



·超强激光激发的强场量子电动力学·

强场下真空中粒子对产生的研究进展*

龚 驰^{1,3}, 李子良^{1,2}, 李英骏^{1,2}

(1. 中国矿业大学(北京)深部岩土力学与地下工程国家重点实验室, 北京 100083; 2. 中国矿业大学(北京)理学院, 北京 100083; 3. 华北电力大学 数理系, 保定 071003)

摘 要: 随着激光技术的飞速发展, 激光强度不断提高, 超强外场下真空中正负电子对产生的过程, 即能量向质量转化过程, 已经成为一个研究热点。主要综述了近几年量子 Vlasov 方程方法和计算量子场论(数值求解 Dirac 方程)方法在研究强场下真空中正负电子对产生方面的进展, 分别介绍了空间均匀场和空间不均匀场下的粒子对产生的情况。第一种情况主要介绍双脉冲结构振荡电场中电子-正电子对的产生、强双频振荡电场中非微扰电子-正电子对的产生、频率调制的激光场中电子-正电子对的产生和 Dirac 真空对啁啾外场的快速分辨。第二种情况主要介绍优化空间局域电场提高粒子对的产生率、多个势阱-垒结构的振荡场对粒子对产生的增强、振荡 Sauter 电势中正负电子对产生的问题、操纵 Dirac 真空以控制其在场诱导下的衰变、作为信息传输介质的 Dirac 真空还有正负电子对产生中的相干和非相干啁啾机制的转变。

关键词: 强场物理; 正负电子对; 量子 Vlasov 方程; 计算量子场论

中图分类号: O53

文献标志码: A

doi: 10.11884/HPLPB202335.220145

Progress of pair production from vacuum in strong laser fields

Gong Chi^{1,3}, Li Ziliang^{1,2}, Li Yingjun^{1,2}

(1. State Key Laboratory for GeoMechanics and Deep Underground Engineering, China University of Mining and Technology, Beijing 100083, China;
2. School of Science, China University of Mining and Technology, Beijing 100083, China;
3. Department of Mathematics and Physics, North China Electric Power University, Baoding 071003, China)

Abstract: With the rapid development of laser technology and the continuous improvement of laser intensity, the process of electron-positron pair creation in vacuum under super strong external field, namely the process of energy conversion to mass, has become a research hot spot. In this paper, we mainly review the progress of quantum Vlasov equation and computational quantum field theory (numerical solution of Dirac equation) in the study of the electron-positron pair production in vacuum under intense laser field in recent years, and introduce two situations of particle pair generation spatially homogeneous field and spatially inhomogeneous field, separately. In the first case, there are electron-positron pair production in oscillating electric fields with double-pulse structure, electron-positron pair generation in the strong dual frequency oscillating electric field, electron-positron pair production in frequency modulated laser fields, and resolving rapidly chirped external fields with Dirac vacuum are introduced. The second case mainly introduces the optimization of spatially localized electric fields for electron-positron pair creation, enhanced pair creation by an oscillating potential with multiple well-barrier structures in space, electron-positron pair production in an oscillating Sauter potential, manipulation of the vacuum to control its field-induced decay and Dirac vacuum as a transport medium for information and transition between coherent and incoherent chirping mechanisms in electron-positron pair production.

Key words: strong field physics, electron-positron pair, quantum Vlasov equation, computational quantum field theory

* 收稿日期: 2022-05-08; 修订日期: 2022-07-22

基金项目: 中央高校科研平台高质量建设引导项目 (20226934); 国家自然科学基金项目 (11974419, 11705278)

联系方式: 龚 驰, chigong33@qq.com。

通信作者: 李子良, zlli@cumtb.edu.cn;

李英骏, lyj@aphy.iphy.ac.cn。

随着科学技术的发展,激光器已经成为了物理学当中多个研究领域下不可或缺的一项重要的实验工具。激光是一种特殊形式的光,它在空间上和时间上都体现出极好的相干性,所以在实验上经常采用激光作为光源。啁啾脉冲放大(Chirped Pulse Amplification, CPA)技术取得的重大突破^[1],使得激光强度得到快速提高,科学家在多个关联领域取得了突破性进展,其中一门崭新的学科——强场物理也应运而生^[2]。

强场物理自从诞生之后,便以惊人的速度成长起来。它的发展与激光峰值功率的提高相得益彰。激光的不同强度范围对应着强场物理领域内不同的研究方向,其中以非线性物理为主。诸如高次谐波和阿秒脉冲的产生、快点火激光核聚变技术,还有真空极化、真空中正负电子对产生等量子电动力学效应都是这个领域的重要发展方向。

量子力学和相对论在 20 世纪初刚被提出,便引起了人们浓厚的研究兴趣,并最终成为近代物理学的两大支柱。在量子力学的发展与建立过程中,薛定谔首先提出了描述微观粒子运动的波动方程——薛定谔方程^[3]。不过,薛定谔方程描述的是低速运动的粒子,是非相对论性粒子的波动方程,不适用于相对论粒子。为了得到相对论性的波动方程,瑞典物理学家克莱因(O. Klein)和德国人高登(W. Gordon)分别独立推导出 Klein-Gordon 方程^[4]。但其结果中出现了一些无法解释的现象:粒子的概率密度和能量为负。最终,P. A. Dirac 给出了描述电子的相对论波动方程,即 Dirac 方程^[5],其结果可以很好地描述电子的运动和内禀属性。

为了解释 Dirac 方程中出现的负能量的问题,Dirac 提出了负能海理论,并预言了正电子的存在。他认为真空中的负能态已经被大量的负能电子填满,由于泡利不相容原理,正能级上的电子无法再向负能级跃迁,从而解释了原子结构的稳定性问题。对于实验上无法观察到处于负能量态上的电子的原因,Dirac 认为从被电子填满的负能态中移走一个电子,那么之前被此电子占据的位置就会出现一个与电子相反的粒子“反电子”,这就是 Dirac 预言的正电子,它的质量与电子相同,但电荷为正。

1951 年, Schwinger 在场论的框架下用固有时方法推导出了正负电子对产生率的表达式及临界场强的概念^[6]: 恒定外部电场 E 下的真空中电子对产生率为 $R \propto \exp(-\pi E_{cr}/E)$, 其中临界场强 $E_{cr} \approx 1.32 \times 10^{16}$ V/cm。Schwinger 指出当外部电场的场强超过临界场强时,真空便不再稳定,将会自发地源源不断地产生正负电子对。

随着激光强度的提高,人们更加注重与强场物理有关的研究。其中量子电动力学(Quantum Electrodynamics, QED)有一个重大预测:真空中产生正负电子对的现象(即光转化为物质的过程),就是强场物理研究中一个重要方向。虽然目前的激光强度还不足以在实验室直接产生正负电子对,但是科学家已经可以通过其他途径观察到正负电子对的产生现象。一些研究学者利用两个重离子相互碰撞来实现真空中正负电子对的产生^[7-8],但是由于在这个实验中还有其他的附加条件,所以产生的正负电子对并不能说是完全由光转化而来的^[9-10]。为了能在实验上验证纯光转化为物质的过程,科学家们一方面不断发展激光技术,进一步提高激光场强度,另一方面在理论上深入探究真空中粒子对产生的机制并构思场型降低粒子对产生的阈值。

1 强场物理与计算方法

由于真空中正负电子对的产生所需要的实验条件很高,所以目前科学家对正负电子对产生的研究主要集中在理论方面。随着数值模拟方法的快速发展,强场下真空中产生正负电子对领域内的数值模拟研究也得到了很大的发展^[11-13],数值模拟的主要目的是找出可以降低产生正负电子对的条件和尽可能提高粒子产生率的方法,除此之外还有探索正负电子对产生过程中的各种物理机制。本文主要介绍国际上计算真空中产生正负电子对的主流理论方法:一种是量子 Vlasov 方程方法,该方法的优势在于可以完全剔除掉空间不均匀性对粒子对产生过程的影响,计算出空间均匀含时电场下正负电子对产生过程的细节,发现时间域上的多种干涉效应。另一种是计算量子场论方法,该方法与用 Furry 表象下的量子场论计算方法相比^[14-15],优势是可以计算任意空间局域化电场下正负电子对产生的特征,并且可以给出任意时刻下真空中产生的正负电子对的瞬时状态。

除了上述两种计算方法之外,还有许多理论方法被用于研究真空中粒子对的产生过程中^[16-18],例如 Wentzel-Kramers-Brillouin (WKB) 近似方法^[16]、世界线瞬子技术^[14,17]等。

1.1 强场物理

强场物理的产生与发展离不开激光技术的快速发展。20 世纪 80 年代中期,啁啾脉冲放大技术的发明引发了自 1960 年以来的第二次激光革命,激光峰值功率大幅提高。在当今的激光器中,在焦点处提供一个峰值功率超过 10^{18} W/cm² 的激光场已经变得很常见,此时,电子与这样的场相互作用,可以在一个激光场周期中变成相对论性的。图 1 展示了激光聚焦强度随年代的发展与相应的物理研究的进展。可以看到,随着激光聚焦强度的提高,能用激光研究的物质特性也从原子、分子、等离子体到超相对论和量子等离子体,最后接近 QED 真空。当激光强度

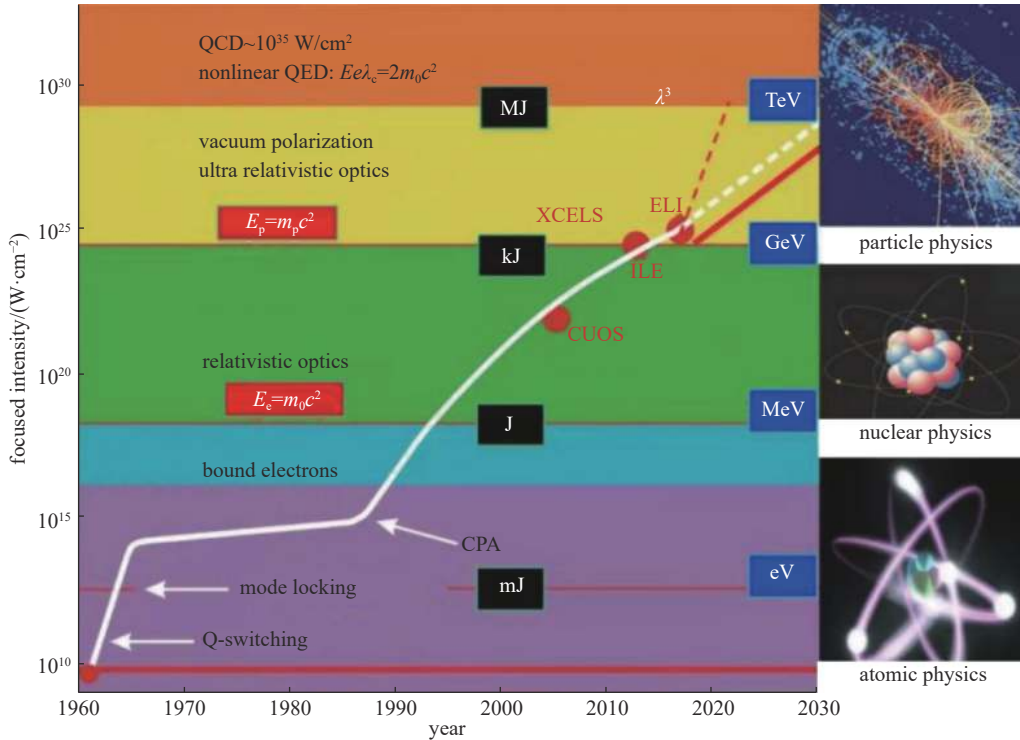


Fig. 1 The development of laser intensity and the corresponding physical research

图 1 激光强度随年代的发展与相应的物理研究的发展

达到 10^{29} W/cm^2 时, QED 真空将失稳, 产生正负电子对, 这就是所谓的“真空沸腾”。

目前, 最先进的激光器产生的激光的强度仍然比 Schwinger 极限低多个数量级, 但是正在建设和计划中的激光设施正不断向 Schwinger 极限场强靠近。当前欧盟正在建造的极端光学装置 ELI-NP^[19] 项目将建造成前所未有的超高峰值功率超短脉宽激光装置, 其聚焦功率有望达到 10^{23} W/cm^2 , ELI-NP 旨在为全球科学界提供一个高功率激光系统 (HPLS: High-Power Laser System) 的旗舰装置。HPLS 将由两个独立的激光臂部分组成, 每个提供 10 PW (10^{16} W) 的最大功率。表 1 给出了该项目中的三种 HPLS 参量。

表 1 三种 HPLS 光束在 ELI-NP 上的工作参数^[19]

Table 1 Operational parameters of the three HPLS beam lines at ELI-NP^[19]

$P_{\text{HPLS}}/\text{PW}$	E_{LP}/J	$I_0^{\text{max}}/(\text{W}\cdot\text{cm}^{-2})$	f_{lp}/Hz	operational in
10	150~225	10^{23}	0.017	2021
1	15~25	5.6×10^{21}	1	2020
0.1	1.5~2.5	2.2×10^{20}	10	2020

德国汉堡 DESY 实验室利用欧洲 XFEL 的电子束进行了一项新实验——LUXE(激光和 XFEL 实验)。LUXE 旨在研究高强度光学激光器与来自 XFEL 电子束的 16.5 GeV 电子的碰撞(见图 2), 以及光学激光器与高能次级光子的碰撞。LUXE 的物理目标是强场强边界上的 QED 过程, 在强场强边界上, 激光的电磁场高于 Schwinger 极限。在这种情况下, QED 是非微扰的。这体现在 QED 真空中产生的物理正负电子对, 类似于黑洞中的霍金辐射。LUXE 打算在一个前所未有的激光强度范围内测量正电子的产生率。

目前, 在超强激光与等离子体相互作用的过程中^[20-21], 正负电子对的产生一般通过三种常见的非线性 QED 过程来实现^[22-24], 分别为 Bethe-Heitler (BH)、Trident 和 Breit-Wheeler (BW)

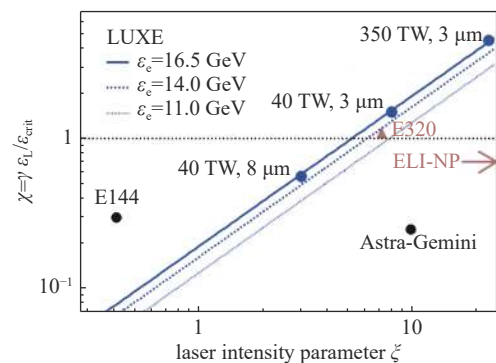


Fig. 2 Quantum and intensity parameters of LUXE compared to Astra-Gemini and ELI-NP^[24]

图 2 LUXE 的量子参数和强度参数与 Astra-Gemini 和 ELI-NP 比较图^[24]

过程。在 BH 过程中, 正负电子对是由原子核与被减速电子辐射出的 γ 光子相互作用而产生的。在 Trident 过程中, 正负电子对是由高能电子与库仑场或强激光相互作用产生的。在 BW 过程中, 正负电子对是由频率为 ω 的高能 γ 光子与光子频率为 ω_0 的高强度激光场碰撞而产生的。在激光与固体靶直接相互作用时, 正负电子对主要通过 Trident 和 BH 过程产生。

根据 Dirac 真空的理论, 真空中正负电子对的产生主要有两种机制。一种是 Schwinger 隧穿机制^[10]。当外部场强的能量超过 $2mc^2$ 时, 真空中正负能量连续态将重叠, Dirac 海中的电子可以通过量子隧穿到达正能态, 从而实现电子-正电子对的产生^[25-27], 如图 3 蓝色箭头所示。为了降低产生粒子的阈值, 人们又提出了动力学辅助增强机制来实现粒子对的产生^[28-30], 如图 3 黄色曲线所示^[31]。

另一种是多光子吸收效应^[32-33]。如图 4 所示, 负能海中粒子可以靠吸收单个光子或多个光子从而跃迁到正能级, 实现正负电子对的产生。图 4 的示意图所示为非对称式光子吸收跃迁 (均为吸收 2 个光子), 从能级 $-3.15c^2$ ($-1.85c^2$) 处吸收 2 个频率为 $2.5c^2$ 的光子跃迁到能级为 $1.85c^2$ ($3.15c^2$) 处。

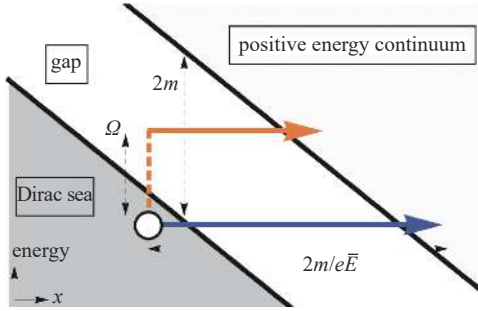


Fig. 3 Schwinger tunneling^[31]

图 3 Schwinger 隧穿^[31]

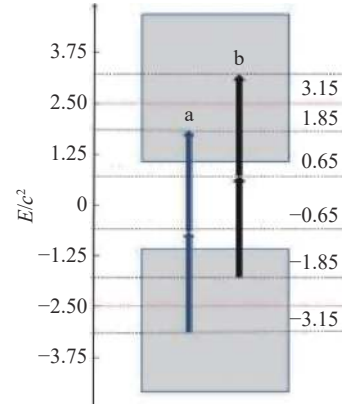


Fig. 4 Diagram of multiphoton absorption^[34]

