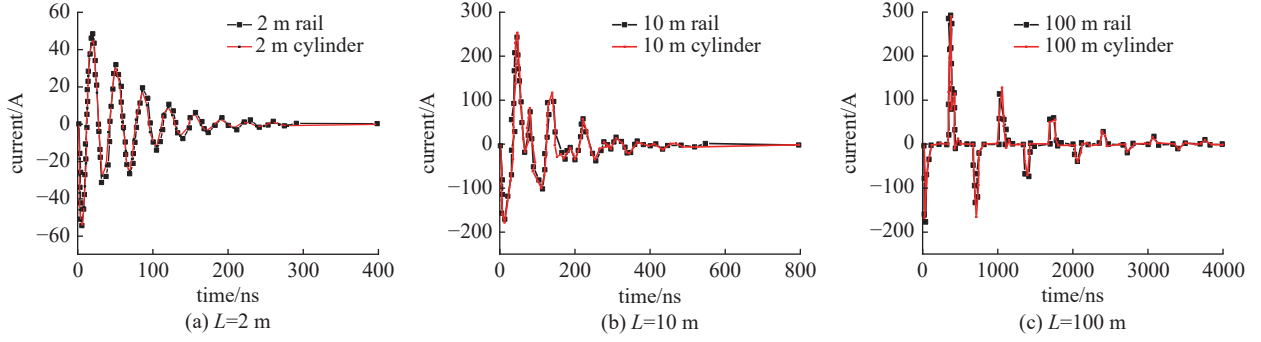


Fig. 3 Current responses of rail and cylinder models with different lengths under HEMP E1 irradiation

图 3 不同长度的钢轨和圆柱模型在 HEMP E1 辐照下的电流响应

导线的电磁耦合进行建模仿真。根据传输线理论, 为避免对传输线精细结构的直接建模, 需使用传输线方程进行建模。传输线方程按构建方法不同又分为 Taylor 模型、Agrawal 模型和 Rachidi 模型三类<sup>[11]</sup>, 其中 Taylor 和 Agrawal 模型应用最为广泛。但是, Taylor 模型需要存储传输线沿线各点切向和垂直方向的入射电场分量, 对于长传输线而言, 需要耗用大量的计算机内存。

因此, 本文采用基于 Agrawal 模型的时域传输线方程<sup>[12]</sup>对电磁脉冲作用地面上双导线的电磁耦合进行描述, 表示为

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{V}^{\text{sca}}(y, t) + \mathbf{L} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{I}(y, t) = \mathbf{V}_F(y, t) \\ \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{I}(y, t) + \mathbf{C} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{V}^{\text{sca}}(y, t) = 0 \end{cases} \quad (4)$$

式中:  $\mathbf{V}^{\text{sca}}(y, t)$  和  $\mathbf{I}(y, t)$  分别表示双导线的散射电压和总电流矢量,  $\mathbf{L}$  和  $\mathbf{C}$  分别为双导线的单位长度电感和电容分布参数矩阵, 可由理论公式计算得到。首先电感分布参数矩阵  $\mathbf{L}$  的自电感和互电感的参数值分别通过公式  $L_{ii} = \mu_0 \ln(2h_i/r_i)/2\pi$  和  $L_{ij} = \mu_0 \ln(1 + 4h_i h_j/d_{ij}^2)/4\pi$  计算得到, 其中:  $i$  和  $j$  分别表示第  $i$  根和第  $j$  根传输线;  $h_i, h_j$  和  $d_{ij}$  分别表示第  $i$  根传输线和第  $j$  根传输线的高度以及两根传输线之间的距离;  $L_{ii}$  和  $L_{ij}$  分别为第  $i$  根传输线的自电感和与第  $j$  根传输线的互电感。然后, 电容参数矩阵  $\mathbf{C}$  可以通过公式  $\mathbf{C} = \mu_0 \varepsilon_0 \mathbf{L}^{-1}$  获得。  $\mathbf{V}_F(y, t)$  为传输线方程的等效分布电压源项, 由入射电场计算得到, 可以表示成

$$[\mathbf{V}_F(y, t)]_i = E_y^{\text{inc}}(x_i, y, h, t) - E_y^{\text{inc}}(x_i, y, 0, t) \quad (5)$$

