



·脉冲功率技术·

# 三平板传输线结构的解析分析方法\*

毛重阳, 王冠琼, 王小光

(北京应用物理与计算数学研究所, 北京 100094)

**摘 要:** 在考虑不等宽度三平板传输线的极板边缘效应和极板厚度的条件下, 建立了单位长度电容、特性阻抗和各位置电场强度幅值的解析求解方法。该方法利用保角变换, 将三平板传输线的不规则场边界变换为规则边界, 所得结果是不带有任何近似的准确值。该方法计算结果与利用商业软件 Ansoft 进行模拟所得结果一致, 证明该方法正确且可行。

**关键词:** 特性阻抗; 三平板传输线; 保角变换; 施瓦茨-克里斯托费尔变换; 分式线性变换; 解析求解

中图分类号: O441.4

文献标志码: A

doi: 10.11884/HPLPB202234.210469

## Analytical method of triplate transmission lines configuration

Mao Chongyang, Wang Guanqiong, Wang Xiaoguang

(Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, Beijing 100094, China)

**Abstract:** Triplate transmission line is widely used in huge pulsed power facilities. However, the accurate circuit parameters of the triplate transmission line are difficult to obtain because of three factors. The first one is that the widths of the anode and cathode plates are different, the second one is that the plates' thickness cannot be ignored, and the third one is that the electromagnetic field near the edges of the plates is seriously distorted. Taking all these three factors into consideration, an analytical method was established to obtain the capacitance per meter, the characteristic impedance, and the electric field magnitudes of the triplate transmission line. In this method, the distorted boundaries are transformed into regular boundaries based on conformal mapping and accurate results are obtained without approximation. Results obtained by this method are the same as those obtained by electromagnetic simulation with a commercial code called Ansoft, which indicates the correctness of this method.

**Key words:** characteristic impedance, triplate transmission line, conformal mapping, Schwarz-Christoffel mapping, fractional linear mapping, analytical solution

在大型脉冲功率装置中, 经常采用三平板传输线(以下简称三板线)进行能量传输。为了提高能量向负载端的传输效率, 需要尽可能保证阻抗匹配。准确求出三板线的特性阻抗对脉冲功率装置的设计和装置中能量传输状况的研究至关重要<sup>[1-6]</sup>。目前, 对于两平板传输线(常称为平行板传输线), 阴阳极板宽度相等, 在忽略极板厚度的条件下, 可以通过保角变换方法获得其单位长度的电容<sup>[7]</sup>。但对于三板线, 由于其中间极板与两侧极板宽度不同, 且极板厚度不可忽略, 所以只有 S. B. Cohn 在极板宽度远大于阴阳极间距的假设下, 近似给出了单位长度电容的表达式<sup>[8]</sup>。若要获得更准确的结果, 需要采用有限元等静电场模拟方法<sup>[9]</sup>。本文针对三板线, 在考虑极板边缘效应和极板厚度的情形下, 利用保角变换方法, 将不规则边界变换为规则边界, 进而不加近似地解析求解获得了单位长度电容的准确值, 并进一步解析求得了特性阻抗和各位置电场强度幅值的准确值。

### 1 三平板传输线简介

图 1(a)、图 1(b)分别是美国 Sandia 国家实验室的 ZR 装置<sup>[10]</sup>和中国工程物理研究院的 8 MA 装置<sup>[11]</sup>示意图。图中红色方框内是三板线。三板线由三个平行板电极构成, 中间极板为高压电极, 两侧两个极板为接地电极, 在工

\* 收稿日期: 2021-11-07; 修订日期: 2022-01-24

基金项目: 国家自然科学基金项目 (51907008, 51790522, 51790524, 11805019, 11975057)