图 4 多光子吸收示意图^[34]

1997 年, Burke 等人在美国斯坦福线型加速器 (SLAC) 上完成了一项实验^[35-36], 主要是让强激光场和 46.6 GeV 的电子束进行碰撞, 在真空中产生正负电子对。但是在这个实验中, 康普顿散射所产生出的 γ 光子再次与强激光发生散射, 这才产生了正负电子对。由于这个实验中引入了其他的物理机制, 所以在真空当中产生的正负电子对并不能够被认为是完全由激光能量转化而来。为了探究 QED 真空结构和实现纯光转化为物质的过程, 强场物理中的真空中粒子对产生问题的研究在理论上得到了迅速发展, 国内外大量的专家学者投身到这个领域当中, 试图从理论与数值模拟方向来找到能够降低真空中产生正负电子对阈值的方法, 也希望能够更多地了解真空中产生正负电子对的细节。

1.2 量子 Vlasov 方程

从空间均匀含时电场下的 Dirac 方程出发, 运用正则含时的 Bogoliubov 变换, 可以推导出单粒子动量分布函数 $f(\mathbf{k}, t)$ 所满足的积分微分方程, 即量子 Vlasov 方程^[37-41]

$$\frac{df(\mathbf{k}, t)}{dt} = \frac{1}{2} \frac{eE(t)\varepsilon_{\perp}}{\Omega^2(\mathbf{k}, t)} \int_{t_0}^t \frac{eE(t')\varepsilon_{\perp}}{\Omega^2(\mathbf{k}, t')} [1 - 2f(\mathbf{k}, t')] \cos[2 \int_r^t \Omega(\mathbf{k}, \tau) d\tau] d\tau \quad (1)$$

注意这里采用的是自然单位制 $\hbar=c=1$, 其中 $|e|$ 是电子电荷量的大小, $\mathbf{k}=(\mathbf{k}_{\perp}, k_{\parallel})$ 是正则动量, $\varepsilon_{\perp}^2 = m^2 + \mathbf{k}_{\perp}^2$ 表示横向能量的平方, m 是电子的质量, $\Omega^2(\mathbf{k}, t) = \varepsilon_{\perp}^2 + k_{\parallel}^2(t)$ 表示总能量的平方, $k_{\parallel}(t) = k_{\parallel} - eA(t)$ 是沿着电场 $E(t)$ 方向的运动动量。方程 (1) 右边的 “[$1-2f(\mathbf{k}, t')$]” 是泡利阻塞 (Pauli-blocking 因子), 由此可以看出量子统计对正负电子对产生的影响。此外, 由于泡利阻塞因子依赖于分布函数的历史且 “cos” 项依赖于电场的历史, 所以方程 (1) 也揭示了正负电子对产生过程具有非马尔科夫 (Non-Markovian) 特征。另外注意只有当 $t \rightarrow +\infty$ 且外电场为零时, 单粒子分布函数 $f(\mathbf{k}, t)$ 才是对产生的实粒子的描述。因此, 我们只关注分布函数 $f(\mathbf{k}, +\infty)$ 和粒子数密度 $n(+\infty)$ 。

下面对方程 (1) 进行化简, 以便能够应用 Runge-Kutta 方法进行数值计算。首先引入变量 $W(\mathbf{k}, t) = eE(t)\varepsilon_{\perp} / \Omega^2(\mathbf{k}, t)$ 和 $\Theta(\mathbf{k}, t, t') = \int_r^t \Omega(\mathbf{k}, \tau) d\tau$, 则方程 (1) 可以简化为

$$\frac{df(\mathbf{k}, t)}{dt} = \frac{1}{2} W(\mathbf{k}, t) \int_{t_0}^t W(\mathbf{k}, t') [1 - 2f(\mathbf{k}, t')] \cos[2\Theta(\mathbf{k}, t, t')] d\tau' \quad (2)$$

引入两个辅助变量

$$u(\mathbf{k}, t) = \int_{t_0}^t W(\mathbf{k}, t') [1 - 2f(\mathbf{k}, t')] \cos[2\Theta(\mathbf{k}, t, t')] dt' \quad (3)$$

$$v(\mathbf{k}, t) = \int_{t_0}^t W(\mathbf{k}, t') [1 - 2f(\mathbf{k}, t')] \sin[2\Theta(\mathbf{k}, t, t')] dt' \quad (4)$$

并代入式(2)中, 则可以得到与式(1)等价的一阶常微分方程组

$$\frac{df(\mathbf{k}, t)}{dt} = \frac{1}{2} W(\mathbf{k}, t) u(\mathbf{k}, t) \quad (5)$$

$$\frac{du(\mathbf{k}, t)}{dt} = W(\mathbf{k}, t) [1 - 2f(\mathbf{k}, t)] - 2\Omega(\mathbf{k}, t) v(\mathbf{k}, t) \quad (6)$$

$$\frac{dv(\mathbf{k}, t)}{dt} = 2\Omega(\mathbf{k}, t) u(\mathbf{k}, t) \quad (7)$$

初始条件为

$$f(\mathbf{k}, -\infty) = u(\mathbf{k}, -\infty) = v(\mathbf{k}, -\infty) = 0 \quad (8)$$

运用 4 阶 Runge-Kutta 方法求解方程组可以得到 $f(\mathbf{k}, t)$, 最后, 对动量分布函数里的动量进行积分可以得到随时间演化的粒子数密度

$$n(t) = 2 \int f(\mathbf{k}, t) \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3} \quad (9)$$

其中因子 2 是由于电子自旋产生的简并度。

1.3 计算量子场论

能量到质量的转换过程中, 粒子可以产生和湮灭, 所以用量子力学的理论来描述这个过程是不合适的, 因为在整个空间中发现粒子的概率是不守恒的。为了描述粒子产生和湮灭的过程, 我们需要用量子场论, 其中场算符的演化满足海森堡 (Heisenberg) 方程。

通过忽略内部费米子的相互作用而推导得到的算符 $\Psi(x, t)$ 也可以由 Dirac 方程描述, 此方法用的是原子单位制, $\hbar = m_e = e = 1$ 。

$$i\partial \Psi(x, t) / \partial t = [c\alpha_x p_x + \beta c^2 + V(x, t)] \Psi(x, t) \quad (10)$$

其中, α_x 和 β 为 Dirac 矩阵, $c=137.036$ a.u. 是光速, $V(x, t)$ 是 x 方向的标势, 为整个系统提供电场力。在此种方法中, 大部分工作只对一维 (1D) 空间的正负电子对的产生进行数值模拟。尽管粒子对是在三维 (3D) 空间中进行的, 并且一维结果与三维结果之间没有一一对应的关系, 但是 1D 模拟至少包含 3D 情况下粒子对产生的主要特征。此外, 1D 处理的合理性还可以通过与其他计算方法的高维结果进行比较来证明^[12,42-48]。

如果只考虑一个具体自旋, 通常的四分量自旋波函数则可以简化为只有两个分量 $\Psi(x, t) = (\phi_1, \phi_2)^\dagger$, 所以 Dirac 矩阵 α_x 和 β 约化成 Pauli 矩阵 σ_1 和 σ_3 。场算符 $\Psi(x, t)$ 可通过与时间无关的完备基与时间相关的完备基展开如下

$$\Psi(x, t) = \sum_p b_p(t) u_p(x) + \sum_n d_n^\dagger(t) v_n(x) = \sum_p b_p u_p(x, t) + \sum_n d_n^\dagger v_n(x, t) \quad (11)$$

其中, $u_p(x)$ 和 $v_n(x)$ 是自由外场下正负能级本征态 $|p\rangle$ 和 $|n\rangle$ 的空间矢量。 $u_p(x, t)$ 和 $v_n(x, t)$ 分别是 $u_p(x)$ 和 $v_n(x)$ 的时间演化态。从公式(11)中, 我们可以得到与时间有关的电子湮没和正电子产生算符

$$b_p(t) = \sum_p b_p \langle u_p(x) | u_p(x, t) \rangle + \sum_n d_n^\dagger \langle u_p(x) | u_n(x, t) \rangle \quad (12)$$

$$d_n^\dagger(t) = \sum_p b_p \langle u_n(x) | u_p(x, t) \rangle + \sum_n d_n^\dagger \langle u_n(x) | u_n(x, t) \rangle \quad (13)$$

与正能量相关的场算符的电子部分定义为: $\Psi_e(x, t) \equiv \sum_p b_p(t) u_p(x)$, 则电子的空间粒子数密度可表示为

$$\rho(x, t) = \langle \langle \text{vac} | \Psi_e^\dagger(x, t) \Psi_e(x, t) | \text{vac} \rangle \rangle \quad (14)$$

通过应用公式(12)和(13)还有对易关系 $[b_p, b_p^\dagger]_+ = b_p b_p^\dagger + b_p^\dagger b_p = \delta_{p,p'}$ 和 $[d_n, d_n^\dagger]_+ = d_n d_n^\dagger + d_n^\dagger d_n = \delta_{n,n'}$, 粒子数密度可以被重新写成

$$\rho(x,t) = \sum_n \left| \sum_p U_{p,n}(t) u_p(x) \right|^2 \quad (15)$$

对公式(15)进行空间积分,我们能够得到产生的粒子总数为

$$N(t) = \int \rho(x,t) dx = \left| \sum_{p,n} U_{p,n}(t) \right|^2 \quad (16)$$

最后,通过劈裂算符技术和快速傅里叶变换方法可以对公式(15)和(16)进行数值求解。该数值计算方法已经广泛应用于研究原子分子电离问题时对含时薛定谔方程的求解。相比于上述数值计算,原子分子电离中的强场近似理论则更有利于挖掘电离背后的物理机制^[18],所以可以部分借鉴到粒子对产生问题中加深人们对粒子对产生过程的理解。

2 空间均匀含时场下正负电子对产生的研究进展

本节主要介绍近几年国内外研究组应用量子 Vlasov 方程研究空间均匀含时电场下真空中产生正负电子对的重要工作及进展。

2.1 双脉冲结构振荡电场中电子-正电子对的产生

2019年, Müller 课题组研究了具有双脉冲结构的振荡电场下当电场振幅能量与频率能量比值约等于1时的非微扰范围内的正负电子对的产生^[49]。结果发现对于两个相同脉冲组成的对称场结构,两脉冲之间的时间延迟强烈影响产生粒子的动量谱,甚至影响总产生率;对于不对称场结构,即当场中包含低强度预脉冲和高强度主脉冲时,在一定场参数范围内,尽管前脉冲很弱,但仍能在粒子能谱中留下可见的痕迹。

所用电场单个脉冲矢量形式为

$$A(t) = \frac{m\xi_j}{e} [\sin(\omega_j t) + \sin(\omega_j(t - T_1 - \delta))] F_j(t) e_y \quad (17)$$

$$F_j(t) = \begin{cases} \sin^2\left(\frac{1}{2}\omega_j t\right), & 0 \leq t \leq \tau_j \\ 1, & \tau_j \leq t \leq T_j - \tau_j \\ \sin^2\left(\frac{1}{2}\omega_j t\right), & T_j - \tau_j \leq t \leq T_j \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (18)$$

其中公式(18)为电场的缓慢打开与关闭, $\xi_j = eE_j/m\omega_j$, E_j 为电场强度振幅, ω_j 为电场频率, δ 表示脉冲之间的时间延迟,电场示意图见图5。

首先,考虑由两个相同脉冲组成的对称电场情况。由于延迟时间通过复杂的相位进行计算,该相位取决于粒子能量,因此也取决于粒子动量,它也会影响产生的粒子的动量分布。图6显示了两个不同的 δ 值对产生的正负电子对横向动量分布的影响。虽然两条曲线的总体趋势相似,包括在 $p_x \approx 1.2m$ 处出现的六光子共振,但脉冲延迟

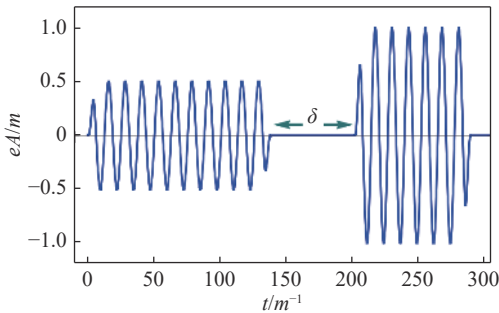


Fig. 5 General form of an oscillating electric field with double-pulse structure. The pulses are characterized by their frequency ω_j , intensity parameter ξ_j and number of plateau cycles N_j ($j \in \{1, 2\}$) and have variable time delay δ ^[49]

图5 双脉冲结构的振荡电场的一般形式。脉冲的特征体现在它们的频率 ω_j 、强度参数 ξ_j 和平台周期数 N_j ($j \in \{1, 2\}$) 并且具有可变的时间延迟 δ ^[49]

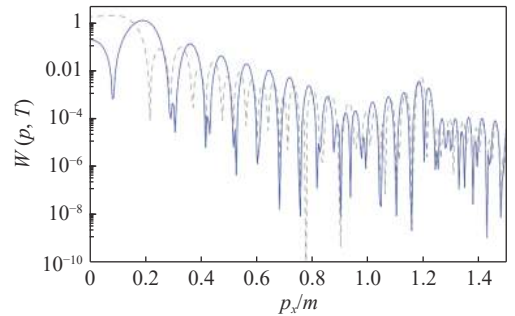


Fig. 6 Transversal momentum distributions of particles created in an electric double pulse with $\xi_1 = \xi_2 = 1$, $\omega = 0.49072m$, $N_1 = N_2 = 6$, and time delay $\delta = 0$ (blue solid curve) or $\delta = \pi/2m$ (gray dashed curve). The longitudinal momentum component along the field direction vanishes, $p_y = 0$ ^[49]

图6 在双脉冲电场中产生的粒子的横向动量分布,其中 $\xi_1 = \xi_2 = 1$, $\omega = 0.49072m$, $N_1 = N_2 = 6$, 时间延迟 $\delta = 0$ (蓝色实线) 或 $\delta = \pi/2m$ (灰色虚线曲线)。沿场方向的纵向动量分量 $p_y = 0$ ^[49]

导致某些区域存在明显差异。例如,虽然对于 $\delta = \pi/2m$ (灰色虚线曲线) 时,动量为 $p_x=0.1m$ 处产生大量粒子,但在 $\delta = 0$ 时,该区域的产生受到抑制,最大粒子数转移到稍高的动量 $p_x \approx 0.2m$ (蓝色实线) 处。因此,通过适当地调节 δ 的值,原则上可以增强或抑制在某些动量下正负电子对的产生。

其次,考虑不对称场情况下的粒子对产生,其中相当弱的预脉冲在强主脉冲之前。这部分研究的动机是,在实验中高强度激光脉冲的产生通常伴随着强度低得多的预脉冲。研究结果表明足够弱的预脉冲几乎不会影响粒子对总产生概率,但仍可能在所产生的粒子对的动量谱上留下特征印记。更多细节请看文献 [49] 中图 7。另外,研究还发现通过改变两个相同脉冲之间的时间延迟即量子相位来影响该过程,类似于原子物理学中的拉姆齐干涉测量法。如果延迟的时间选择恰当,则可以选择性地修改产生的粒子对的动量能谱,甚至显著提高总产生概率,而不需要增加外部的激光能量。

最后,作者提出了对未来工作的一些设想,比如将场精细分割成 3 个脉冲、4 个脉冲等是否可以进一步增加粒子对产生的概率。此外,需要注意,在强主脉冲 ($\xi_1/\xi_2 \sim 0.1$) 之前的相当弱的预脉冲可以在动量谱中留下可见的特征。然而,如果考虑到真空当中的粒子对的产生率,预脉冲的影响可以忽略不计。

2.2 强双频振荡电场中非微扰电子-正电子对的产生

双频量子干涉和相对相位效应在强激光与原子和分子的相互作用中已经得到了很好的证实 [50]。作为相干相位控制的基础,它们能够专门操纵强场过程。例如,可以通过强场电离来影响正负电子对产生率 [51],提高高次谐波产生的效率 [52],并在空间上求出光解中分子的碎裂 [53]。

2020 年, Müller 课题组进一步研究了超强双频组合振荡电场中在非微扰区域的正负电子对的产生过程。通过对依赖于产生粒子的动量的相位的计算,把强场光电离中提出的“相位的相位光谱学”(phase-of-the-phase spectroscopy) 方法应用到场诱导的粒子对产生问题中,发现得到的相位的相位谱中出现了不对称的棋盘图样,该结果与强场光电离中的结果类似 [54]。

所用电场的矢势形式如下

$$A(t) = \frac{m}{e} [\xi_1 \sin(\omega t) + \xi_2 \sin(2\omega t + \varphi)] F(t) \mathbf{e}_y, \quad (19)$$

其中 $\xi_j = eE_j/m\omega_j$, E_j 为电场强度振幅, ω_j 为电场频率, φ 为相对相位, $F(t)$ 形式类似于公式 (18), 为电场的缓慢打开与关闭。平稳区包括 N 个基模振荡周期, 因此电场脉冲的总持续时间为 $T = (N + 1) 2\pi/\omega$ 。