式中:  $i$  表示双导线的第  $i$  根导线, 取为 1 和 2;  $h$  表示双导线距离地面的高度;  $E_y^{\text{inc}}$  表示双导线沿线的人射电场分量。因此, 如图 4 所示, 在计算  $E_y^{\text{inc}}$  时, 可以将双导线移除, 避免了对双导线结构的直接建模。

需要说明的是, 双导线端口处的电压为总电压, 而要获得端口散射电压, 需要满足条件

$$\mathbf{V}^{\text{sca}}(0, t) = -\mathbf{Z}_1 \mathbf{I}(0, t) + \mathbf{U}_1 \quad (6)$$

$$\mathbf{V}^{\text{sca}}(l, t) = \mathbf{Z}_2 \mathbf{I}(l, t) + \mathbf{U}_2 \quad (7)$$

式中:  $l$  表示多导线的长度;  $\mathbf{Z}_1$  和  $\mathbf{Z}_2$  分别表示双导线始端和终端负载阻抗矩阵;  $\mathbf{U}_1$  和  $\mathbf{U}_2$  分别表示多导线始端和终端的等效电压源项, 可以表示为

$$[\mathbf{U}_1]_i = \int_0^h E_z^{\text{inc}}(x_i, 0, z, t) dz \quad (8)$$

$$[\mathbf{U}_2]_i = \int_0^h E_z^{\text{inc}}(x_i, L, z, t) dz \quad (9)$$

式中:  $E_z^{\text{inc}}$  表示双导线端口处垂直于双导线的入射电场分量, 见图 4。

### 1.3 轨道激励场的快速计算方法

目前, 地面上传输线激励场的计算方法<sup>[13]</sup>主要体现在两方面: 一方面是通过理论推导得到入射波与反射波相叠加的数学表达式, 一次只能计算单频点的情况, 对于超宽带信号,

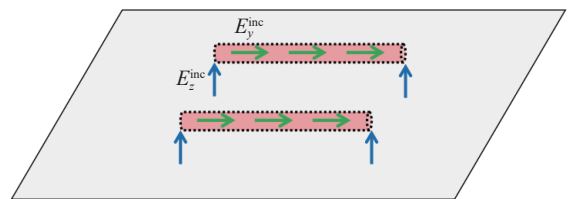


Fig. 4 Electric field distribution along the line and the vertical electric field at the load end of the double conductor

图 4 双导线沿线电场和负载端垂直电场分布



计算效率不高；另一方面是采用 FDTD<sup>[14]</sup> 等电磁数值方法计算传输线激励场，则需对整个三维计算空间进行网格剖分，对于无限大地面以及长度为几百 m 甚至几十 km 的钢轨，剖分所需网格量将非常大，会占据大量内存，单机无法计算。

因此，本文将对理论解以及电磁场数值方法计算长钢轨激励场的不足进行改进，研究了新型的传输线激励场快速计算方法<sup>[15]</sup>。根据传输线方程理论，传输线的激励场由入射场及其地面反射场计算得到，而与电缆的散射场无关。根据镜像原理，将地面的作用等效成时域反射波波源，时域反射波波源与入射波波源的位置关于地面对称，如图 5 所示。对于超宽带入射波波源  $E_0(t)$ ，按照直角坐标系可以分解成  $E_x$ 、 $E_y$  和  $E_z$  三个电场分量， $E_x$ 、 $E_y$  和  $E_z$  可以表示为

$$E_x(t) = E_0(t)(-\sin\varphi \sin\alpha + \cos\theta \cos\varphi \cos\alpha) \quad (10)$$

$$E_y(t) = E_0(t)(\cos\varphi \sin\alpha + \cos\theta \sin\varphi \cos\alpha) \quad (11)$$

$$E_z(t) = -E_0(t) \sin\theta \cos\alpha \quad (12)$$

式中： $\theta$  和  $\varphi$  为入射波的入射角度， $\alpha$  为极化角度。

根据水平极化波和垂直极化波的理论，电场分量  $E_x$  和  $E_y$  可以看成水平极化波，电场分量  $E_z$  可以看成垂直极化波。而对不同极化形式的电磁波，地面反射系数不同，具体的计算公式为