联系方式: 毛重阳, [chongyangmao@sina.com](mailto:chongyangmao@sina.com)。

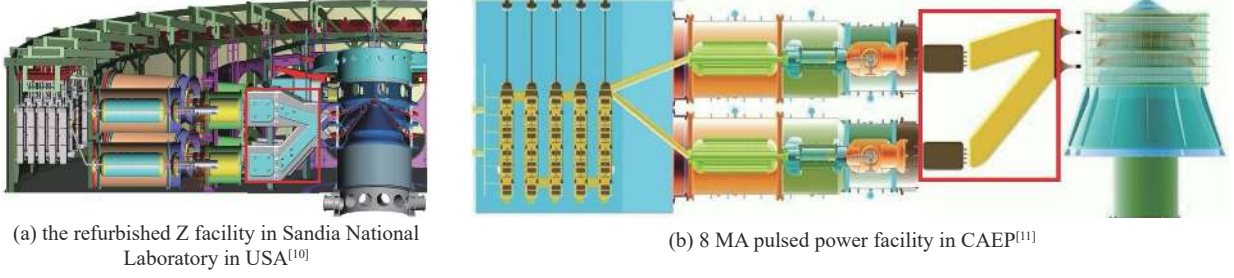


Fig. 1 Triplate transmission lines in huge pulsed power facilities

图 1 大型脉冲功率装置中的三板线示意图

作原理上可看作是两个平行板传输线的并联。如果中间极板宽度与两侧极板相同则为等宽度三板线, 否则为不等宽度三板线。等宽度三板线可看作不等宽度三板线传输线的特殊情况。由于高压电极板位于两个低压电极板之间, 因此与平行板传输线相比, 三板线减小了高压电极板对地的能量耦合损失, 能更有效地将脉冲的能量传输至绝缘堆<sup>[1]</sup>。

在传输 TEM 模式的电磁波时, 三板线的特性阻抗  $Z_0$  与其单位长度的电容  $C$  存在确定的关系<sup>[12]</sup>

$$Z_0 = \frac{1}{vC} \quad (1)$$

其中  $v$  是电磁波在极板间介质中的传播速度。因此, 对于固定几何尺寸和极板间介质的三板线传输线, 如果能确定其单位长度的电容, 即可求出其特性阻抗。

## 2 保角变换关系

图 2 是复平面内的三板线模型示意图, 电磁场的传播方向与纸面垂直。设中间极板宽度为  $2h_1$ , 两侧极板宽度为  $2h_2$ , 中间极板厚度为  $2d_1$ , 两侧极板厚度为  $d_3-d_2$ , 阴阳极板间距为  $d_2-d_1$ 。由于三板线的对称性, 取其四分之一进行研究即可, 如图 2 阴影部分所示。

图 3(a) 是三板线的四分之一在  $z$  平面内的示意图, 蓝色虚线是阴影区域的边界。 $z$  平面内  $z_4$  (坐标为  $d_1$ ) 与  $z_5$  (坐标为  $d_2$ ) 连接而成的线段 (记作  $\overline{z_4z_5}$ , 下同) 是电场线,  $z_2$  (坐标为  $ih_1$ )、 $z_3$  (坐标为  $d_1+ih_1$ )、 $z_4$  连接而成的折线段 (记作  $\overline{z_2z_3z_4}$ , 下同) 是等位线, 折线段  $\overline{z_5z_6z_7z_8}$  是另一条等位线。为了将此不规则边界变换为规则的容易研究的边界, 整个变换共分为三步, 下面具体推导每一步的变换公式。

(1) 将图 3(a) 中  $z$  平面阴影区域变换到图 3(b) 中  $t$  平面的上半平面,  $z$  平面各点变换到  $t$  平面内下角标相同的点。在  $t$  平面内,  $\overline{t_4t_5}$  是电场线,  $\overline{t_2t_4}$  和  $\overline{t_5t_8}$  是等位线。采用反施瓦茨-克里斯托费尔变换, 根据变换方法可以得到变换式<sup>[7]</sup>

$$z = \frac{d_2 - d_1}{\int_0^2 \sqrt{\frac{(p-t_3)(p-t_6)(p-t_7)}{(p-t_2)p(p-2)(p-t_8)}} dp} \int_0^t \sqrt{\frac{(p-t_3)(p-t_6)(p-t_7)}{(p-t_2)p(p-2)(p-t_8)}} dp + d_1 \quad (2)$$