相位的相位光谱学已被开发为一种特殊的方法来分析双频强场现象中的相对相位效应 [55-58]。它的基础是相对相位是连续变量, 而双频场是以 2π 为周期的周期函数, 那么场的这种周期性就会被传递给与场有关的可观察量, 例如粒子的动量分布, 此时电场的相对相位信息就会被编码在对可观察量傅里叶变换之后的复数傅里叶系数中, 而复数傅里叶系数中的复数相位就被称为相位的相位。

在电场 (19) 下, 对产生粒子的动量分布 $W(\mathbf{p}, \varphi)$ 进行傅里叶级数展开得

$$W(\mathbf{p}, \varphi) = \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} W_{\ell}(\mathbf{p}) e^{i\ell\varphi} = W_0(\mathbf{p}) + 2 \sum_{\ell=1}^{\infty} |W_{\ell}(\mathbf{p})| \cos[\ell\varphi + \Phi_{\ell}(\mathbf{p})] \quad (20)$$

其中傅里叶系数 $W_{\ell}(\mathbf{p}) = \int_0^{2\pi} W(\mathbf{p}, \varphi) e^{i\ell\varphi} d\varphi$ 可以重新表示为 $W_{\ell} = |W_{\ell}| e^{i\Phi_{\ell}}$, $|W_{\ell}|$ 称为相对相位对比度 (relative-phase contrast), Φ_{ℓ} 称为相位的相位。

图 7 给出了两个不同相对相位 φ 下双频电场中产生的电子的纵向动量分布, 其中横向动量保持固定为零。定性地, 两条曲线看起来相似, 都是从概率的最大值处开始显示出下降趋势, 中间有明显的多光子共振峰。然而, 在粒子数量上, 却存在明显的差异。例如, 在 $\varphi=0$ (黑色实线曲线) 时, $p_x \approx 0.2m$ 附近会产生更多具有小动量的粒子, 而

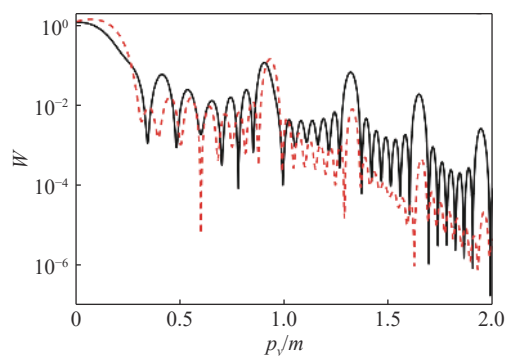


Fig. 7 Longitudinal momentum distribution of electrons created in a bifrequent electric field with $\xi_1=1$, $\xi_2=0.1$, $N=7$, and $\omega=0.49072m$ [see Eq. (19)]. The black solid (red dashed) curve refersto a relative phase of $\varphi=0$ ($\varphi=\pi/2$). The transverse momentum vanishes, $p_x=0$ [49]

图 7 在 $\xi_1=1$ 、 $\xi_2=0.1$ 、 $N=7$ 、 $\omega=0.49072m$ 的双频电场中产生的电子的纵向动量分布 [见公式 (19)]。黑色实线 (红色虚线) 曲线是指 $\varphi=0$ ($\varphi=\pi/2$) 的相对相位。横向动量 $p_x=0$ [49]

$\varphi = \pi/2$ (红色虚线曲线) 时, 产生 $p_y > 1.2m$ 的粒子数越来越少。类似的相位效应也会出现在横向动量分布中。此外, 当改变相对相位时, 图 7 中的共振峰的位置略有偏移, 这可以通过产生粒子的准能量公式 $\varepsilon = \frac{1}{T} \int_0^T \sqrt{m^2 + p_x^2 + [p_y - eA(t)]^2} dt$ 得到解释。由于准能量对相对相位 φ 表现为弱依赖性, 所以共振峰的位置只是略有偏移。

从公式(20)中可知, Φ_ℓ 是动量 \mathbf{p} 的函数, 图 8 展示的是双频电场下产生电子的相位的相位谱 Φ_ℓ , 其中蓝色的部分 $\Phi_\ell \approx -\pi/2$, 红色的部分 $\Phi_\ell \approx \pi/2$, 绿色的部分 $\Phi_\ell = 0$ 。左图为对粒子动量分布做傅里叶展开的一阶项对应的傅里叶系数中的相位谱, 即 $\Phi_{\ell=1}$, 可以看到谱上呈现出蓝色锥形区、红色锥形区和红蓝交错的棋盘图样区。由于蓝色部分 $\Phi_1 \approx -\pi/2$, 所以根据公式(20)可知产生粒子的动量分布函数中包含有类似正弦项的相对相位。类似的, 红色部分 $\Phi_1 \approx \pi/2$ 表示产生粒子的动量分布函数中包含有相对相位的类似正弦项 (负)。右图是为对粒子动量分布做傅里叶级数展开第二项对应的傅里叶系数中的相位谱 $\Phi_{\ell=2}$, 可以看到它与左图呈现相似的结果, 只不过结构更加丰富, 图中部分蓝红色位置正好与左图中的位置交换。根据公式(20)可知, 此种情况下产生粒子的动量分布函数中包含有类似余弦项的相对相位。另外, 右图中绿色的部分明显增加说明第二项对应的相位的相位对粒子对的产生影响较小。

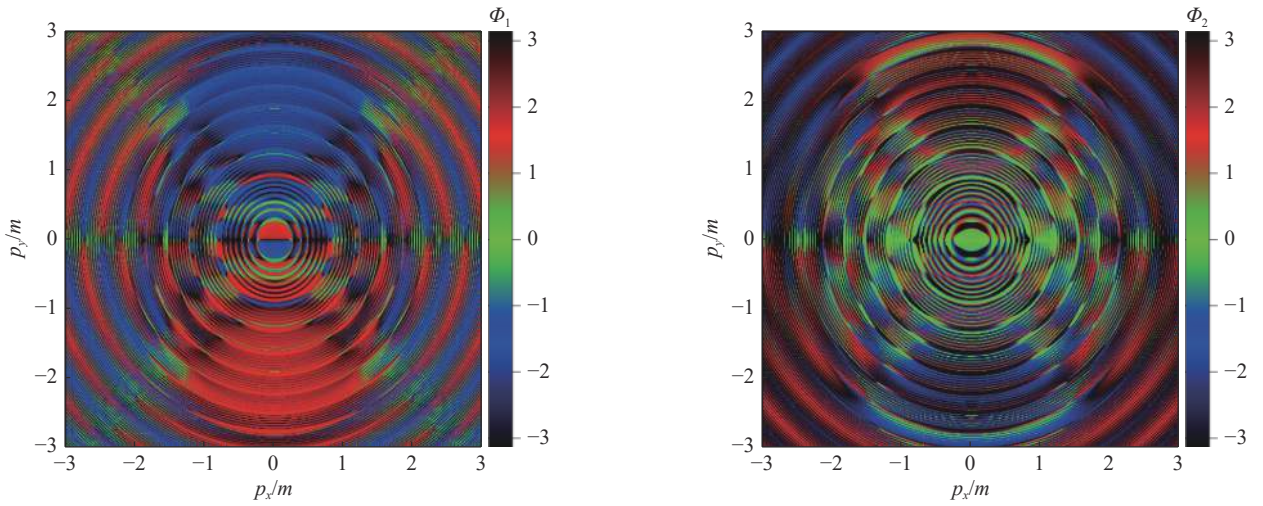


Fig. 8 Phase-of-the-phase spectra for the electron created in a bifrequent electric field with $\zeta_1=1$, $\zeta_2=0.1$, $N=7$, and $\omega=0.49072m$.
Left panel: Φ_1 ; right panel: Φ_2 (each measured in rad with $-\pi \leq \Phi_\ell \leq \pi$, as indicated by the color coding)^[54]

图 8 在双频电场中产生的电子的相位的相位谱 $\Phi_\ell(p)$, 其中 $\zeta_1=1$, $\zeta_2=0.1$, $N=7$, 和 $\omega=0.49072m$ 。
左图为 Φ_1 , 右图为 Φ_2 ^[54] (弧度范围为 $-\pi \leq \Phi_\ell \leq \pi$, 如图中颜色所示)

此工作发现, 对于任意的场参数, 通过包含前三级傅里叶项就可以很好地描绘出粒子对产生的动量谱细节。当计算强场粒子对产生时, 该方法同样有助于将产生的相干粒子对的特征与可能由其他过程产生的潜在背景噪声区分开来, 例如残余原子和激光加速电子之间的碰撞。

2.3 频率调制激光场中电子-正电子对的产生

2020年, Gong 等研究了正弦调频电场中电子-正电子对的产生, 这种类型的电场也可以看作是正弦频率啁啾电场^[59]。通过对调制参数的合理限制, 发现在特定的调制参数下, 生成的粒子对的数密度仍然可以提高多个数量级。此外, 还可以通过调节频率调制电场的啁啾参数来人为地控制产生的粒子对的动量和数量^[60]。

所用频率调制电场为

$$E(t) = E_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \cos(\omega t + b \sin(\omega_m t)) \quad (21)$$

其中, E_0 、 ω 、 τ 分别为电场的强度、频率和脉冲持续时间, ω_m 称为调制频率, b 为测量调制程度的参数。为解释后面的数值结果, 图 9 给出了电场(21)的一些典型傅里叶变换。正

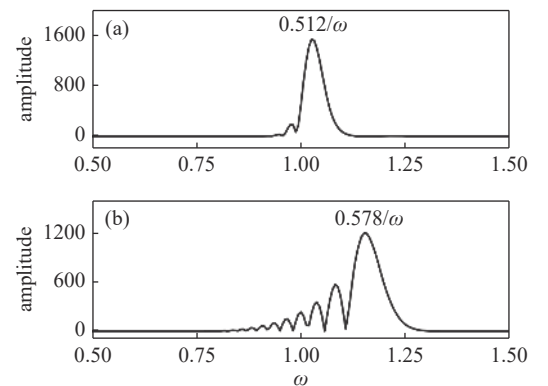


Fig. 9 The Fourier transform of the frequency modulated electric field, where the values of modulation parameter (ω_m , b) are (0.01, 1.52) for the upper panel and (0.009, 9.52) for the lower panel. And the values of dominant frequency peaks are shown. Other field parameters are $E_0=0.1E_{cr}$, $\tau=100/m$, $\omega=0.5m$ ^[60]

图 9 调频电场的傅里叶变换, 其中上图的调制参数 (ω_m , b) 为 (0.01, 1.52), 下图的调制参数为 (0.009, 9.52)。并给出了主峰峰值。其他场参数为 $E_0=0.1E_{cr}$, $\tau=100/m$, $\omega=0.5m$ ^[60]

如前面所说,有两种不同的机制可以诱导真空中产生电子-正电子对。一个是 Schwinger 效应(隧穿机制),另一个是多光子吸收效应,通过绝热参数 $\zeta = |e|E_0/m\omega$ 可以很好地区分这两种机理^[61]。前者为 $\zeta \gg 1$, 后者为 $\zeta \ll 1$ 。这里关注的是有趣的中间区域 $\zeta \sim O(1)$ 。例如, $E_0 = 0.1E_{cr}$ 和 $\omega = 0.5m$ 调制场的绝热参数 $\zeta = 0.2$ 。

为了使调制保持在合理的范围内,电场(21)重写为

$$E(t) = E_0 e^{-\frac{t}{2\tau}} \cos(\omega_{\text{eff}} t) \quad (22)$$

其中 $\omega_{\text{eff}} = \omega + b \sin(\omega_m t)/t$ 是关于时间的有效频率,在任意时刻令 $|b \sin(\omega_m t)/t| \leq a\omega$, 其中 $0 \leq a < 1$ 。因为 $|b \sin(\omega_m t)/t|_{\text{max}} = b\omega_m$, 所以可以获得 $b\omega_m \leq a\omega$ 。最后得到调制度 b 与调制频率 ω_m 的约束关系为

$$b \leq \frac{a\omega}{\omega_m} \quad (23)$$

为了便于研究调制参数对产生正负电子对的数密度的影响,根据公式(23),图10中画了几种典型曲线(红色虚线,黑色虚-点线,蓝色点线)。图10反映了在频率调制电场中产生的粒子对数密度对不同调制参数的敏感程度,其中电场强度和频率分别为 $0.1E_{cr}$ 和 $0.5m$, b 的调制程度从0到10变化,所选择的调制频率 ω_m 是为了确保 $\omega_m \ll \omega$ 。根据红色虚线,即 $a=0.1$,可以看出对于调制参数低于红色虚线参数的任何调频电场,调制电场的有效频率最大值不超过 $\omega + 0.1\omega$,它与激光的频率 ω 有相同的数量级。

从图10中可以看出,在被典型曲线隔开的几个不同区域中,产生的正负电子对数密度有明显的最小值和最大值。最小值用白色点 A 、 C 、 E 标注,最大值用黑色点 B 、 D 、 F 标注。调制参数 (ω_m, b) 和产生的粒子对的数密度相对应的最小和最大值如表2所示。同时也给出了无频率调制情况下,即 $\omega_m = b = 0$ 的结果。

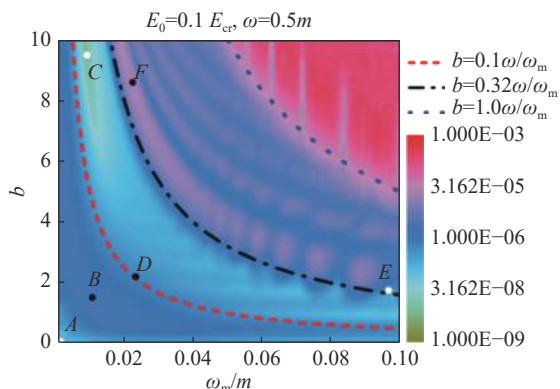


Fig. 10 The number of the created e^-e^+ pairs under the modulated electric field. The electric field strength $E_0 = 0.1E_{cr}$, and the laser frequency $\omega = 0.5m$. The other parameters $\tau = 100/m$, b and ω_m are variables^[60]

图10 在调制电场下产生的 e^-e^+ 对的数目。电场强度 E_0 为 $0.1E_{cr}$, 激光频率 ω 为 $0.5m$ 。其他参数 $\tau = 100/m$, b 和 ω_m 是变量^[60]

表2 不同调制参数组的粒子对数密度 (ω_m, b) , 见图10中标注的点^[60]

Table 2 The number density for different selected sets of modulation constants (ω_m, b) , see the points marked in Fig. 10^[60]

	(ω_m, b)	number density
A	(0, 0)	1.04×10^{-7}
B	(0.010, 1.52)	2.00×10^{-6}
C	(0.009, 9.52)	7.63×10^{-9}
D	(0.023, 2.24)	6.10×10^{-7}
E	(0.096, 0.96)	9.89×10^{-8}
F	(0.022, 8.64)	2.03×10^{-5}

从图10和表2可以看到,当激光频率为 $\omega = 0.5m$ 时,且未进行调制激光频率时,产生的粒子数密度为 1.04×10^{-7} 。当 $0 \leq a \leq 0.1$ 时,调制参数的范围 (ω_m, b) 位于红色虚线以下,该区域的粒子数密度最小值为 A : 1.04×10^{-7} ,最大值为 B : 2.00×10^{-6} 。结果表明,点 B 对应的产生的粒子对数密度比没有频率调制时产生的粒子数密度大20倍。当 $0.1 \leq a \leq 0.32$ 时,调制参数范围在黑色虚-点线和红色虚线之间,该区域粒子数密度的最小值和最大值分别为 C : 7.63×10^{-9} 和 D : 6.1×10^{-7} 。 D 点对应的粒子数密度最大值虽然大于无调频时的最大值,但小于调制参数为 $0 \leq a \leq 0.1$ 的 B 点对应的产生的粒子数密度最大值。点 C 对应的产生的粒子数密度甚至比没有调频时更小。

为了解释这一现象,作者给出了产生粒子对数密度随场频率的变化曲线,见图11。可以看出,粒子数密度对场频率非常敏感。例如,用 $\omega = 0.512m$ 吸收4个光子所产生的粒子对的数密度至少比用 $\omega = 0.5m$ 吸收4个光子所产生的粒子对的数量密度大一个数量级。通过分析 B 点(图11上)和 C 点(图11下)相对应的频率调制场的频率成分,发现点 B 和点 C 对应的激光场的主要频率分别为 $0.512m$ 和 $0.578m$ 。如图11所示,它们分别对应于峰值和低谷的粒子数密度。因此, B 点的粒子数密度大于无频率调制时的粒子数密度 ($\omega = 0.5m$),而 C 点的粒子数密度小于

无频率调制的粒子数密度。

基于上述讨论,作者发现频率调制场并不一定会增加粒子对产生的数密度,但对于个别调制参数,粒子数确实可以显著增加。因此,根据理论分析,通过对激光束进行最基本和最精确的调制,可以使粒子数密度提高多个数量级。应该注意的是,频率调制下粒子对产生的增强效应弱于线性啁啾时粒子对产生的增强效应是因为最大的有效频率的频率调制范围仅限于不到原有频率的两倍,更多细节请见参考文献 [60]。