$$R_v = \frac{\varepsilon_g \left(1 + \frac{\sigma_g}{j\omega\varepsilon_g}\right) \cos\theta_p - \sqrt{\varepsilon_g \left(1 + \frac{\sigma_g}{j\omega\varepsilon_g}\right) - \sin^2\theta_p}}{\varepsilon_g \left(1 + \frac{\sigma_g}{j\omega\varepsilon_g}\right) \cos\theta_p + \sqrt{\varepsilon_g \left(1 + \frac{\sigma_g}{j\omega\varepsilon_g}\right) - \sin^2\theta_p}} \quad (13)$$

$$R_h = \frac{\cos\theta_p - \sqrt{\varepsilon_g \left(1 + \frac{\sigma_g}{j\omega\varepsilon_g}\right) - \sin^2\theta_p}}{\cos\theta_p + \sqrt{\varepsilon_g \left(1 + \frac{\sigma_g}{j\omega\varepsilon_g}\right) - \sin^2\theta_p}} \quad (14)$$

式中： $R_v$  和  $R_h$  分别为垂直极化波和水平极化波的反射系数； $\theta_p$  为入射波与地面法线之间的夹角； $\sigma_g$  和  $\varepsilon_g$  分别为地面的电导率和相对介电常数。

将电场分量  $E_x(t)$ 、 $E_y(t)$  和  $E_z(t)$  分别通过 FFT 变换转换到频域，得到  $E_x(\omega)$ 、 $E_y(\omega)$  和  $E_z(\omega)$ 。然后将  $E_x(\omega)$ 、 $E_y(\omega)$  和  $E_z(\omega)$  与对应的地面水平极化反射系数和垂直极化反射系数相乘，得到  $E'_x(\omega)$ 、 $E'_y(\omega)$  和  $E'_z(\omega)$ ，即  $E'_x(\omega) = R_h E_x(\omega)$ ， $E'_y(\omega) = R_h E_y(\omega)$ ，和  $E'_z(\omega) = R_v E_z(\omega)$ 。再将  $E'_x(\omega)$ 、 $E'_y(\omega)$  和  $E'_z(\omega)$  通过 IFFT 变换转换到时域，从而得到反射波波源的三个电场分量  $E'_x(t)$ 、 $E'_y(t)$  和  $E'_z(t)$ 。地面上任意一点的电场  $E^{\text{total}}(t)$  可以通过入射波波源  $E(t)$  和反射波波源  $E'(t)$  经过相应传播时延之后的电场值的叠加，即  $E^{\text{total}}(t) = E_m(t-l/c) + E'_m(t-l'/c)$ ，其中  $m = x, y, z$ ， $l$  和  $l'$  分别为入射波波源和反射波波源到达同一点所传播的距离。

需要注意的是，反射波波源的三个电场分量是由入射波波源的三个电场分量，经过抽样形成离散点，然后通过傅里叶变换和逆傅里叶变换计算得到的，同样是一系列离散点，即为整数倍的时间步长时刻上的电场值。而反射波波源传播  $l'$  距离的时延不一定是整数倍的时间步长，例如  $t' = t - l'/c = (p+w)\Delta t$ ，其中  $p$  为整数， $w$  为小数，即  $t'$  位于  $p\Delta t$  和  $(p+1)\Delta t$  之间。于是， $E'(t)$  在  $t'$  时刻的值通过时间线性插值计算得到，插值公式为

$$E'(t') = (1-w)E'(p) + wE'(p+1) \quad (15)$$

#### 1.4 轨道瞬态响应的迭代求解

轨道电路补偿电容是钢轨不可或缺的重要组成部分，根据铁路相关标准补偿电容沿钢轨按照相等间距原则布置。道床漏泄电阻决定了补偿电容值，一般情况下，道床漏泄电阻值小于  $2 \Omega/\text{km}$  时，补偿电容值为 40、46、50  $\mu\text{F}$