$z$  平面和  $t$  平面内下角标相同的各点坐标满足式 (2), 代入式 (2) 并使各方程等号两边实部虚部分别相等, 化简得到

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_{t_2}^{t_5} \sqrt{\frac{(t_3-p)(t_6-p)(t_7-p)}{(p-t_2)(-p)(2-p)(t_8-p)}} dp - \frac{d_1}{d_2-d_1} \int_0^2 \sqrt{\frac{(p-t_3)(t_6-p)(t_7-p)}{(p-t_2)p(2-p)(t_8-p)}} dp = 0 \\ \int_{t_5}^0 \sqrt{\frac{(p-t_3)(t_6-p)(t_7-p)}{(p-t_2)(-p)(2-p)(t_8-p)}} dp - \frac{h_1}{d_2-d_1} \int_0^2 \sqrt{\frac{(p-t_3)(t_6-p)(t_7-p)}{(p-t_2)p(2-p)(t_8-p)}} dp = 0 \\ \int_2^{t_6} \sqrt{\frac{(p-t_3)(t_6-p)(t_7-p)}{(p-t_2)p(p-2)(t_8-p)}} dp - \frac{h_2}{d_2-d_1} \int_0^2 \sqrt{\frac{(p-t_3)(t_6-p)(t_7-p)}{(p-t_2)p(2-p)(t_8-p)}} dp = 0 \\ \int_{t_6}^{t_7} \sqrt{\frac{(p-t_3)(p-t_6)(t_7-p)}{(p-t_2)p(p-2)(t_8-p)}} dp - \frac{d_3-d_2}{d_2-d_1} \int_0^2 \sqrt{\frac{(p-t_3)(t_6-p)(t_7-p)}{(p-t_2)p(2-p)(t_8-p)}} dp = 0 \\ \int_{t_7}^{t_8} \sqrt{\frac{(p-t_3)(p-t_6)(p-t_7)}{(p-t_2)p(p-2)(t_8-p)}} dp - \frac{h_2}{d_2-d_1} \int_0^2 \sqrt{\frac{(p-t_3)(t_6-p)(t_7-p)}{(p-t_2)p(2-p)(t_8-p)}} dp = 0 \end{array} \right. \quad (3)$$

由式(3)可解出 $t_2$ 、 $t_3$ 、 $t_6$ 、 $t_7$ 和 $t_8$ 的值,代回到式(2)中就完成了由 $z$ 平面到 $t$ 平面的变换。

(2)将图3(b)中 $t$ 平面上半平面变换到图3(c)中 $\zeta$ 平面的上半平面,使电场关于虚轴对称, $\zeta_4\zeta_5$ 是电场线, $\zeta_2\zeta_4$ 和 $\zeta_5\zeta_8$ 是等位线。采用分式线性变换

$$t = \frac{a+b\zeta}{1+c\zeta} \quad (4)$$

其中 $a$ 、 $b$ 、 $c$ 是待定系数。

$t$ 平面和 $\zeta$ 平面内下角标相同的各点坐标满足式(4),代入式(4),可解出

$$\begin{cases} a = \frac{t_2 t_8 + \sqrt{t_2 t_8 (t_2 - 2)(t_8 - 2)}}{t_2 + t_8 - 2} \\ b = a \\ c = a - 1 \\ g = \frac{(1 - t_2)a + t_2}{a - t_2} \end{cases} \quad (5)$$

将式(5)代入式(4)就得到了 $t$ 平面到 $\zeta$ 平面的变换式

$$t = \frac{a+a\zeta}{1+a\zeta-\zeta} \quad (6)$$

和逆变换式

$$\zeta = \frac{t-a}{a+t-at} \quad (7)$$

(3)将图3(c)中 $\zeta$ 平面上半平面变换到图3(d)中 $w$ 平面的阴影区域, $w_2w_8$ 和 $w_4w_5$ 是电场线, $w_2w_4$ 和 $w_5w_8$ 是等位线,这就是无边缘效应的理想平行板电容器的电场。采用施瓦茨-克里斯托费尔变换

$$w = \frac{m}{\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{(1-q^2)(1-g^2q^2)}} ds} \int_0^\zeta \frac{1}{\sqrt{(1-q^2)(1-g^2q^2)}} dq \quad (8)$$

为使式(8)简洁,可令

$$m = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{(1-q^2)(1-g^2q^2)}} dq = K(g) \quad (9)$$