2.4 用 Dirac 真空快速分辨啁啾外场

2020年, Gong 等对啁啾电场下真空中正负电子对产生过程进行了进一步的研究,介绍了几种时间谱,并发现 Page 的理论似乎是在微扰状态下最适合描述真空中正负电子对产生的过程,因为它提供了与所观测到的正电子动能分布的时间特征所包含的频率变化的直接关系 [62]。

从能谱的角度研究动力学系统对一个外部时变场 $E(t)$ 的非线性响应是非常有利的,特别是当激发场是单频且振幅恒定时 [63]。传统意义上,与 $E(t)$ 相关的频谱通常由傅里叶变换给出,如 $S_T(\omega) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega\tau} E(\tau) d\tau \right|^2$, 其中时间积分需要覆盖该电场的完整波包,因此变换之后的频率包含整个脉冲的信息。为了更好地描述频率的这些时间变化,先前的文献中提出了各种想法来引入所谓的时变谱。一个比较早的观点可以追溯到 50 年代 [64-65], 当时 Page(后来的 Lampard) 引入了所谓的瞬时功率谱。它只获得应用信号在特定时间 t 之前的历史相关的光谱特征,用 $\int_{-\infty}^t e^{-i\omega\tau} E(\tau) d\tau$ 描述

$$S_{PL}(\omega; t) \equiv \frac{d}{dt} \left| \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega\tau} E(\tau) d\tau \right|^2 \quad (24)$$

所用电场为一个持续时间为 T 的振荡电场脉冲,其特征是通断持续时间 T_{on} 和 T_{off} , 最大振幅 E_0 , 初始频率 ω_0 和线性啁啾参数 b 。

$$E(t) = E_0 f(t) \sin[(\omega_0 + bt/T)t] \quad (25)$$

电场形式如图 12(a) 所示,时间包络线 $f(t)$ 由三个部分给出:场缓慢打开时间 $f(t) = \sin^2(\pi t/2T_{on})$, 其中 $0 \leq t \leq T_{on}$, 平稳时间段 $f(t) = 1$, 其中 $T_{on} \leq t \leq T - T_{off}$, 最后电场缓慢关闭 $f(t) = \cos^2[\pi(t - T + T_{off})/2T_{off}]$, 其中 $T - T_{off} \leq t \leq T$ 。为了更好地比较,在所有计算中,一直使用的具体参数为 $0.01 \text{ a.u.} \leq t \leq 0.015 \text{ a.u.}$, 这样的平稳区域持续时间为 0.005 a.u. , 注意这里采用的是原子单位制, 1 a.u. 时间对应于 $2.42 \times 10^{-17} \text{ s}$, 电子质量为 1 a.u. , 这样频率和能量的单位与 c^2 (光速 $c = 137.036 \text{ a.u.}$) 相同。 $b=0$ 时, ω 趋近于 ω_0 , 且能量宽度与 $1/T$ 成比例,相对于平稳时间段的扩展,相当长的开启和关闭时间是必要的。频率在时间上的线性增加可以用啁啾参数 b 来描述。公式(25)中相位 $(\omega_0 + bt/T)t$ 的时间导

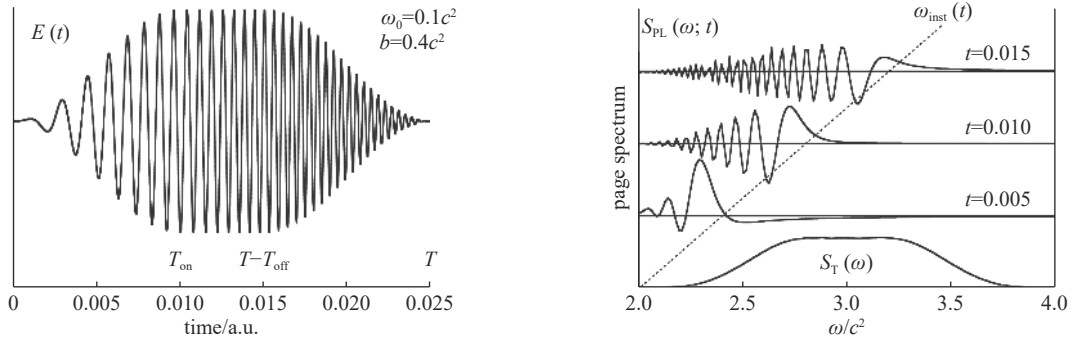


Fig. 12 (a) Sketch of the temporal behavior of the chirped electric field pulse $E(t)$ used in this work. (b) The Page-Lampard $S_{PL}(\omega, t)$ spectrum taken at different time for $E(t)$ with $\omega_0 = 2c^2$ and $b = c^2$. The bottom graph is the traditional spectrum $S_T(\omega)$ of $E(t)$ [62]

图 12 (a) 啁啾电场脉冲的 $E(t)$ 随时间变化示意图。(b) 不同时刻的 Page-Lampard 谱 $S_{PL}(\omega, t)$, 对应的啁啾参数为 $\omega_0 = 2c^2$ 和 $b = c^2$ 。最下面图是 $E(t)$ 的传统谱 $S_T(\omega)$ [62]

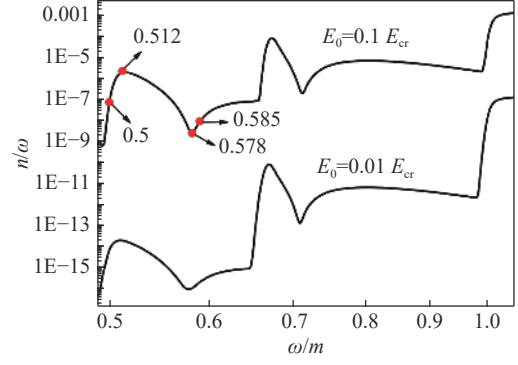


Fig. 11 The number density of created electron-positron pairs as a function of field frequency ω . The oscillating structures are related to the n -photon thresholds. The upper line corresponds to $E_0 = 0.1 E_{cr}$ and the lower line corresponds to $E_0 = 0.01 E_{cr}$. Other field parameters are $\tau = 100/m$. Note that there is no frequency modulation, i.e., $b=0$ [60]

图 11 产生的电子-正电子对数密度随场频率 ω 变化的曲线。振荡结构与 n 光子吸收阈值有关。上面曲线对应 $E_0 = 0.1 E_{cr}$, 下面曲线对应 $E_0 = 0.01 E_{cr}$ 。其他场参数为 $\tau = 100/m$ 。注意这里没有调频, 即 $b=0$ [60]

数从其初始值 ω_0 (在 $t=0$) 增加到其最终值 ω_0+2b 。下面我们将看到, 将数值 $\omega_{\text{inst}}(t) \equiv \omega_0 + 2(b/T)t$ 与“瞬时频率”联系起来, 在物理上是相当有意义的。在图 12(b) 中, 作者给出了相同啁啾电场在 $t=0.005$ 、0.010 和 0.015 a.u. 不同时刻的 3 个 Page-Lampard 谱。可以看到, 它在性质上完全不同于其他时变谱的定义。 $S_{\text{PL}}(\omega; t)$ 是振荡的, 并且扩展到一个更大的频率范围, 大致由 $\omega_{\text{min}} = \omega_0$ 到 $\omega_{\text{max}} = \omega_{\text{inst}}(t)$ 给出。为了比较, 作者还给出了准频率极限 $b=0$ 和 $\omega_0 = 2.5c^2$ 时的光谱 $S_{\text{T}}(\omega)$ 。

产生的电子-正电子对总数与单位长度 L 的时间依赖关系是由每个两能级系统相关的正能级总和得出的, 即 $N(t) = L^{-1} \sum_p |C_{p,u}(t)|^2$, 详细推导过程, 请见参考文献 [62]。这意味着生成的粒子的动量分布与 $|C_{p,u}(t)|^2$ 成正比, 能量分布可以由 $\rho(e_p, t) \equiv dp/de_p |C_{p,u}(t)|^2$ 公式给出, 其中 $dp/de_p = e_p c^{-1} (e_p^2 - c^2)^{-1/2}$ 是相应的从动量 p 转换为能量 $e_p = (c^4 + c^2 p^2)^{1/2}$ 的雅可比矩阵。

图 13 的等高线图给出了产生的粒子对的能量密度随时间变化的能量-时间谱, 即 $d\rho(e_p, t)/dt$ 。在任何时刻, 当能量达到啁啾电场瞬时频率值的一半时, 所产生的粒子的能量密度的时间增长是最大的。在 t 时刻 $d\rho(e_p, t)/dt$ 的数据表明 $d\rho(e_p, t)/dt$ 对于小于 $\omega(t)/2$ 的所有能量都是可观察到的。另外发现, 瞬时 Page-Lampard 谱预测了这一特征。为了直接比较, 图 13(b) 给出了脉冲的频谱能级 $S_{\text{PL}}(\omega; t)$ 的等高线图。定量的一致性是相当显著的, 并清楚地表明, 在所有与时间相关的频谱定义中, Page 的理论似乎在物理上描述啁啾脉冲下的电子-正电子对产生过程是最有意义的。

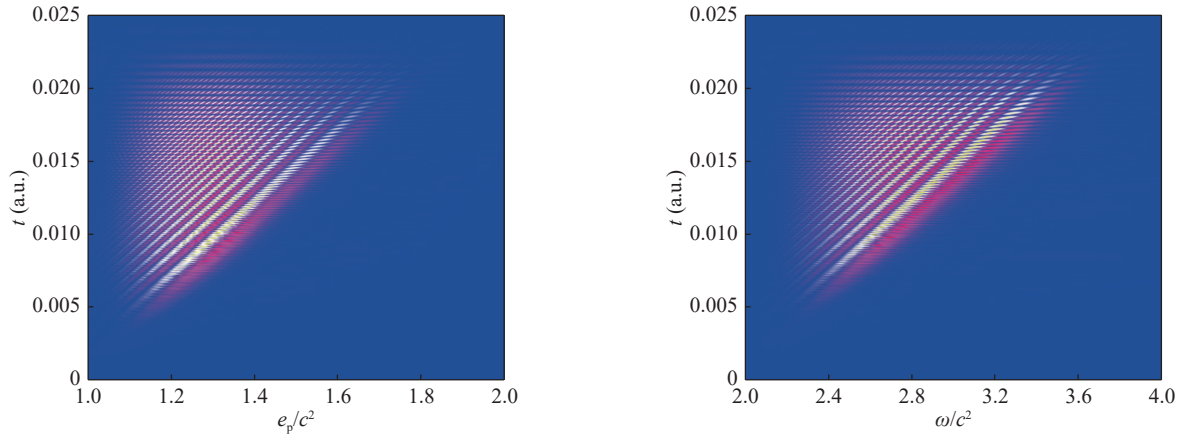


Fig. 13 (a) Contour plot of the temporal derivative of the energy spectrum of the created number of positron $|C_{p,u}(t)|^2$ as a function of the positron energy e_p . (b) The Page-Lampard spectrum $S_{\text{PL}}(\omega, t)$ of the external electric force field $E(t)$. Other parameters are $T_{\text{on}}=0.01$ a.u., $T_{\text{off}}=0.01$ a.u., $T=0.025$ a.u., $\omega_0=2c^2$ and $b=c^2$, $E_0=0.005c^3$ [62]

图 13 (a) 生成的正电子数 $|C_{p,u}(t)|^2$ 的能量谱的时间导数等值线图, 这是正电子能量 e_p 的函数。(b) 外加电场 $E(t)$ 的 Page-Lampard 谱 $S_{\text{PL}}(\omega, t)$ 。其他参数为 $T_{\text{on}}=0.01$ a.u., $T_{\text{off}}=0.01$ a.u., $T=0.025$ a.u., $\omega_0=2c^2$ 和 $b=c^2$, $E_0=0.005c^3$ [62]

正电子能量分布随时间的变化与 Page-Lampard 的时变谱的这种显著的相似性, 可以通过理论分析得到证实。正如文献 [62] 附录中给出的, 可以构造振幅 $C_{p,u}(t)$ 的微扰解, 然后对它的绝对值进行平方并对时间求导数, 得到

$$\frac{d}{dt} |C_{p,u}(t)|^2 = \frac{2c^4}{e_p^2} A(t) \int_0^t A(\tau) \cos[2e_p(t-\tau)] d\tau \quad (26)$$

可以看出, 如果忽略无关紧要的前置因子 c^4/e_p^2 , 并把被积函数中的频率 ω 替换为 $2e_p$ (注意这个替换是有意义的, 因为足够大的 ω 激发能量为 $e_p = \omega/2$ 的正电子), 公式(26)给出的正电子动能谱的时间变化与矢势 $A(t)$ 的 Page-Lampard 谱具有相同的函数形式。

此项研究工作表明, 通过研究真空对啁啾外部场的响应, 可以发现真空当中产生粒子对的能量对于外部电场的响应完全符合 Page-Lampard 场的时频变换。产生的粒子对的能量基于量子真空的特征几乎可以立即响应任何随时间变化的强场。这也表明真空状态下的这些真正的内在时间尺度是非常短的。

3 空间非均匀含时场下正负电子对产生的研究进展

本节主要介绍近几年国内外研究组应用计算量子场论方法在空间局域化条件下计算真空中产生正负电子对的重要工作。研究进展主要集中在两个方面, 一方面是对真空产生正负电子对的增强问题的研究, 另一方面是对正负电子对产生过程当中新的物理现象和原理的探索。

3.1 正负电子对产生的增强效应

3.1.1 优化空间局域电场提高正负电子对的产生率

约束优化研究领域是计算物理的一个重要分支^[66-67]。通常,在这些变量存在一些约束的情况下,激励函数对于一些变量可以呈现最大化。其中的求解技术非常重要,并且会随着特定类型的约束而发生巨大变化,可能涉及线性、二次或动态规划。对于真空中粒子对产生中的优化问题,很难将传统的优化技术直接应用于真空中粒子对的产生中,因为相应的目标函数(粒子对产生率)可以是表征外部电场参数的高度非线性甚至非微扰性函数,它需要对 Dirac 方程^[68]的完整解集进行数值评估。

2017年, Dong 等人研究了空间局域超临界电场对真空中产生电子-正电子对的影响。通过改变外场的空间分布,以寻找在稳定状态下最大化正负粒子对产生的最佳场参数。研究发现对于具有单个最大值和固定总能量的脉冲形状,粒子对产生率并非单调地取决于场的空间宽度,它对脉冲形状的其他特征也不敏感。另外,修正后的 Schwinger 粒子对产生率可以对阈值行为及有限脉冲效应提供解析估计^[69]。

很明显,原则上不可能仅通过单个参数来完全描述单峰函数的粒子对产生率。为了系统地检查外场的空间包络情况,可以根据包络在最大值附近的幂律行为对它们进行分类,范围从常数 (E_R)、线性 (E_T) 到高斯 (E_G) 和平方双曲正割分布 (E_S), 变量为坐标 x 。因此,选择以 $x=0$ 为中心的相应 4 个空间形状,即

$$\begin{cases} E_R(x) = E_{0,R}U(x; -w_R/2, w_R/2) \\ E_T(x) = E_{0,T}[1 - |x/w_T|]U(x; -w_T, w_T) \\ E_G(x) = E_{0,G}e^{-x^2/2w_G^2} \\ E_S(x) = E_{0,S}\text{sech}^2(x/w_S) \end{cases} \quad (27)$$

其中 $U(x; a, b)$ 表示广义单位阶梯函数,如果 $a < x < b$, 则 $U = 1$, 否则 $U = 0$ 。

事实证明,取 4 个宽度参数 w_R 、 w_T 、 w_G 和 w_S 相等来比较 4 个场的特征是没有帮助的,而通过引入有效的基于强度的宽度 σ 却能更好地表征这些场的空间特征。

$$\sigma^2 \equiv 12\langle(x - \langle x \rangle)^2\rangle = 12\left\{ \int x^2\rho(x)dx - \left[\int x\rho(x)dx \right]^2 \right\} \quad (28)$$

这里归一化的“强度”概率密度由电场定义为 $\rho(x) \equiv E^2(x)/\int E^2(x)dx$ 。这样选择的原因是使得 σ 与矩形 $E_R(x)$ 的物理扩展 w_R 相匹配。为了保证所有配置具有相同的有效宽度 σ , 上面介绍的参数 w 需要满足 $w_R = \sigma$, $w_T = (5/6)^{1/2}\sigma$, $w_G = 6^{-1/2}\sigma$, $w_S = (\pi^2 - 6)^{-1/2}\sigma$ 。相应的电场幅度 E_0 是通过想要求得的相等的 4 种场的总能量, 而根据 $\int E(x)^2dx = H^2$ 确定的, 这就导致电场幅度呈 $E_0 = sH/\sigma^{1/2}$ 缩放, 其中无量纲比例因子为 $s_R^2 = 1$, $s_T^2 = 3(3/10)^{1/2}$, $s_G^2 = (6/\pi)^{1/2}$, 和 $s_S^2 = 3(\pi^2 - 6)^{1/2}/4$ 。