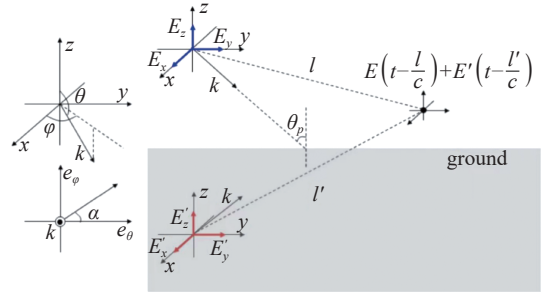


Fig. 5 Schematic diagram of processing method for fast calculation of excitation field of long transmission line

图 5 长传输线激励场快速计算方法处理示意图

和 55  $\mu\text{F}$  共四种, 道床漏泄电阻值不小于 2  $\Omega/\text{km}$  时, 补偿电容值采用 25  $\mu\text{F}$ 。补偿电容在钢轨上的间距按照轨道电路类型分为两种情况: 对于区间轨道电路, 补偿电容按照工作频段进行设置, 工作频率为 1700 Hz 和 2000 Hz 时, 补偿电容间距为 60 m, 工作频率为 2300 Hz 和 2600 Hz, 补偿电容间距为 80 m。对于站内轨道电路的补偿电容为 100 m 间距。

为了保证轨道电磁耦合模型的建模精度, 必须考虑补偿电容  $C_b$  对钢轨电磁耦合的影响, 是因为其改变了钢轨在补偿电容位置处的电容分布参数大小, 如图 6 所示。这里,  $C_0$  和  $C_m$  分别表示钢轨的自电容和互电容。

因此, 需要对钢轨电容单位长度分布参数进行修正, 修正以后的公式为

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} + C_b & C_{12} - C_b \\ C_{21} - C_b & C_{22} + C_b \end{bmatrix} \quad (16)$$

其中  $C_{11} = C_{22} = C_0 + C_m$ ,  $C_{12} = C_{21} = -C_m$ ,  $C_b$  为补偿电容, 在本文中设置为 25  $\mu\text{F}$ , 补偿电容间距为 60 m。

利用 FDTD 差分形式离散时域传输线方程, 从而随着时间步进迭代求解得到钢轨及其端接负载上的电压和电流响应。

建立好传输线方程之后, 利用 FDTD 方法的中心差分格式对时域传输线方程进行离散, 从而随着时间步  $n$  迭代求解得到双导线及其端接负载上的电压和电流响应。具体的电压和电流迭代公式为

$$I^{n+1/2}(k+1/2) = I^{n-1/2}(k+1/2) - \left[ \frac{L}{\Delta t} \right]^{-1} \left[ \frac{V^{\text{sca}(n)}(k+1) - V^{\text{sca}(n)}(k)}{\Delta y} - V_F^n(k+1/2) \right] \quad (17)$$

$$V^{\text{sca}(n+1)}(k) = V^{\text{sca}(n)}(k) - \left[ \frac{C}{\Delta t} \right]^{-1} \left[ \frac{I^{n+1/2}(k+1/2) - I^{n+1/2}(k-1/2)}{\Delta y} \right] \quad (18)$$

$$V^{\text{sca}(n+1)}(0) = \left[ \frac{C}{\Delta t} + \frac{Z^{-1}}{\Delta y} \right]^{-1} \left[ \left( \frac{C}{\Delta t} - \frac{Z^{-1}}{\Delta y} \right) V^{\text{sca}(n)}(0) - \frac{2}{\Delta y} I^{n+1/2}(1/2) + \frac{2Z^{-1}}{\Delta y} U_1^{n+1/2} \right] \quad (19)$$

$$V^{\text{sca}(n+1)}(N) = \left[ \frac{C}{\Delta t} + \frac{Z^{-1}}{\Delta y} \right]^{-1} \left[ \left( \frac{C}{\Delta t} - \frac{Z^{-1}}{\Delta y} \right) V^{\text{sca}(n)}(N) + \frac{2}{\Delta y} I^{n+1/2}(N-1/2) + \frac{2Z_2^{-1}}{\Delta y} U_2^{n+1/2} \right] \quad (20)$$