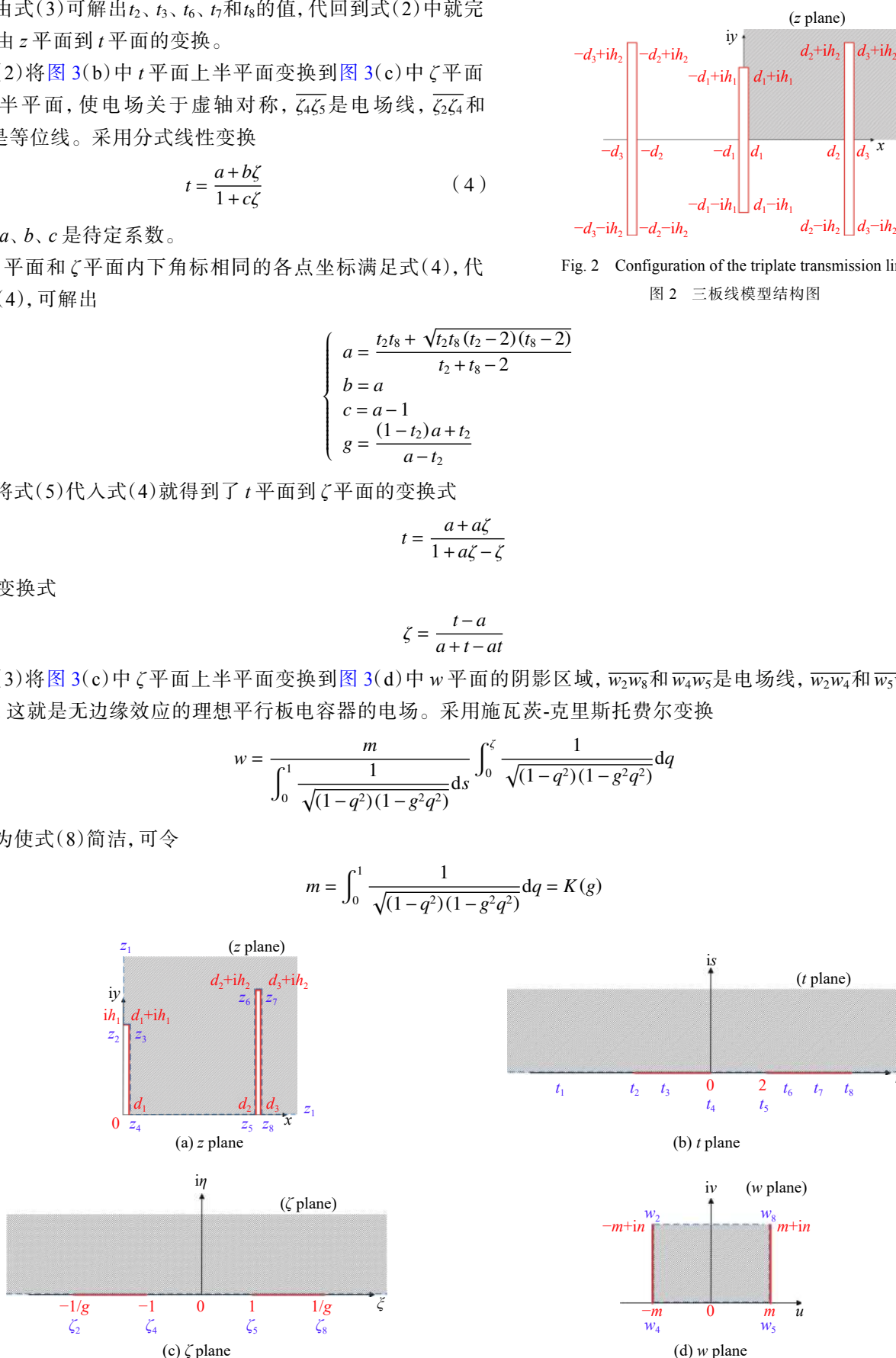


Fig. 3 Processes of conformal mapping of the triplate transmission line

图3 三板线的保角变换过程

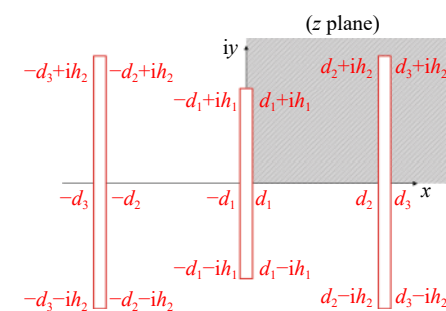


Fig. 2 Configuration of the triplate transmission line

图2 三板线模型结构图

其中  $K(g)$  为勒让德第一种全椭圆积分。将式(9)代入式(8), 得到  $\zeta$  平面到  $w$  平面的变换式

$$w = \int_0^\zeta \frac{1}{\sqrt{(1-q^2)(1-g^2q^2)}} dq \quad (10)$$

下面还要求出图 3(d)中  $n$  的值。  $\zeta_8$  和  $w_8$  的坐标满足式(10), 代入式(10)得到

$$m + in = \int_0^{1/g} \frac{1}{\sqrt{(1-q^2)(1-g^2q^2)}} dq \quad (11)$$

将式(9)代入式(11), 消去  $m$ , 得到

$$n = \int_1^{1/g} \frac{1}{\sqrt{(q^2-1)(1-g^2q^2)}} dq = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{(1-q^2)(1-g'^2q^2)}} dq' = K(g') \quad (12)$$