图 14 展示了前面定义电子-正电子对产生率 Γ 与 4 种固定能量 H 的有效宽度 σ 的函数关系, 图中也给出了由原来的 Schwinger 公式及其修正形式得到的预测。第一个观察结果是, 尽管空间分布不同, 但 Γ 的行为是稳定的。事实上, 3 个场 $E_S(x)$ 、 $E_T(x)$ 和 $E_G(x)$ 的产生率很难通过图像区别开, 而恒定场 $E_R(x)$ 情况下较小的 H 值对应的产生率较小, 而对于较大的 H 值, 产生率略大。第二个观察结果是, 在每种电场情况下, 实际上在空间上都有一个最佳宽度, 相对应的粒子对的产生率最大。该特征宽度 σ_{opt} 的大小对于所有 4 种形状都非常相似。通过进一步讨论 σ_{opt} 与 H 的关系, 可以发现最佳宽度不依赖于场的空间分布, 这也证实了公式(28)中基于强度的空间扩展的表征确实具有物理意义。

另外, 产生率随 σ 的变化存在 3 个不同的区域。对于非常小的宽度 $0 < \sigma < \sigma_{\text{crit}}$, 即使电场幅度 E_0 在 $\sigma \rightarrow 0$ 时增长到无穷大以确保场的能量 H 恒定, 粒子对产生率也会降低。在该区域中, 预期 $\Gamma = 0$ 。因为相关电势的幅度, $V_0 = \int_{-\infty}^{\infty} E(x)dx$, 必须超过众所周知的粒子对产生阈值, 即 $V_0 > 2c^2$, 才允许产生永久粒子对。例如, 对于 $E_0 = H/\sigma^{1/2}$ 的 $E_R(x)$, 这个超临界宽度 σ_{crit} 等于 $\sigma_{\text{crit}} = 4c^4/H^2$ 。第二个区域是 $\sigma_{\text{crit}} < \sigma < \sigma_{\text{opt}}$, 此范围粒子对产生率随 σ 单调增加。该区域标志着超临界粒子对产生的开始, 其产生率自然必须随 σ 增加。在第三个区域, $\sigma_{\text{opt}} < \sigma < \infty$, 产生率再次下降。预计这种下降是两种机制竞争的结果。如果以 $E_R(x)$ 为例, 可以发现因为势能 $V_0 = H\sigma^{1/2}$, 所以其相关高度仅随 σ 微弱增长。另一方面, 势能从 0 增长到 V_0 的区域的空间扩展也随着 σ 的增加而增加。由于增加的延伸与较大的隧道距离直接相关, 这通常会降低入射电子的透射系数, 因此这种机制减少了粒子对的产生^[70]且显然主导了 σ 的其他影响。此外, 为了保持固定的能量, 电场幅度 $E_{0,R} = H\sigma^{-1/2}$ 随着脉冲变宽而减小, 也会降低粒子对的产

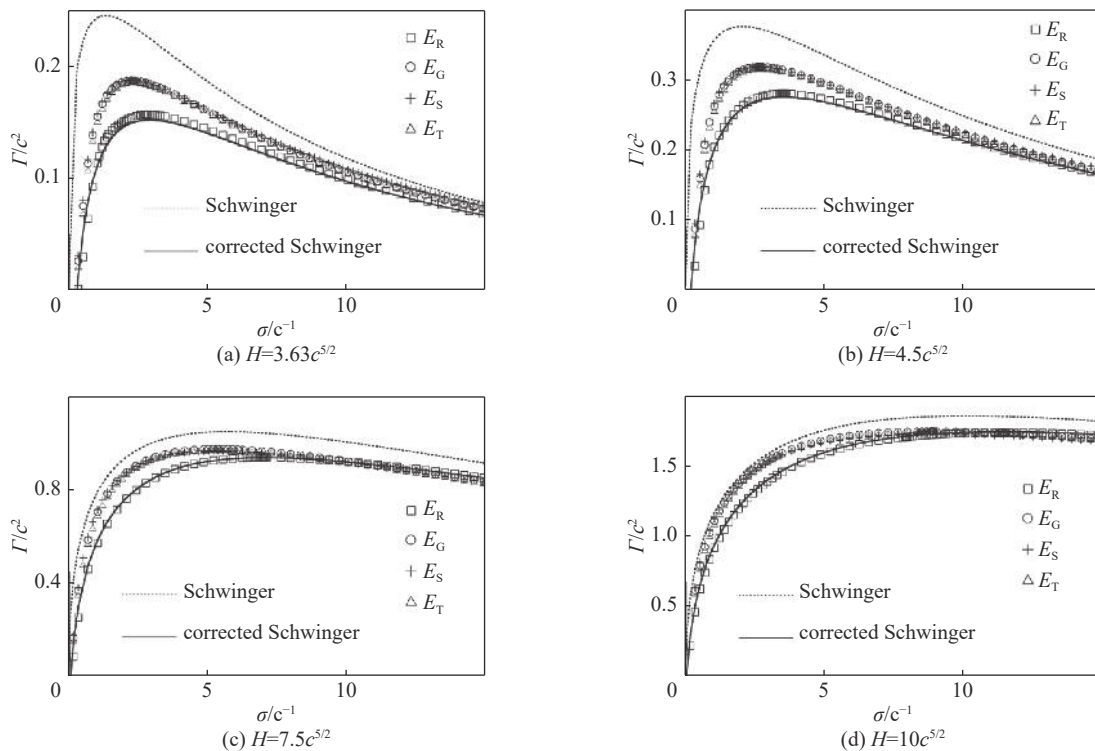


Fig. 14 The steady-state pair-creation rate Γ as a function of the effective width σ of four electric field configurations with a singly peaked spatial envelope^[69]

图 14 稳态下粒子对产生率 Γ 是 4 种电场构型的有效宽度 σ 的函数^[69]

生率。

该工作通过把空间的有效宽度量化,从而可以求得不同空间外部电场下的最优化参数,并且可以对他们做一个对比。研究结果可以极大地提高未来实验中激光能量的利用率,在节约能源上也会有很大的帮助。

3.1.2 多个势阱-垒结构的振荡场对粒子对产生的增强

2018年, Gong 等人研究了在真空中具有多个势阱-势垒结构的振荡电势对产生的正负电子对的影响。与两个相反方向传播的激光下发现的磁场对粒子对产生的影响不同的是,此论文通过在空间布置多个激光束来增强粒子对产生的效应^[71]。结果表明,此种电场的设计可以通过增加势阱-势垒结构的数量来大大提高粒子对的产量。

论文中所用外部电势为

$$V(x, t) = \sum_{i=0}^{M/2-1} (-1)^{i+1} V_0/2 \{ \tanh[(x - iD - id + P/2)/W] - \tanh[(x - (i+1)D - id + P/2)/W] \} \sin(\omega t) \quad (29)$$

其中 V_0 是电势的势阱深度和势垒的高度, $P=DM/2+d(M/2-1)$, M 是激光束的数量, D 是势阱和势垒的宽度, d 是势阱和势垒连接处的距离, W 则是激光场的宽度。为了保证势阱和势垒的完整性, M 的数值选取是 4 的整数倍。空间模拟尺度是从 -0.6 a.u. 到 0.6 a.u., 时间尺度是从 0 到 0.002 a.u.。该场模型可以通过将多个 Sauter 型激光脉冲排列在空间中得到, 如图 15 中蓝色箭头所示。若将第一束垂直于 x 轴传播方向的激光束记为“+”, 将第二束记为“-”, 则空间结构“+ -”形成势阱, “- +”对应势垒。在图 15 中, 激光束数 M 为 8, 激光束的空间构型为“+ - + - + - +”。虽然此种场模型还处于理论探索阶段, 但随着激光技术的快速发展, 它有望在实验上得到实现。

由公式(29)可知, 只有当 $M=4$ 时, 振荡电势才具有一个完整的势阱势垒结构, 但当 $M=8, 12, 16, 20, \dots$ 时, 同样会形成 2、3、4、5、 \dots 组势阱势垒。图 16 给出了不同 M 值下产生的粒子总数 $N(t)$ 随 t 的变化。为了便于比较, 图中还给出了用最小二乘法线性拟合得到的均值粒子对产生率 Γ_M 。不同 Γ_M 下的粒子对产生率均值如表 3 所示。特别地, 研究发现单一振荡势阱 ($M=2$) 时 $\Gamma_2=58$, 有一对振荡势阱势垒结构 ($M=4$) 时 $\Gamma_4=259$ 的。第二种情况比第一种情况下粒子对产生率约提高 4 倍, 而不是因为激光数量是 2 倍关系, 所产生的粒子数就是单纯的 2 倍的关系。这表明, 作者选择的电势极大地增强了粒子对的产生率。此外, 由表 3 可以看出, $M=20$ 时, 单振荡势阱的激光场数仅为单势阱的 10 倍, 而产生的粒子对的增长速率约为原来的 32 倍。也就是说, 通过增加激光场的数量, 可以进一步提高粒子对的产生率。

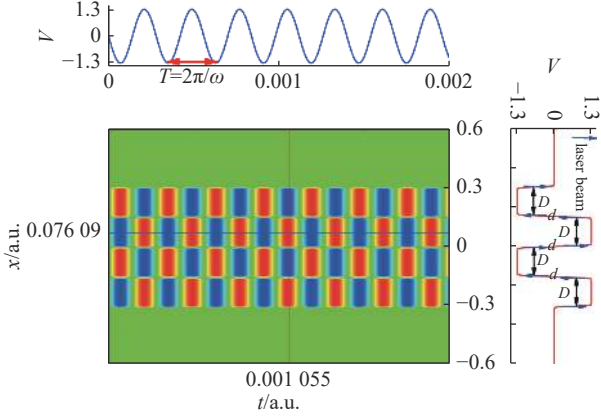


Fig. 15 Contour profile plot of the space-time structure of the potential with $M=8$. Other parameters are $D=20/c$, $d=1/c$, $W=0.5/c$, $V_0=1.3c^2$, and $\omega=1.2c^2$. The spatial size of the simulation is $L=1.2$ ^[71]

图 15 $M=8$ 时电势的时空轮廓图。其他参数包括 $D=20/c$, $d=1/c$, $W=0.5/c$, $V_0=1.3c^2$, 还有 $\omega=1.2c^2$ 。空间模拟尺度 $L=1.2$ ^[71]

对于多势阱势垒结构的振荡势, 平均产生粒子对的速率与激光束数之间的关系为: $\Gamma_M = \Gamma_4 + 401(M/4 - 1)$, 其中 $\Gamma_4 = 259$, $M=4, 8, 12, 16, 20, \dots$ 显然, 每增加一个势阱势垒结构, 粒子对产生率就增加 401 (> 259)。这种额外增强的原因是隧穿机制在每个相邻的势阱势垒的粒子对生成中都起着重要的作用。通过添加势阱-势垒结构, 相当于添加两对相邻的势阱和势垒, 因为除了被添加的势阱-势垒结构外, 在前一个势阱-势垒之后 (连接处) 还会形成另一对新的势阱和势垒。因此, 实际增加的粒子对产生率大于 259。例如, 当 $M=8$ 时, 有三对相邻势阱和势垒, 而当 $M=4$ 时, 只有一对相邻势阱和势垒。最后, $M=8$ 的粒子对产生速率是 $M=4$ 的两倍多。根据粒子对产生率 Γ_M 与激光场数 M 的关系, 可以计算出 $M=60$ 时的粒子对产生率, 即 $\Gamma_{60} = 5873$ 。它大约是单个振荡势阱产生粒子对速率的 101 倍。这表明, 只要增加 30 倍左右的激光场数, 就可以提高 2 个数量级。因此, 具有多种势阱-势垒结构的振荡电势是一种有效的场配置, 可以增强粒子对的产生。

3.1.3 振荡 Sauter 电势中正负电子对产生问题

2019 年, Wang 等在计算量子场论的框架内研究了振荡 Sauter 势中的电子-正电子对的产生^[72]。对于在深度和宽度上都振荡的 Sauter 势阱, 产生的粒子数取决于两个振荡之间的相位差。对于慢变场, 相位差对粒子数的影响很大, 这可以通过瞬时束缚态和有效相互作用时间来解释。对于高频情况, 相位差效应减弱, 这与多光子效应和泡利阻塞效应的增强有关。与单有振荡深度和脉冲长度的 Sauter 势阱相比^[73], 该模型可以在相同频率下产生更多粒子对。这些结果可为电子-正电子对的实验产生提供理论参考。另外, 研究强调了瞬时束缚态对静止或缓慢变化的超临界势的重要性, 因为在这种势能中产生的粒子通常由这些束缚态来解释^[33,74-75]。除了瞬时束缚态, 对于高频电场, 干涉效应、泡利阻塞和多光子产生过程也会影响正负电子对的产生。

论文中所用电势形状为

$$\begin{cases} V(z, t) = \frac{V_0(t)}{2} \left\{ \tanh \left[\frac{z - D(t)/2}{w} \right] - \tanh \left[\frac{z + D(t)/2}{w} \right] \right\} \\ V_0(t) = \frac{V_0}{2} [1 - \cos(\omega_0 t + \varphi)] \\ D(t) = W + \frac{D_0}{2} [1 - \cos(\omega_0 t)] \end{cases} \quad (30)$$

其中 $V_0(t)$ 和 $D(t)$ 分别代表势阱随时间周期性振荡的深度和宽度, V_0 和 D_0 是两个振荡振幅, ω_0 是宽度和深度相同的振荡频率, 两种振荡之间的相位差为 φ , 其变化周期为 2π , $w = 0.3\lambda_c$ 是电势边缘的宽度, $\lambda_c = 1/c$ 是康普顿波长。电势 (30) 的形状如图 17 所示, 其他参数设置为 $D_0 = 10\lambda_c$, $V_0 = 2.53c^2$, 和 $\omega_0 = 0.04c^2$ 。数值计算的模拟时间为 $t =$

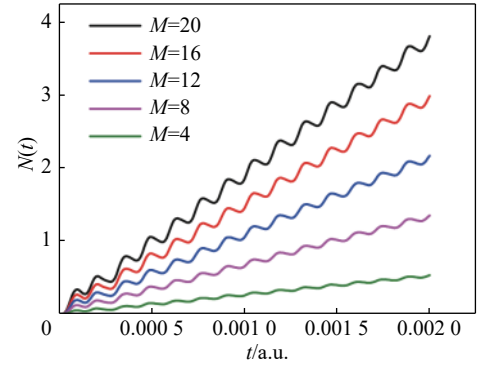


Fig. 16 The number of created particles for different values of M .

The other parameters of the potential are given as $D=20/c$, $d=1/c$, $W=0.5/c$, $V_0=1.3c^2$, $\omega=1.2c^2$, $N_x=4096$, and $L=4.8$ ^[71]

图 16 不同 M 值情况下粒子对的产生率, 电势的其他参数为 $D=20/c$, $d=1/c$, $W=0.5/c$, $V_0=1.3c^2$, $\omega=1.2c^2$, $N_x=4096$, $L=4.8$ ^[71]

表 3 对于不同的 M 值, 平均粒子对的产生率 Γ_M ^[71]

Table 3 The mean pair creation rate Γ_M for different values of M ^[71]	
M	Γ_M
4	259
8	660
12	1061
16	1462
20	1863

$50\pi/c^2$, 小于势阱中产生的电子离开模拟区域所需的时间。模拟范围内的空间为 $-1.25\sim 1.25$ a.u. 为了更清楚地观察势阱的空间变化, 作者只展示了 $-0.1\sim 0.1$ a.u. 的空间区域。在图 17(a)中, 当相位差为零时, 势阱的宽度和深度同步增加或减少。换言之, 当势阱的宽度达到最大值(最小值)时, 深度也达到最大值(最小值)。对于 $\phi = \pi$, 宽度随时间的变化与深度的变化相反, 如图 17(c)所示。