式中:  $Z$  表示钢轨的终端阻抗;  $C$  表示钢轨电容;  $k$  的取值为 1, 2,  $\dots$ ,  $N-1$ ,  $N$  表示钢轨划分的总网格数;  $n$  表示时间步数;  $I$  和  $V^{\text{sca}}$  分别表示钢轨沿线各点的电流和散射电压;  $\Delta y$  和  $\Delta t$  分别表示 FDTD 离散所取的空间步长和时间步长。

## 2 数值仿真与结果分析

为验证钢轨电磁耦合时域算法的置信度, 设定图 7 所示的算例场景进行仿真, 与商业电磁仿真软件 CST 的仿真结果从计算精度以及耗用内存和计算时间上进行对比。算例具体计算条件设置为: 钢轨等效圆柱模型的长度为 2.0 m, 高度  $H=0.02$  m, 半径  $R=8.8$  cm, 间距  $D=1.5$  m。补偿电容 25  $\mu\text{F}$ , 负载均为匹配负载, 阻值为 90.4  $\Omega$ 。入射波为核电磁脉冲  $E_0(t) = E_0[\exp(-\alpha t) - \exp(-\beta t)]$ , 其中,  $\alpha = 4 \times 10^7 \text{ s}^{-1}$ ,  $\beta = 6 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$ , 入射角度为  $\theta = 180^\circ$  和  $\varphi = 90^\circ$ , 极化角度  $\alpha = 180^\circ$ 。无限大地面近似看成理想导体, 相对介电常数为 1, 电导率为  $2 \times 10^{20} \text{ S/m}$ 。钢轨电磁耦合时域算法计算所需空间步长为 0.05 m, 时间步长为  $8.3338 \times 10^{-11} \text{ s}$ , 总时间步为 3000 步。

图 8 给出了钢轨电磁耦合时域算法 (FDTD-TL) 与 CST 计算得到的终端负载上的电流响应对比曲线, 可以看出, 两者具有非常高的吻合度, 验证了该算法具有与全波算法相同的计算精度。同时, 表 1 给出了两种方法计算所需内存和时间的对比, 可以看出, 由于钢轨电磁耦合时域算法无需对地面和钢轨结构直接建模, 相较于 CST 为代表的全波算法, 节省了大量的内存需求和计算时间, 验证了该算法的高效性。

在图 7 所示算例的基础上, 改变地面大小与材料属性 (由 PEC 转换成实际地面电磁参数, 即相对介电常数为 10, 电导率为 0.01 S/m, 厚度保持不变) 和钢轨长度, 使用钢轨电磁耦合时域算法计算钢轨长度分别为 10 m、100 m、1 km 和 10 km 四种情况下的钢轨瞬态响应, 并分析钢轨的 HEMP E1 耦合效应。

表 2 给出了 HEMP E1 激励时长为 8000 ns 时, 不同长度钢轨电磁耦合计算所需内存和时间的对比。可以看出,

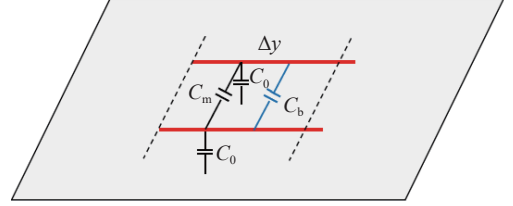


Fig. 6 Influence of compensation capacitance on the distribution parameters of rail capacitance

图 6 补偿电容对钢轨电容分布参数的影响

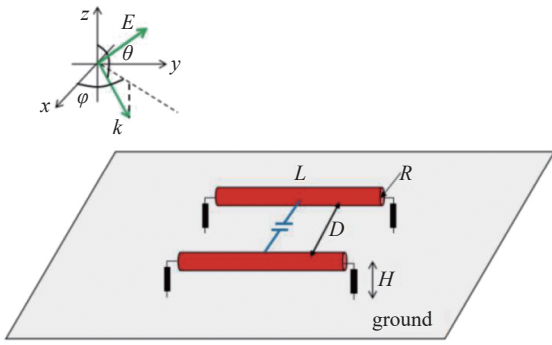


Fig. 7 Equivalent cylindrical model of rail under electromagnetic pulse

图 7 电磁脉冲作用钢轨等效圆柱模型

表 1 钢轨电磁耦合时域算法和 CST 计算所需内存和时间的对比

Table 1 Comparison of memory and time required for rail electromagnetic coupling time-domain algorithm and CST calculation

numerical methods	memory/MB	time/s
rail electromagnetic coupling time domain algorithm	50	16
CST	200	924