其中  $g' = \sqrt{1-g^2}$ ,  $g^2q^2 + g'^2q'^2 = 1$ 。这是对于余模的勒让德第一种全椭圆积分。

### 3 物理量计算

#### 3.1 单位长度电容和特性阻抗

为了计算三板线的单位长度电容, 需要计算极板所带电荷量和极板间的电压。

在  $w$  平面内,  $\overline{w_2w_4}$  和  $\overline{w_5w_8}$  是两个极板, 不妨设其电压差为  $V$ 。注意到  $\overline{w_2w_4}$  和  $\overline{w_5w_8}$  组成无边效应电容器, 因此净电荷只存在于  $\overline{w_2w_4}$  右表面和  $\overline{w_5w_8}$  左表面, 且大小相等, 符号相反。根据高斯定律可求得, 每个极板单位长度所带净电荷大小为

$$q = \varepsilon En \quad (13)$$

其中电场强度幅值  $E = V/(2m)$ ,  $\varepsilon$  是极板间介质的介电常数。

根据保角变换的性质, 在  $z$  平面内,  $\overline{z_2z_3z_4}$  和  $\overline{z_5z_6z_7z_8}$  表面所带净电荷大小也是  $q$ , 两极板间电压也是  $V^{[13]}$ 。由三板线的四分之一拓展到整个三板线, 则中间极板两个表面所带总净电荷大小为  $4q$ , 中间极板与两侧极板间的电压为  $V$ , 整个三板线单位长度的电容为

$$C = \frac{4q}{V} = \frac{4\varepsilon En}{V} = \frac{2\varepsilon n}{m} \quad (14)$$

三板线的特性阻抗为

$$Z_0 = \frac{1}{vC} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} \cdot \frac{2\varepsilon n}{m}} = \frac{\sqrt{\mu m}}{2\sqrt{\varepsilon n}} \quad (15)$$

#### 3.2 电场强度幅值

由  $\mathbf{E} = -\nabla\varphi$  可知, 在  $z$  平面内有  $\mathbf{E} = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\mathbf{e}_x + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\mathbf{e}_y\right)$ 。在  $w$  平面内, 等位线平行于虚轴, 不妨设  $\varphi = u$  (电位零点的选取不影响电场强度的值), 则有

$$\mathbf{E} = -\left(\frac{\partial u}{\partial x}\mathbf{e}_x + \frac{\partial u}{\partial y}\mathbf{e}_y\right) \quad (16)$$

由于保角变换表达式十分复杂, 难以分别求出  $\frac{\partial u}{\partial x}$  和  $\frac{\partial u}{\partial y}$ , 所以  $\mathbf{E}$  的完整表达式难以求出。但是,  $|\mathbf{E}|$  并不难求出。

$$|\mathbf{E}| = \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2} \quad (17)$$

根据

$$\frac{dw}{dz} = \frac{\partial u}{\partial x} + i\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial x} - i\frac{\partial u}{\partial y} \quad (18)$$

得到

$$\left|\frac{dw}{dz}\right| = \left|\frac{\partial u}{\partial x} - i\frac{\partial u}{\partial y}\right| = \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2} = |\mathbf{E}| \quad (19)$$

另一方面

$$\frac{dw}{dz} = \frac{dw}{d\zeta} \frac{1}{d\zeta} \frac{1}{dt} \frac{1}{dz} \quad (20)$$

由式(2)得到

$$\frac{dz}{dt} = \frac{d_2 - d_1}{\int_0^2 \sqrt{\frac{(p-t_3)(p-t_6)(p-t_7)}{(p-t_2)p(p-2)(p-t_8)}} dp} \sqrt{\frac{(t-t_3)(t-t_6)(t-t_7)}{(t-t_2)t(t-2)(t-t_8)}} \quad (21)$$