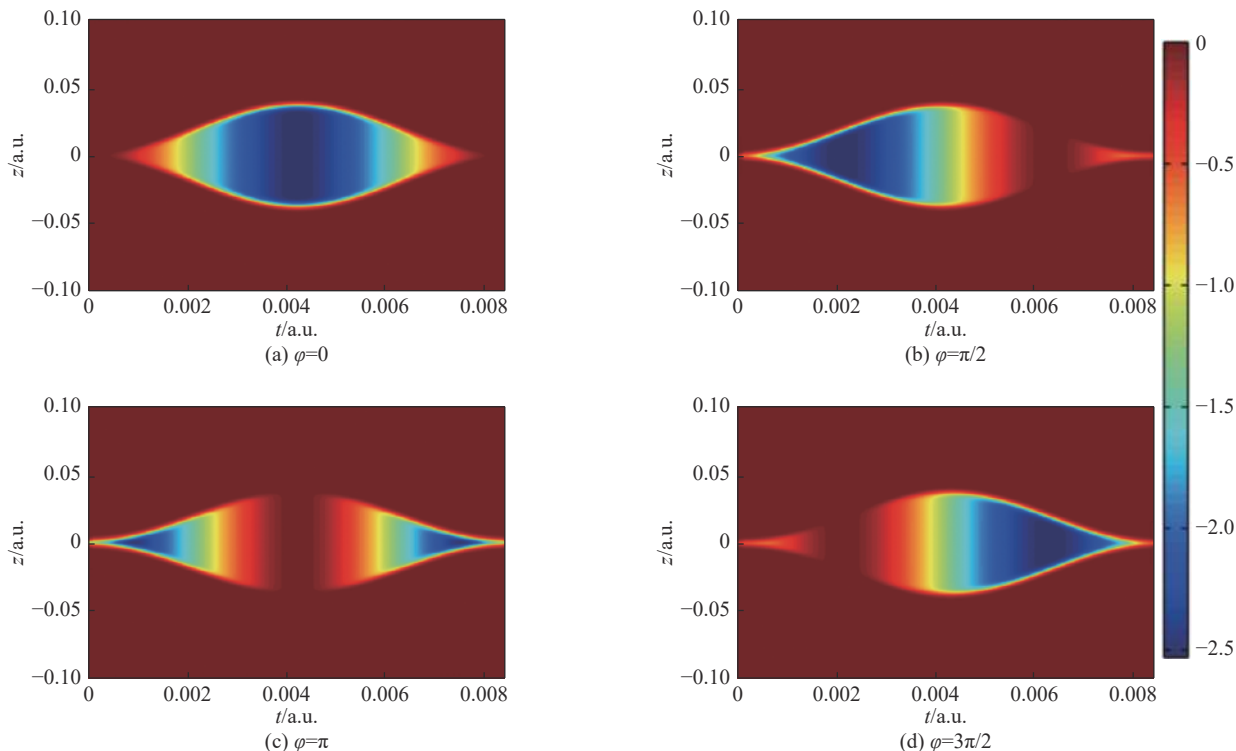


Fig. 17 Contour profile plot of the spacetime structure of the potential well. Panel (a) is for $\varphi=0$, panel (b) is for $\varphi=\pi/2$, panel (c) is for $\varphi=\pi$, and panel (d) is for $\varphi=3\pi/2$. The simulation time is set to $t=50\pi/c^2$. Other parameters are $D_0=10\lambda_c$, $V_0=2.53c^2$, and $\omega_0=0.04c^2$, the spatial size is $L=2.5$ ^[72]

图 17 势阱时空结构的等高线图。面板 (a) 用于 $\varphi=0$, 面板 (b) 用于 $\varphi=\pi/2$, 面板 (c) 用于 $\varphi=\pi$, 面板 (d) 用于 $\varphi=3\pi/2$ 。时间设置为 $t=50\pi/c^2$ 。其他参数为 $D_0=10\lambda_c$, $V_0=2.53c^2$ 和 $\omega_0=0.04c^2$, 空间大小为 $L=2.5$ ^[72]

图 18 中给出了真空中产生的电子数随相位 φ 的变化。可以看到, 曲线关于 $\varphi = \pi$ 是对称的, 大多数电子是在 $\varphi = 0$ 或 $\varphi = 2\pi$ 附近产生的, 此时的相位被定义为 $\omega_0 = 0.04c^2$ 的最佳相位差。 $\varphi = 0$ 和 $\varphi = 2\pi$ 这两种情况都对应于图 17(a)。直观地说, 势阱越宽越深, 产生的粒子数就越多。最小粒子数位于 $\varphi = \pi$ 处, 与图 17(c)一致。当势阱的宽度非常大(小), 深度非常小(大)时, 会抑制粒子对的产生。

为了进一步分析上述结果, 图 19 给出了势阱随时间变化的瞬时本征值, 其他参数与图 17 相同。结合图 3 可以发现, 势阱越深越宽, 能级越多。在图 19(a)中, 有 11 个能级, 其中最低的三个在 $t = 3.0 \times 10^{-3}$ a.u. 开始潜入负能连续态, 然后到 $t = 5.3 \times 10^{-3}$ a.u. 浮出负能海, 持续作用时间为 2.3×10^{-3} a.u., 产生的粒子对最多。在图 19(b)中, 能级数为 9, 在 $t = 1.7 \times 10^{-3}$ a.u. 时刻, 最低的两个能级潜入负能连续态。在图 19(c)中, 有三个束缚态, 没有一个会潜入负能连续态, 即所有能级都处于间隙中, 产生的粒子对最少, 趋于 0。在图 19(d)中, 除了明显的时间平移镜像对称, 束缚状态的数量和时间间隔与图 19(b)中的束缚态相同。

本研究工作所使用的宽度和深度的振荡频率是相同的, 如果两个振荡的频率不同, 则可能有更多的正负电子对产生。此项工作的创新之处在于提出了有效相互作用时间的概念, 可以很好地解释低频振动的数值结果。对于高频振荡, 考虑泡利阻塞和多光子过程来解释之前方法无法解释的数值结果。还有一些因素值得进一步考虑和研

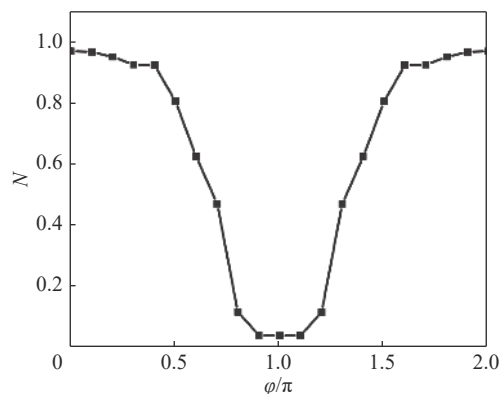


Fig. 18 Number of created electrons as a function of phase φ over a period of 2π . The simulation time is set to $t = 50\pi/c^2$. Other parameters are the same as in Fig. 17^[72]

图 18 在 2π 周期内产生的电子数作为相位 φ 的函数。时间设置为 $t = 50\pi/c^2$ 。其他参数同图 17^[72]

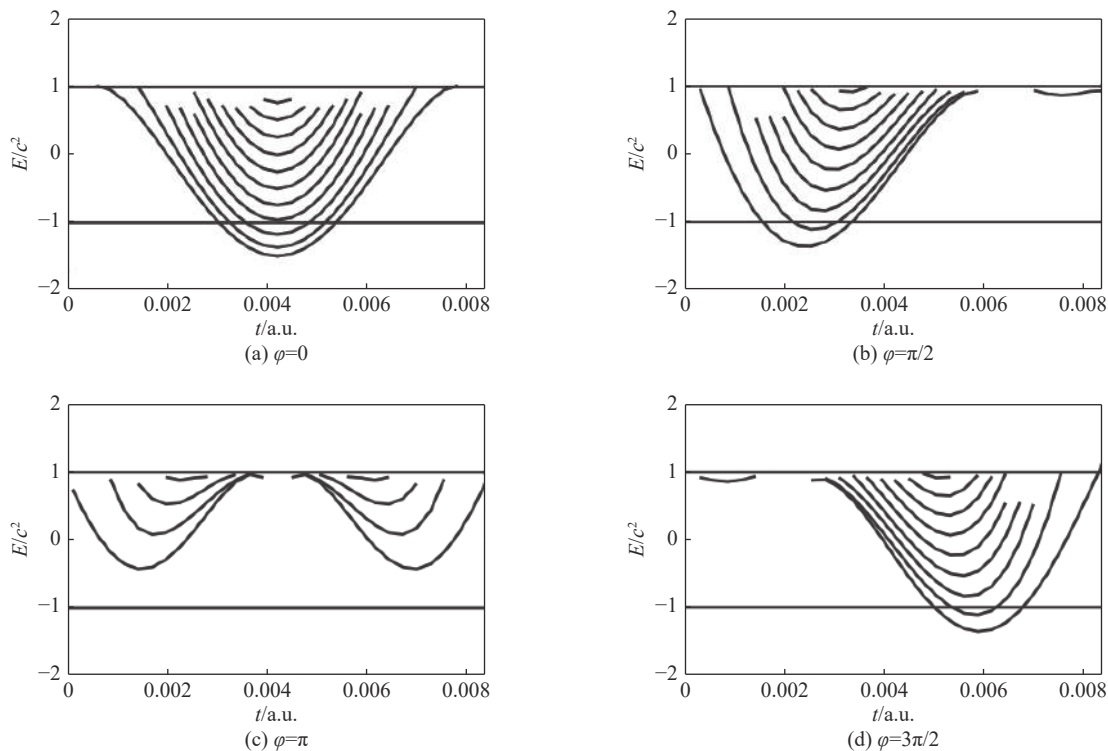


Fig. 19 Instantaneous eigenvalues of the potential well over time. Other parameters are the same as those in Fig.18^[72]

图 19 势阱随时间变化的瞬时本征值。其他参数同图 18^[72]

究。以上结论对实验室电子-正电子对的生成实验有一定的参考价值。

3.2 真空中正负电子对产生过程中的新现象

3.2.1 操纵 Dirac 真空以控制其到场诱导下的衰变

量子场理论真空状态在量子电动力学中起着引人入胜的作用。例如,它会导致各种非常规的现象,如卡西米尔力^[76]、稳定的粒子对产生^[77]或光-光散射的发生^[78]。随着激光技术的发展^[79],一种探索其非线性特性的新方法成为了可能,这也激发了许多理论研究,旨在为设计最佳激光场提供指导,以最大限度地提高观察到的正负电子对产量^[80]。这些研究中的每一项都侧重于如何利用在粒子对产生区域内的外部辐射环境的局域性来控制正负电子对产生量,在某些情况下会导致意想不到的预测。

2018年, Lv 等人研究发现真空中产生某一特定能量正电子的产生率可以通过放置在产生区之外的第二个(亚临界)电场来控制。由于第二个场可以放置在远离产生区域,而产生的正电子永远不会到达这些区域,所以该发现体现的是粒子对产生过程中的一种非局域特征。对于这种违反直觉的现象,可以理解为在粒子真正产生之前真空状态已经被修整^[81]。

所用电场标势形式为 $V(x)=V_c\{1-\tanh[(x+d)/w]\}/2+V_s[1-\tanh(x/w)]/2$, 其中 V_c 为控制场标势的幅度, V_s 为超临界场的幅度, w 为电场的空间宽度参数, d 表示控制场和超临界场之间的距离, $V(x=-\infty)=V_c+V_s$, $V(\infty)=0$ 。图 20 给出了单个超临界电场和加入控制场后两种情况下的场分布和对应产生粒子的能谱示意图。上图显示了通常正负电子对产生过程的典型单个超临界场情况。模拟计算中该静态局部电场被放置在 $x=0$ 处, 所以它在空间上是关于 $x=0$ 对称的。由于该场是超临界的, 即一个正电子的势能 V 超过 $2mc^2$, 这样, 当场开启后, 会形成一个稳定的电子-正电子对产生通道。根据场的

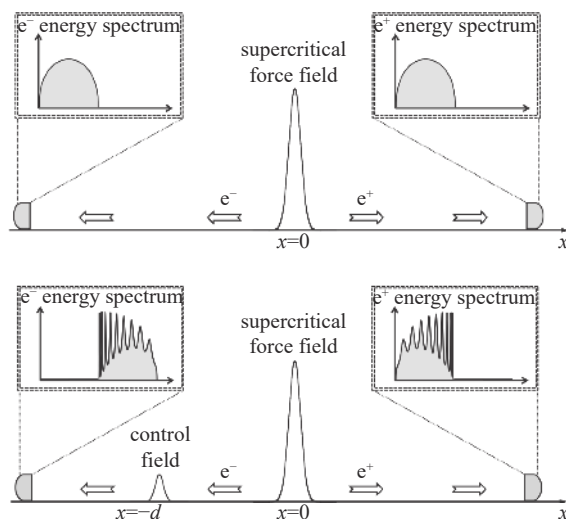


Fig. 20 Sketch of the electric field configuration based solely on a supercritical field at $x=0$ (top panel). In the bottom panel, a second (control) field at $x=-d$ is added^[81]

图 20 仅基于 $x=0$ 处的超临界场的电场设置示意图(上图)。在底部面板中, 添加了 $x=-d$ 处的第二个(控制)电场^[81]

方向可以看到产生的电子(正电子)被加速到左(右)。为了测量产生的粒子的能量分布,在远离相互作用区放置了两个探测器,结果发现由于场是对称的,所以产生电子和正电子的能谱是相同的。

图 20 中下图展示的是在 $x=-d$ 处放置第二个(非超临界)场的情况,电子-正电子对仅在超临界场下的真空中产生,并检测粒子的能量。正电子被喷射到右侧,因此不能与控制场相互作用。由于该控制场位于粒子对产生区之外,因此产生的正电子无法访问该空间区域,并且基于局部性,可以预测该场的存在不会影响产生的正电子的动力学。因此,正电子能谱应该与从单个超临界场的情况中获得的能谱相同。但是,事实上,通过数值计算和理论分析发现产生的正负电子的能量谱都依赖于控制场,这是粒子对产生过程中的一种非局域特征。控制电场 V_c 以 2 种方式影响电子的能谱,如图 21 所示。首先,预计它会转移到更高的能量(通过控制电场)处,因为电子与正电子运动方向相反,电子实际上确实通过了控制场的区域(在 $x=-d$ 处),因此电子在被检测到之前会被加速到更高的能量。其次,控制场会引起能谱中的振荡结构,其中在较低能量下观察到较高频率的振荡。

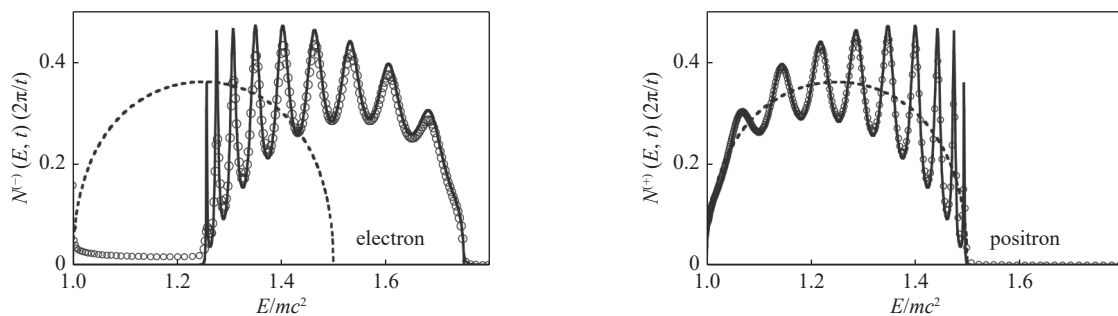


Fig. 21 Quantitative representation of Fig. 20, where $V_s=2.5mc^2$, $V_c=0.25mc^2$, $w=0.075\hbar/amc$, $d=0.2\hbar/amc$, the interaction time was $t=0.045\hbar/a^2mc^2$ and α is the fine structure constant^[81]

图 21 对图 20 的定量表示,其中 $V_s=2.5mc^2$, $V_c=0.25mc^2$, $w=0.075\hbar/amc$, $d=0.2\hbar/amc$, 作用时间 $t=0.045\hbar/a^2mc^2$, α 为精细结构常数^[81]

另外,值得注意的是,有和没有控制场的正电子能谱也完全不同。虽然对于两种场的设置,观察到的能量范围(从 $E = mc^2$ 到 $E = mc^2 - V_s$)是相同的,但控制场的存在导致能谱^[82]的强烈振荡调制。与电子能谱相反,这里这些振荡频率随着更高的能量而增加。值得注意的是,能谱中的最大值高于没有控制场(虚线)时的能谱。换句话说,控制场可用于增强特定能量的正电子的产生。该增强现象的出现也否定了一些可能的解释,即产生的电子可以被控制场反射,返回到产生区,然后在 $x = 0$ 时干扰粒子对产生过程。实际上,这个过程在这里并不重要,因为费米子受泡利抑制机制的影响通常会在任何能量处都降低粒子对产生率^[83]。此外,电子的反射可能性随着 V_c 的增加而迅速降低,而振荡幅度实际上是增加的。

3.2.2 作为信息传输介质的 Dirac 真空

传递信息通常存在三种不同的模式,在这些模式下,经典信息(模拟或数字)可以从发送者传送到接收者。这些可能涉及到物质的直接传输(例如,普通邮件),基于物质的介质(例如,声波)的(编码)的传播,或者在技术上最重要的,电磁辐射的传输。

2019年, Su 等人从理论上提出了传递信息可能存在第四种模式,它既不需要介质也不需要任何传播辐射。基于数值研究发现,如果 Dirac 真空中的模式的幅度被及时调制,则可以通过空间局部电场以受控方式操纵它。这种真空模式产生的编码失真会演变到接收器所在的遥远位置,接收器可以使用例如电子-正电子对产生过程来读取该信号^[84]。注意 Elitzur 和 Vaidman^[85]已经提出并通过实验^[86]观察到信息可以在不交换粒子的情况下传输,但与上述方案相比,后者的信息是通过基于干涉仪中的“无相互作用”测量的询问光子来传达的。

图 22 给出了作为信息载体的真空模式设置示意图。信号发送方的调制电场的空间形状为 $F_S(x) = -V_S \text{sech}^2[(x+L)/w_S]^2/(2w_S)$, 其空间定位在 $x=-L$ 附近,并指向与接收方相反的方向。原始发送者的信息在这里由具有特征脉冲开启和关闭时间的 3 个方脉冲序列所编码。接收器位于 $x = 0$ 处,其中放置了一个不含时的窄电场 $F_R(x) = V_R \text{sech}^2(x/w_R)^2/2w_R$ 。这个电场是超临界的,即它的相关势能 V_R 超过了正电子静止能量的两倍 ($V_R > 2mc^2$),因此它可以基于 Schwinger 机制产生费米子^[10]。探测器测量在某一特定能量 E 处产生的正电子数 $N(E, t)$, 并输出随时间变化的粒子对产生率 $\Gamma(t) = dN(E, t)/dt$ 。