随着钢轨长度的增加,钢轨电磁耦合时域算法计算所需内存和时间并未与全波算法一样呈指数增长,而且在模拟 10 km 长钢轨的电磁耦合问题时所需内存仅为 97 MB,进一步说明本文所提算法的高效性。

图 9 给出了钢轨不同长度时的终端负载电流响应曲线,可以看出,HEMP E1 对钢轨的作用过程包括两部分:一是核电磁脉冲直接作用到钢轨产生感应电流;二是核电磁脉冲经地面反射再次作用到钢轨产生感应电流。因此,电流响应既具有正值又包含负值。另外,钢轨上的电流响应峰值随着导线长度的增加而增大,在导线长度为 10 m 时,电流峰值为 700 A,之后不断增加达到最大为 800 A。当导线长度增加到一定值之后,电流峰值基本达到饱和而保持不变,但是电流波形的宽度会随着导线长度的增加而不断展宽,是因为导线长度不同,使得导线沿线的感应电流数量增加,且流入终端负载的时延不同,最终在负载端呈现出不同的波形叠加效果。掌握 HEMP E1 在轨道上耦合产生的干扰电流信号的强度以及上升沿、脉宽等波形重要特征参数信息以后,可设计更具针对性的电磁防护电路模块,从而提高轨道电路敏感设备的电磁安全性。

### 3 结论

研究轨道电路电磁脉冲耦合效应,对提高轨道电路在复杂电磁环境下的电磁安全性意义重大。为避免因长钢轨精细结构直接建模造成计算区域过大和剖分网格过细导致计算难度大的问题,本文将不规则钢轨等效为圆柱模型,并使用 FDTD 方法,结合传输线方程和长钢轨激励场快速计算方法,研究高效的时域混合算法,实现长钢轨与补偿电容一体化的电磁脉冲耦合建模与快速计算。通过将钢轨电磁耦合时域算法与 CST 计算所需内存和时间进行对比,验证了该算法的正确性和高效性。在此基础上,应用钢轨电磁耦合时域算法对 HEMP E1 辐照轨道的电磁

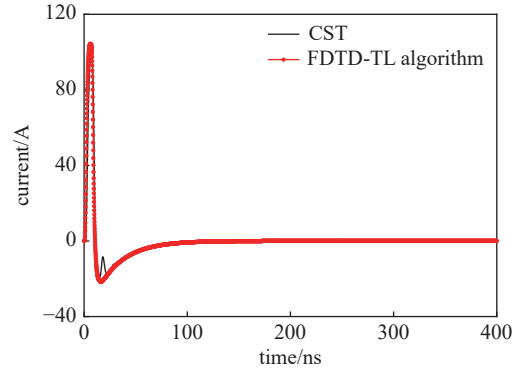


Fig. 8 Terminal load current response of rail electromagnetic coupling time domain (FDTD-TL) algorithm and CST calculation

图 8 钢轨电磁耦合时域算法与 CST 的终端负载电流响应

表 2 不同长度情况下的钢轨电磁耦合时域算法所需内存和时间

Table 2 Memory and time required by the time-domain algorithm for electromagnetic coupling of rails with different lengths