当发送方作用为零时,即 $F_S=0$,这时接收处在超临界场下产生能量为 E 的正电子的产生率为

$$\Gamma(E) = c[(V_R - E)^2 - m^2c^4]^{1/2}/[B(V_R - E)]T(E) \quad (31)$$

其中 B 是数值计算空间长度, $T(E)=-\sinh(\pi p w)\sinh(\pi k w)/\sinh[\pi(V_R/c+p+k)w/2]\sinh[\pi(V_R/c-p-k)w/2]$, $k=-[(E-V_R)^2-m^2c^4]^{1/2}/c$, $p=(E^2-m^2c^4)^{1/2}/c$, 此处 $w=w_R$ 。当发送方的电场被矩形时间脉冲序列编码后, 根据分析假设对应能量为 E 的正负电子对的产生率的形式为 $\Gamma(E,t)=\chi(E,t)\Gamma(E)$, 其中关于能量与时间的参量 $\chi(E,t)=\theta[V_R-mc^2-V_S(t-L(E-V_R)/\{c[(E-V_R)^2-m^2c^4]^{1/2}\})-E]$ $\theta(\dots)$ 为阶梯函数, 由此可以得到正电子数密度 $N(E,t)$ 在能量为 E 时随时间变化的理论公式

$$N(E,t) = \int \Gamma(E) \theta \left[V_R - mc^2 - V_S \left(t - \frac{L(E - V_R)}{\sqrt{(E - V_R)^2 - m^2 c^4}} \right) - E \right] dt \quad (32)$$

图 23 展示的是产生的正电子数密度 $N(E,t)$ 在能量为 $E=1.2mc^2$ 时随时间变化曲线, 圆圈表示精确数值求解的结果, 黑色实线为公式 (32) 的结果。可以看到, 两者符合得非常好。另外, 从图中还可以发现, 接收者处振幅 $V_R=2.5mc^2$ 的场在时间 $t=0$ 时刻打开后, 前期的线性增长斜率 Γ 与公式 (31) 匹配。信息发送器通过对不同时刻的三次打开和关闭形成的矩形脉冲序列 $F_S(t)$ 可以编译信号, 并且被接收。这里第一个脉冲在时间 $T_{S,1}(=10^{-3}$ a.u.) 开启, 持续时间 $T_{D,1}(=4 \times 10^{-3}$ a.u.)。经过一段时间 $T_{S,1}+\tau$ 后, 电子状态的阻塞部分到达 $x=0$, 结果是 $N(E,t)$ 在 $T_{D,1}$ 期间停止增长, 之后粒子对产生过程恢复到原来的速率 Γ 。然后, 发送者的第二个和第三个脉冲被平等地映射到相应的后续中断和恢复粒子对产生过程的间隔。鉴于该模型极其简单, 并且没有自由参数来拟合数据, 因此一致性很好, 可以很好地描述该模型信息传播的基本机制。

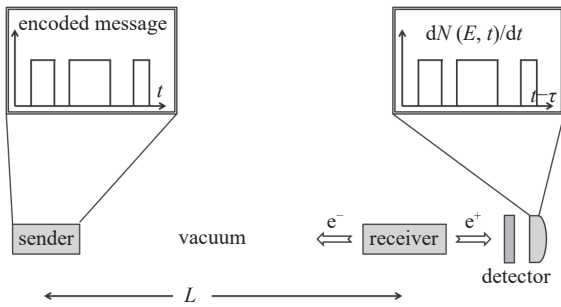


Fig. 22 Sketch of the setup for a vacuum mode as a carrier of information. The left inset show the time dependence of an electric pulse that is spatially localized at a distant L from the receiver^[84]

图 22 作为信息载体的真空模式设置示意图。在左侧插图中, 展示了电脉冲的时间依赖性, 该电脉冲在空间上位于距离接收器 L 处^[84]

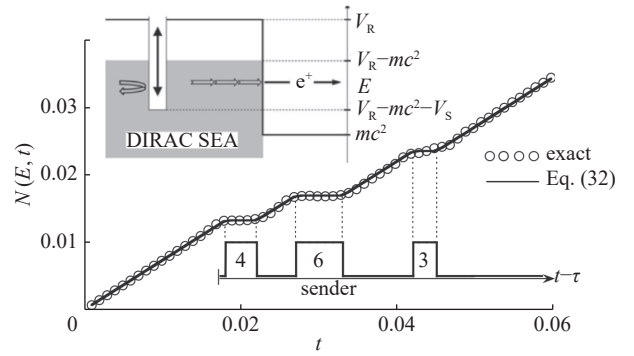


Fig. 23 The open circles show the growth of the number density of created positrons $N(E, t)$. For comparison, the solid line is the prediction according to Eq. (32). The displayed pulse durations of the sender's field are in 10^{-3} atomic units^[84]

图 23 空心圆圈表示产生的正电子数密度 $N(E, t)$ 的增长, 为了比较, 实线是根据方程式 (32) 的预测。发送者场的显示脉冲持续时间为 10^{-3} 个原子单位^[84]

注意该模型中“电子回波”这一有趣的副作用, 它基于物质的实际传输, 并且可以在后期伴随真空畸变效应。如果发送者和接收者之间的距离 L 太小, 或者等效地, 如果发送者的消息持续时间太长, 就会发生这种情况。真空传输方案的这一最重要的修改源于这样一个事实, 即 (从时间 $t=0$ 开始) 接收器的场也同时产生电子。这些被弹射到左边的电子达到发送者的电场后会被弹回到接收器, 在那里它们可以在 $x=0$ 处重新进入粒子对产生的区域。为了避免这种反弹的动态复杂性, 需要特别选择发送者的电场使得当左行电子束穿过周围区域时它恰好为零。

3.2.3 正负电子对产生中相干和非相干啁啾机制的转变

2020 年, Gong 等人研究了正负电子对产生中相干和非相干啁啾机制的转变, 发现如果频率啁啾激光场与经典或量子力学系统相互作用, 那么它们对系统的能量吸收效率和激励程度具有双重的动力学作用。一方面, 由于具有比相应的 (无啁啾的) 单频激光更宽的能谱, 它们可以更有效地激发那些动态响应和多个共振相关的非线性系统。另一方面, 由于每个时间点都可以由特定选择的频率瞬时值来表示, 它还可以为一个交互脉冲的激励过程提供一个对时间非常敏感的控制性工具^[66]。

计算量子场论中^[68], 真空与由 $A(\mathbf{r}, t)$ 和 $V(\mathbf{r}, t)$ 给出的外部场的相互作用通常用哈密顿量 H 来模拟, 初始真空状态是由 H 的所有负 ($\leq -c^2$) 能量本征态 (对于 $A=V=0$) 的完全占据来表示的, 用 $|k; d\rangle$ 表示。用时间演化态 $|k; d(t)\rangle$ 对动量为 p 和正能量的所有能量本征态 (用 $|p; u\rangle$ 表示) 的投影来计算产生的粒子数, 即 $N(t) = \sum_p \sum_k |\langle p; u | k; d(t)\rangle|^2$ 。因此, 电子所携带的能量是 $e(t) = \sum_p \sum_k e(p) |\langle p; u | k; d(t)\rangle|^2$, 其中 $e(p) \equiv [c^4 + c^2 p^2]^{1/2}$, 为了研究在啁啾和反向啁啾力场作用

下, 粒子对产生过程的相位灵敏度采用高斯脉冲模拟外部电场

$$F(t) = F_0 e^{-(t-t_1)^2/2\tau^2} \cos[(\omega + b(t-t_1))(t-t_1)] \quad (33)$$

其中 $F(t) = -(1/c) dA(t)/dt$ 。这里振幅为 $F_0 = 5c^2$, 线性啁啾强度由 $b = 300c^2$ 给出, 中心频率 $\omega = 2.8c^2$ 大于质量间隙能量 $2c^2$, 因此将允许粒子从负能量直接过渡到正能量连续态。选取高斯脉冲宽度为 $\tau = 5.325 \times 10^{-4}$ a.u., 脉冲在 $t_1 = 0.004$ a.u. 的时间后达到最大包络线, 将式(33)中的 b 用其负值替换, 也可以得到相应的反转场 $F_R(t) \equiv F(T-t)$ 。

图 24 比较了从 $F(t)$ 下产生的正负电子对的能量 $e(t)$ 与时间反转力场 $F_R(t)$ 下产生的正负电子对的能量 $e_R(t)$ 随时间增长曲线。生成电子的平均能量可以用总能量 $e(T) = 305c^2$ 除以最终生成的电子数 $N(T) = 228$ 得到, 即平均电子的能量为 $305c^2/228 = 1.34c^2$ 。该能量接近于 $\omega/2$, 这与外场的主振荡频率 ($\omega = 2.8c^2$ 左右) 与上下能量连续谱的能量差完全一致。

虽然图 24 中两个能量的时间增长曲线模式完全不同, 但在最终时刻它们是一致的。这意味着, 时间诱导正负电子对的产生过程是完全不相干的。值得注意的是, 尽管量子场理论的结构很复杂, 但这个特殊的激发过程却完全不受瞬时时间的影响。

论文还考虑了空间不均匀含时电场的情况, 标量势形式为

$$\begin{cases} V(x) = V_0 \{ \tanh[(x-D)/W] - \tanh[(x+D)/W] \} / 2 \\ F(t, x) = e^{-t^2/2\tau^2} \cos[(\omega + bt)t - \omega x/c] \end{cases} \quad (34)$$

其中计算参数 $V_0 = 5c^2$, $W = 0.5/c$, $D = 100/c$, $\tau = 5.325 \times 10^{-4}$, $\omega = 2.8c^2$ 和 $b = 300c^2$ 。与完全非相干的时间诱导真空衰变相比, 空间非均匀外力触发的粒子对产生过程可以显示相干特征。换句话说, 原始啁啾场情况和它的时间反转结果可以导致不同的最终粒子产生率, 因此不同的最终能量 $e(T) \neq e_R(T)$ 。

图 25 给出了在与空间不均匀含时啁啾外场相互作用中真空态吸收的能量的相应时间增长。可以看到, 与纯粹时间激发的图 24 不同, 在这种情况下, 相互作用后的最终能量在 $V(x, t)$ 和 $V(x, T-t)$ 下是不同的, 即 $e(T) \neq e_R(T)$ 。这意味着系统吸收能量的精确时间是很重要的。

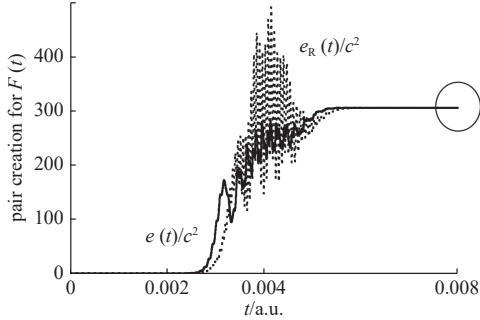


Fig. 24 The growth of the energy of the created electrons during the interaction with a chirped external electric field. $L=2.4$ a.u. and the other parameters are $b=300c^2$, $\omega=2.8c^2$, $\tau=5.325 \times 10^{-4}$ a.u., $t_1=0.004$ a.u. and $F_0=5c^2$ ^[87]

图 24 在与啁啾的外部电场相互作用过程中产生的电子能量的增长图。 $L=2.4$ a.u., 其他参数为 $b=300c^2$, $\omega=2.8c^2$, $\tau=5.325 \times 10^{-4}$ a.u., $t_1=0.004$ a.u. 和 $F_0=5c^2$ ^[87]

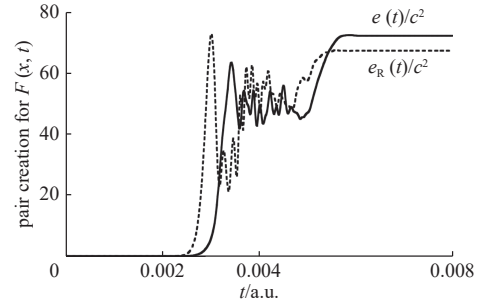


Fig. 25 The growth of the total energy of the created electrons during the interaction with a chirped external field. $L=2.4$ and the other parameters are $V_0=5c^2$, $W=0.5/c$, $D=0.6$ a.u. and $b=300c^2$, $\omega=2.8c^2$, $\tau=5.325 \times 10^{-4}$ a.u. and $t_1=0.004$ a.u.^[87]

图 25 在与啁啾的外部场相互作用时所产生的电子总能量的增长。 $L=2.4$ a.u., 场参数为 $V_0=5c^2$, $W=0.5/c$, $D=0.6$ a.u. 和 $b=300c^2$, $\omega=2.8c^2$, $\tau=5.325 \times 10^{-4}$ a.u. 和 $t_1=0.004$ a.u.^[87]

该工作的关键是发现超强和随时间变化的电场对电子-正电子对产生过程的有趣影响。在纯时间相关的情况(没有任何空间不均匀性)的情况下, 最终产生的粒子对的数量(以及它们的能量)完全不取决于场是正啁啾还是负啁啾, 这表明真空衰减过程完全是非相干的。因此, 如果使用一个特别定制的脉冲序列来优化最终的粒子产生率, 提供反时间序列总是会导致相同的最终结果。然而, 非常有趣的是, 对于足够大的空间不均匀性电场情况可以导致相干啁啾的可能性, 在这种情况下, 外部场的精确时间可以导致系统不同的最终响应。

4 结 论

本文综述了在强场条件下真空中正负粒子对的产生方面的研究工作。主要涵盖了国际上两种主流的计算方法, 量子 Vlasov 方程方法与计算量子场论。近几年来, 两种计算方法愈加成熟, 相关研究论文成果也很丰富。科

研工作者聚焦于如何提高粒子对产量的同时也对降低粒子对产生的阈值进行了大量的研究。不仅发现了时间啾啾外场下粒子对产生数量可以提高多个数量级, 同时也在空间分布上对外场几何构型进行了优化。

对双脉冲结构的振荡电场下正负电子对产生的研究发现, 两脉冲场相同时它们之间的时间延迟强烈影响产生粒子的动量谱, 甚至影响总的粒子对产生; 两脉冲场包含低强度预脉冲和高强度主脉冲时, 在一定场参数范围内, 尽管预脉冲很弱, 但仍能在粒子能谱中留下可见的痕迹。对超强双频组合振荡电场下在非微扰区域的正负电子对的产生过程的研究发现, 得到的粒子对产生中的“相位的相位”谱出现了与强场光电离中的结果类似的不对称的棋盘图样。对正弦调频电场下正负电子对产生的研究发现, 通过调节啾啾调制参数, 产生的粒子对的数密度可以提高多个数量级。对线性啾啾电场下真空中正负电子对产生过程的研究发现, 因为 Page 提出的瞬时功率谱提供了与所观测到的正电子动能分布的时间特征所包含的频率变化的直接关系, 所以它似乎是在微扰状态下最适合描述真空中正负电子对产生的过程时变谱。

对于空间不均匀电场下粒子对产生过程的增强效应的研究发现: 调整外场的空间构型可以寻找到稳定状态下最大化正负粒子对产生的最佳场参数; 设计多个振荡势阱-势垒结构的电势并通过增加势阱-势垒结构的数量可以大大提高粒子对的产量; 通过设计在深度和宽度上都振荡的 Sauter 势阱, 且两个振荡之间合适的相位差, 可以得到比在相同的振荡频率下只有振荡深度的 Sauter 势阱情况更多的粒子对产生。对于空间不均匀电场下粒子对产生过程的新现象的研究发现: 真空中产生某一特定能量正电子的产生率可以通过放置在远离产生区域之外的第二个(亚临界)电场来控制, 这是真空中粒子对产生过程中的一种非局域特征; Dirac 真空可以作为既不需要介质也不需要任何传播辐射的第四种信息传递的载体, 人们可以通过对信息发送者的电场编码来实现对远距离外的接受者处电场产生的正负电子对的控制, 从而实现信息的传递; 啾啾电场和反向啾啾场与系统相互作用时, 若系统为线性, 则两种情况下系统从电场中吸收的最终能量相同, 若系统为非线性时, 则二者从电场中吸收的最终能量不同, 该结果表明不同系统对包含在外场中的时间相位信息的敏感度不同。

从上述总结可以发现, 尽管人们在真空中产生正负电子对的增强方面做了很多有意义的工作, 但是大部分都是基于通过调节某一特殊外场参数提高粒子对产生量的, 并没有有效地建立一套统一的优化控制理论来处理各种复杂外场下粒子对产生的增强效应。因此, 建立统一的优化控制理论将是在真空中产生正负电子对的增强方面的一个重要发展方向。另外, 大量有关真空中产生正负电子对的研究都局限于空间均匀或空间一维的情况, 高维情况下的正负电子对产生问题仍然没有得到充分的探究, 例如时空依赖的磁场下的粒子对产生问题、较真实激光场下的粒子对产生问题、粒子对产生过程中的角动量转化问题等。由于高维情况下正负电子对产生问题的计算需要耗费巨大的计算资源, 所以目前还是比较难以实现。但是, 将来有望从并行程序的优化、计算机性能的提高和人工智能的利用三个方面进行突破。在不久的将来, 人工智能中的机器学习方法将会与真空中产生正负电子对问题的研究更进一步结合, 从而对目前数值模拟无法实现的正负电子对产生过程中的细节进行精准的预测^[88]。目前已有科学家通过直接编写机器学习程序来对 Dirac 方程及 Vlasov 方程进行求解, 请见文献 [89]。除此之外, 还可以把大量已知的不同电势下正负电子对产生的物理状态作为训练的输入量对机器学习算法进行训练, 然后得到任一电场下的正负电子对产生的细节, 这样可以在很大程度上节省三维情况下的计算成本, 提高计算效率。

致 谢 感谢北京师范大学谢柏松研究员、伊利诺伊州立大学苏其昌 (Q. Charles Su) 教授和 Rainer Grobe 教授对相关工作的指导和讨论, 感谢国家留学基金委 (CSC) 的支持。

参考文献:

- [1] Strickland D, Mourou G. Compression of amplified chirped optical pulses[J]. *Optics Communications*, 1985, 55(6): 447-449.
- [2] 张杰. 强场物理——一门崭新的学科[J]. *物理*, 1997, 26(11): 643-649. (Zhang Jie. A new horizon high field physics[J]. *Physics*, 1997, 26(11): 643-649)
- [3] Schrödinger E. Quantisierung als Eigenwertproblem[J]. *Annalen der Physik*, 1926, 384(4): 361-376.
- [4] Gordon W. Der Comptoneffekt nach der Schrödingerschen Theorie[J]. *Zeitschrift für Physik*, 1926, 40(1): 117-133. Klein O. Quantentheorie und fünfdimensionale Relativitätstheorie[J]. *Zeitschrift für Physik*, 1926, 37(12): 895-906.
- [5] Dirac P A M. The principles of quantum mechanics[M]. 4th ed. Oxford: Oxford University Press, 1982.
- [6] Schwinger J. On gauge invariance and vacuum polarization[J]. *Physical Review Journals Archive*, 1951, 82(5): 664-679.
- [7] Bulanov S S, Esirkepov T Z, Thomas A G R, et al. Schwinger limit attainability with extreme power lasers[J]. *Physical Review Letters*, 2010, 105: 220407.
- [8] Fedotov A M, Narozhny N B, Mourou G, et al. Limitations on the attainable intensity of high power lasers[J]. *Physical Review Letters*, 2010, 105: 080402.
- [9] Elkina N V, Fedotov A M, Kostyukov I Y, et al. QED cascades induced by circularly polarized laser fields[J]. *Physical Review Accelerators and Beams*, 2011,

- 14: 054401.
- [10] Cowan T, Backe H, Bethge K, et al. Observation of correlated narrow-peak structures in positron and electron spectra from superheavy collision systems[J]. *Physical Review Letters*, 1986, 56(5): 444-447.
- [11] Dunne G V. Extreme quantum field theory and particle physics with IZEST[J]. *The European Physical Journal Special Topics*, 2014, 223(6): 1055-1061.
- [12] Mocken G R, Keitel C H. FFT-split-operator code for solving the Dirac equation in 2+1 dimensions[J]. *Computer Physics Communications*, 2008, 178(11): 868-882.
- [13] Ruf M, Bauke H, Keitel C H. A real space split operator method for the Klein–Gordon equation[J]. *Journal of Computational Physics*, 2009, 228(24): 9092-9106.
- [14] Furry W H. On bound states and scattering in positron theory[J]. *Physical Review Journals Archive*, 1951, 81(1): 115-124.
- [15] Aleksandrov I A, Di Piazza A, Plunien G, et al. Stimulated vacuum emission and photon absorption in strong electromagnetic fields[J]. *Physical Review D*, 2022, 105: 116005.
- [16] Kim S P, Page D N. Schwinger pair production via instantons in strong electric fields[J]. *Physical Review D*, 2002, 65: 105002.
- [17] Dietrich D D, Dunne G V. Gutzwiller's trace formula and vacuum pair production[J]. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, 2007, 40(34): F825-F830.
- [18] Bergues B, Ni Yongfeng, Helm H, et al. Experimental study of photodetachment in a strong laser field of circular polarization[J]. *Physical Review Letters*, 2005, 95: 263002.
- [19] Tanaka K A, Spohr K M, Balabanski D L, et al. Current status and highlights of the ELI-NP research program[J]. *Matter and Radiation at Extremes*, 2020, 5: 024402.
- [20] Wang Weimin, Sheng Zhengming, Gibbon P, et al. Collimated ultrabright gamma rays from electron wiggling along a petawatt laser-irradiated wire in the QED regime[J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 2018, 115(40): 9911-9916.
- [21] Zhu Xinglong, Chen Min, Yu Tongpu, et al. Collimated GeV attosecond electron–positron bunches from a plasma channel driven by 10 PW lasers[J]. *Matter and Radiation at Extremes*, 2019, 4: 014401.
- [22] Wen M, Tamburini M, Keitel C H. Polarized laser-WakeField-accelerated kiloampere electron beams[J]. *Physical Review Letters*, 2019, 122: 214801.
- [23] Geng Xuesong, Ji Liangliang, Shen B F, et al. Quantum reflection above the classical radiation-reaction barrier in the quantum electro-dynamics regime[J]. *Communications Physics*, 2019, 2: 66.
- [24] Chen P. Laser cosmology[J]. *The European Physical Journal Special Topics*, 2014, 223(6): 1121-1129.
- [25] Jiang M, Su W, Lu X, et al. Electron-positron pair creation induced by quantum-mechanical tunneling[J]. *Physical Review A*, 2011, 83: 053402.
- [26] Lv Q Z, Li Y J, Grobe R, et al. Quantum mechanical tunneling in multifield-induced pair creation from vacuum[J]. *Physical Review A*, 2013, 88: 033403.
- [27] Liu Yan, Lv Q Z, Li Yutong, et al. Pair creation induced by transitions between electronic and positronic bound states[J]. *Physical Review A*, 2015, 91: 052123.
- [28] Schützhold R, Gies H, Dunne G. Dynamically assisted Schwinger mechanism[J]. *Physical Review Letters*, 2008, 101: 130404.
- [29] Di Piazza A, Lötstedt E, Milstein A I, et al. Barrier control in tunneling e^+e^- photoproduction[J]. *Physical Review Letters*, 2009, 103: 170403.
- [30] Bulanov S S, Mur V D, Narozhny N B, et al. Multiple colliding electromagnetic pulses: a way to lower the threshold of e^+e^- pair production from vacuum[J]. *Physical Review Letters*, 2010, 104: 220404.
- [31] Taya H. Dynamically assisted Schwinger mechanism and chirality production in parallel electromagnetic field[J]. *Physical Review Research*, 2020, 2: 023257.
- [32] Hubbell J H. Review and history of photon cross section calculations[J]. *Physics in Medicine & Biology*, 2006, 51(13): R245-R262.
- [33] Jiang M, Lv Q Z, Sheng Z M, et al. Enhancement of electron-positron pair creation due to transient excitation of field-induced bound states[J]. *Physical Review A*, 2013, 87: 042503.
- [34] 江淼, 郑晓冉, 林南省, 等. 正负电子对产生过程中不同外场宽度下的多光子跃迁效应[J]. *物理学报*, 2021, 70: 231202. (Jiang Miao, Zheng Xiaoran, Lin Nansheng, et al. Multi-photon transition effects under different external field widths in electron-positron-pair creation process[J]. *Acta Physica Sinica*, 2021, 70: 231202)
- [35] Burke D L, Field R C, Horton-Smith G, et al. Positron production in multiphoton light-by-light scattering[J]. *Physical Review Letters*, 1997, 79(9): 1626-1629.
- [36] Bamber C, Boege S J, Koffas T, et al. Studies of nonlinear QED in collisions of 46.6 GeV electrons with intense laser pulses[J]. *Physical Review D*, 1999, 60: 092004.
- [37] Schmidt S, Blaschke D, Röpke G, et al. A quantum kinetic equation for particle production in the Schwinger mechanism[J]. *International Journal of Modern Physics E*, 1998, 7(6): 709-722.
- [38] Dumlu C K. Schwinger vacuum pair production in chirped laser pulses[J]. *Physical Review D*, 2010, 82: 045007.
- [39] Kohlfürst C. Electron-positron pair production in structured pulses of electric fields[DB/OL]. arXiv preprint arXiv: 1212.0880, 2012.
- [40] Nuriman A, Xie Baisong, Li Ziliang, et al. Enhanced electron–positron pair creation by dynamically assisted combinational fields[J]. *Physics Letters B*, 2012, 717(4/5): 465-469.
- [41] Abdukerim N, Li Ziliang, Xie Baisong. Enhanced electron–positron pair production by frequency chirping in one- and two-color laser pulse fields[J]. *Chinese Physics B*, 2017, 26: 020301.
- [42] Greiner W, Müller B, Rafelski J. Quantum electrodynamics of strong fields[M]. Berlin, Heidelberg: Springer, 1985.
- [43] Dumlu C K. Multidimensional quantum tunneling in the Schwinger effect[J]. *Physical Review D*, 2016, 93: 065045.

- [44] Akal I, Moortgat-Pick G. Quantum tunnelling from vacuum in multidimensions[J]. *Physical Review D*, 2017, 96: 096027.
- [45] Ahmad I I, Austin S M, Back B B, et al. Search for narrow sum-energy lines in electron-positron pair emission from heavy-ion collisions near the Coulomb barrier[J]. *Physical Review Letters*, 1995, 75(14): 2658-2661.
- [46] Bell A R, Kirk J G. Possibility of prolific pair production with high-power lasers[J]. *Physical Review Letters*, 2008, 101: 200403.
- [47] Yanovsky V, Chvykov V, Kalinchenko G, et al. Ultra-high intensity-300-TW laser at 0.1 Hz repetition rate[J]. *Optics Express*, 2008, 16(3): 2109-2114.
- [48] Bandrauk A D, Shen Hai. High-order split-step exponential methods for solving coupled nonlinear Schrödinger equations[J]. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 1994, 27(21): 7147-7155.
- [49] Granz L F, Mathiak O, Villalba-Chávez S, et al. Electron-positron pair production in oscillating electric fields with double-pulse structure[J]. *Physics Letters B*, 2019, 793: 85-89.
- [50] Ehlitzky F. Atomic phenomena in bichromatic laser fields[J]. *Physics Reports*, 2001, 345(4): 175-264.
- [51] Schafer K J, Kulander K C. Phase-dependent effects in multiphoton ionization induced by a laser field and its second harmonic[J]. *Physical Review A*, 1992, 45(11): 8026-8033.
- [52] Kim I J, Kim C M, Kim H T, et al. Highly efficient high-harmonic generation in an orthogonally polarized two-color laser field[J]. *Physical Review Letters*, 2005, 94: 243901.
- [53] Gong Xiaochun, He Peilun, Song Qiyang, et al. Two-dimensional directional proton emission in dissociative ionization of H₂[J]. *Physical Review Letters*, 2014, 113: 203001.
- [54] Braß J, Milbradt R, Villalba-Chávez S, et al. Two-color phase-of-the-phase spectroscopy applied to nonperturbative electron-positron pair production in strong oscillating electric fields[J]. *Physical Review A*, 2020, 101: 043401.
- [55] Skruszewicz S, Tiggesbäumker J, Meiwes-Broer K H, et al. Two-color strong-field photoelectron spectroscopy and the phase of the phase[J]. *Physical Review Letters*, 2015, 115: 043001.
- [56] Almajid M A, Zabel M, Skruszewicz S, et al. Two-color phase-of-the-phase spectroscopy in the multiphoton regime[J]. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 2017, 50: 194001.
- [57] Tulsy V A, Almajid M A, Bauer D. Two-color phase-of-the-phase spectroscopy with circularly polarized laser pulses[J]. *Physical Review A*, 2018, 98: 053433.
- [58] Würzler D, Eicke N, Möller M, et al. Velocity map imaging of scattering dynamics in orthogonal two-color fields[J]. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 2018, 51: 015001.
- [59] Der L. Frequency modulation (FM) tutorial[R]. Silicon Laboratories Inc, 2008.
- [60] Gong C, Li Z L, Xie Baisong, et al. Electron-positron pair production in frequency modulated laser fields[J]. *Physical Review D*, 2020, 101: 016008.
- [61] Brézin E, Itzykson C. Pair production in vacuum by an alternating field[J]. *Physical Review D*, 1970, 2(7): 1191-1199.
- [62] Gong C, Li Z L, Li Y J, et al. Resolving rapidly chirped external fields with Dirac vacuum[J]. *Physical Review A*, 2020, 101: 063405.
- [63] Mandel L, Wolf E. Optical coherence and quantum optics[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1995.
- [64] Page C H. Instantaneous power spectra[J]. *Journal of Applied Physics*, 1952, 23(1): 103-106.
- [65] Lampard D G. Generalization of the Wiener-Khinchine theorem to nonstationary processes[J]. *Journal of Applied Physics*, 1954, 25(6): 802-803.
- [66] Liu Xinwei, Yuan Yaxiang. A null-space primal-dual interior-point algorithm for nonlinear optimization with nice convergence properties[J]. *Mathematical Programming*, 2010, 125(1): 163-193.
- [67] Dechter R. Constraint processing[M]. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers, 2003.
- [68] Cheng T, Su Q, Grobe R. Introductory review on quantum field theory with space-time resolution[J]. *Contemporary Physics*, 2010, 51(4): 315-330.
- [69] Dong S S, Chen Min, Su Q, et al. Optimization of spatially localized electric fields for electron-positron pair creation[J]. *Physical Review A*, 2017, 96: 032120.
- [70] Lv Q Z, Unger J, Li Yutong, et al. Spatially dependent electron-positron pair creation rate[J]. *EPL (Europhysics Letters)*, 2016, 116: 40003.
- [71] Gong C, Li Z L, Li Y J. Enhanced pair creation by an oscillating potential with multiple well-barrier structures in space[J]. *Physical Review A*, 2018, 98: 043424.
- [72] Wang Li, Wu Binbing, Xie Baisong. Electron-positron pair production in an oscillating Sauter potential[J]. *Physical Review A*, 2019, 100: 022127.
- [73] Ren Na, Wang Jiayang, Li Ankang, et al. Pair production in an intense laser pulse: the effect of pulse length[J]. *Chinese Physics Letters*, 2012, 29: 071201.
- [74] Lv Q Z, Liu Yan, Li Y J, et al. Noncompeting channel approach to pair creation in supercritical fields[J]. *Physical Review Letters*, 2013, 111: 183204.
- [75] Liu Yan, Jiang M, Lv Q Z, et al. Population transfer to supercritical bound states during pair creation[J]. *Physical Review A*, 2014, 89: 012127.
- [76] Rodriguez-Lopez P, Kort-Kamp W J M, Dalvit D A R, et al. Casimir force phase transitions in the graphene family[J]. *Nature Communications*, 2017, 8: 14699.
- [77] Xie Baisong, Li Ziliang, Tang Suo. Electron-positron pair production in ultrastrong laser fields[J]. *Matter and Radiation at Extremes*, 2017, 2(5): 225-242.
- [78] King B, Di Piazza A, Keitel C H. A matterless double slit[J]. *Nature Photonics*, 2010, 4(2): 92-94.
- [79] Mourou G A, Tajima T, Bulanov S V. Optics in the relativistic regime[J]. *Reviews of Modern Physics*, 2006, 78(2): 309-371.
- [80] Gonoskov A, Bashinov A, Gonoskov I, et al. Anomalous radiative trapping in laser fields of extreme intensity[J]. *Physical Review Letters*, 2014, 113: 014801.
- [81] Lv Q Z, Su Q, Grobe R. Manipulation of the vacuum to control its field-induced decay[J]. *Physical Review Letters*, 2018, 121: 183606.
- [82] Akkermans E, Dunne G V. Ramsey fringes and time-domain multiple-slit interference from vacuum[J]. *Physical Review Letters*, 2012, 108: 030401.

- [83] Krekora P, Su Q, Grobe R. Klein paradox in spatial and temporal resolution[J]. [Physical Review Letters](#), 2004, 92: 040406.
- [84] Su Q, Grobe R. Dirac vacuum as a transport medium for information[J]. [Physical Review Letters](#), 2019, 122: 023603.
- [85] Elitzur A C, Vaidman L. Quantum mechanical interaction-free measurements[J]. [Foundations of Physics](#), 1993, 23(7): 987-997.
- [86] Kwiat P, Weinfurter H, Herzog T, et al. Interaction-free measurement[J]. [Physical Review Letters](#), 1995, 74(24): 4763-4766.
- [87] Gong C, Penwell A, Li Z L, et al. Transition between coherent and incoherent chirping mechanisms in electron-positron pair creation[J]. [Journal of the Optical Society of America B](#), 2020, 37(4): 1098-1108.
- [88] Gong C, Su Q, Grobe R. Machine learning techniques in the examination of the electron-positron pair creation process[J]. [Journal of the Optical Society of America B](#), 2021, 38(12): 3582-3591.
- [89] Lorin E, Yang Xu. Computation of the time-dependent Dirac equation with physics-informed neural networks[DB/OL]. arXiv preprint arXiv: 2204.02959, 2022.