length/m	memory/MB	time/min
10	62	1
100	71	8
1000	87	58
10000	97	320

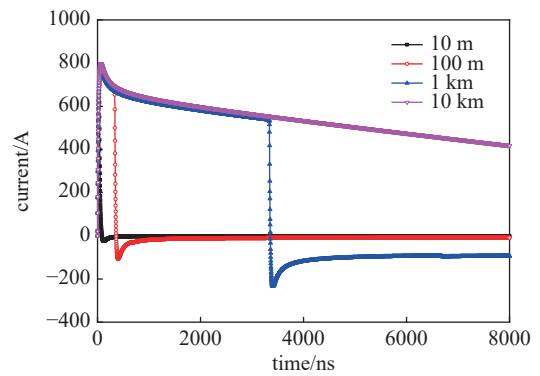


Fig. 9 Termination load current response under different rail lengths

图 9 不同钢轨长度下的终端负载电流响应

耦合效应进行仿真分析,掌握了 HEMP E1 在轨道上耦合产生的干扰电流信号的强度和波形,为轨道电路电磁防护设计提供理论参考。

#### 参考文献:

- [1] Hill R J, Brillante S, Leonard P J. Railway track transmission line parameters from finite element field modelling: Shunt admittance[J]. *IEE Proceedings-Electric Power Applications*, 2000, 147(3): 227-238.
- [2] Dolara A, Leva S. Calculation of rail internal impedance by using finite elements methods and complex magnetic permeability[J]. *International Journal of Vehicular Technology*, 2009, 2009: 505246.
- [3] 支永健. 弓网电弧电磁干扰传播的若干理论研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2013. (Zhi Yongjian. Some theoretical studies on pantograph-catenary arc electromagnetic interference propagation[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2013)
- [4] 朱冰. 轨道电路一次参数的建模与仿真[D]. 北京: 北京交通大学, 2014. (Zhu Bing. The modeling and simulation of the primary parameter of track circuit[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2014)
- [5] 王梓丞, 郭进, 罗蓉, 等. 轨道电路的EMTP建模及其雷电过电压的研究[J]. *电瓷避雷器*, 2016(4): 152-158. (Wang Zicheng, Guo Jin, Luo Rong, et al. Study on EMTP modeling and lightning overvoltage of track circuit[J]. *Insulators and Surge Arresters*, 2016(4): 152-158)
- [6] 王东. 无砟轨道轨道电路一次参数建模与仿真分析[D]. 兰州: 兰州交通大学, 2020. (Wang Dong. Primary parameter modeling and simulation analysis of track circuit with ballastless track [D]. Lanzhou: Lanzhou Jiaotong University, 2020)
- [7] 吴命利. 牵引供电系统电气参数与数学模型研究[D]. 北京: 北京交通大学, 2006. (Wu Mingli. Research on electrical parameters and mathematical model of traction power supply system[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2006)
- [8] Woodruff L F. Principles of electric power transmission[M]. 2nd ed. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1938.
- [9] Dwight H B. Skin effect in tubular and flat conductors[J]. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, 1918, 37(2): 1379-1403.
- [10] 彭涛. 牵引供电系统中钢轨频变参数特性研究[D]. 南昌: 华东交通大学, 2017. (Peng Tao. The research of frequency-dependent impedance in rail of traction power system[D]. Nanchang: East China Jiaotong University, 2017)
- [11] 谢彦召, 王赞基, 王群书. 地面附近架空线缆HEMP响应计算的Agrawal和Taylor模型比较[J]. *强激光与粒子束*, 2005, 17(4): 575-580. (Xie Yanzhao, Wang Zanji, Wang Qunshu. Comparison of Agrawal and Taylor models for response calculations of aboveground cable excited by HEMP[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2005, 17(4): 575-580)
- [12] Ye Zhihong, Wu Xiaolin, Li Yaoyao. Coupling analysis of transmission lines excited by space electromagnetic fields based on a time domain hybrid method using parallel technique[J]. *Chinese Physics B*, 2020, 29: 090701.
- [13] 刘备, 刘强, 阚勇, 等. 基于传输线等效法的双腔体屏蔽系数快速算法[J]. *强激光与粒子束*, 2015, 27: 053203. (Liu Bei, Liu Qiang, Kan Yong, et al. Fast prediction algorithm for shielding effectiveness of double enclosures based on transmission line equivalent circuit method[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2015, 27: 053203)
- [14] 葛德彪, 闫玉波. 电磁波时域有限差分方法[M]. 3版. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2011. (Ge Debiao, Yan Yubo. Finite-difference time-domain method for electromagnetic waves[M]. 3rd ed. Xi'an: Xidian University Press, 2011)
- [15] Ye Zhihong, Liao Cheng, Wen Chuan. Time-domain coupling analysis of shielded cable on the ground excited by plane wave[J]. *Progress in Electromagnetics Research M*, 2018, 67: 45-53.