由式(6)得到

$$\frac{dt}{d\zeta} = \frac{a(2-a)}{[1+(a-1)\zeta]^2} \quad (22)$$

由式(10)得到

$$\frac{dw}{d\zeta} = \frac{1}{\sqrt{(1-\zeta^2)(1-g^2\zeta^2)}} \quad (23)$$

将式(21)(22)(23)代入式(20)得到

$$\frac{dw}{dz} = \frac{\int_0^2 \sqrt{\frac{(p-t_3)(p-t_6)(p-t_7)}{(p-t_2)p(p-2)(p-t_8)}} dp}{a(2-a)(d_2-d_1)} \frac{[1+(a-1)\zeta]^2}{\sqrt{(1-\zeta^2)(1-g^2\zeta^2)}} \sqrt{\frac{(t-t_2)t(t-2)(t-t_8)}{(t-t_3)(t-t_6)(t-t_7)}} \quad (24)$$

将式(24)代入式(19), 就得到  $z$  平面内任一点的电场强度的幅值

$$|E| = \left| \frac{\int_0^2 \sqrt{\frac{(p-t_3)(p-t_6)(p-t_7)}{(p-t_2)p(p-2)(p-t_8)}} dp}{a(2-a)(d_2-d_1)} \frac{[1+(a-1)\zeta]^2}{\sqrt{(1-\zeta^2)(1-g^2\zeta^2)}} \sqrt{\frac{(t-t_2)t(t-2)(t-t_8)}{(t-t_3)(t-t_6)(t-t_7)}} \right| \quad (25)$$

在利用式(25)计算时, 对  $z$  平面内的点, 需要根据式(2)和式(7)求出其在  $t$  平面和  $\zeta$  平面对应点的坐标。

#### 4 计算举例

对图2所示三平板传输线结构, 设极板间介质为去离子水, 从而有介电常数  $\epsilon=78.4 \times 8.8542 \times 10^{-12}$  F/m, 磁导率  $\mu=1.2566 \times 10^{-6}$  N/A<sup>2</sup>。建立三个阴阳极板间距不同的模型, 分别采用本文的解析方法和商业软件 Ansoft 有限元模拟方法计算得到单位长度电容  $C$  和特性阻抗  $Z_0$ , 模型参数和计算结果如表1(其中  $h_1$ 、 $h_2$ 、 $d_1$ 、 $d_2$ 、 $d_3$  的定义与图2中相同)所示, 两种方法所得结果几乎完全一致。

表1 三个阴阳极板间距不同的三平板传输线模型的单位长度电容  $C$  和特性阻抗  $Z_0$  计算结果

Table 1  $C$  and  $Z_0$  of three different triplate transmission lines with different distances between the anodes and cathodes

model	$h_1/m$	$h_2/m$	$d_1/m$	$d_2/m$	$d_3/m$	$C/nF$		$Z_0/\Omega$	
						analytical method	Ansoft	analytical method	Ansoft
1	1.0	2.0	0.1	4.0	4.1	1.85	1.86	16.0	15.9
2	1.0	2.0	0.1	3.0	3.1	2.18	2.19	13.5	13.5
3	1.0	2.0	0.1	2.0	2.1	2.81	2.81	10.5	10.5

进一步计算以上三个模型的  $z$  平面实轴上各点电场强度幅值  $|E|$  并做归一化处理(“归一化”指令阴阳极板间电压为 1 V), 本文解析方法和 Ansoft 有限元方法计算结果分别如图4、图5所示。两种方法所得结果仍然一致。

综合以上计算结果可知, 本文解析方法与 Ansoft 有限元方法计算结果一致, 仅有的小于 1% 的微小差别来源于数值计算过程中的舍入误差。本文解析方法正确。

#### 5 结论

本文建立了求三板线单位长度电容值、特性阻抗、各位置电场强度幅值的解析方法, 得到了以下结论: (1) 在

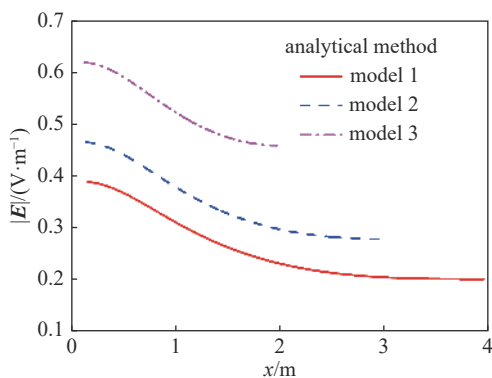


Fig. 4 Electric field magnitudes of three different models obtained by analytical method

图4 解析方法得到的三个不同模型  $z$  平面  
实轴上各点的电场强度幅值

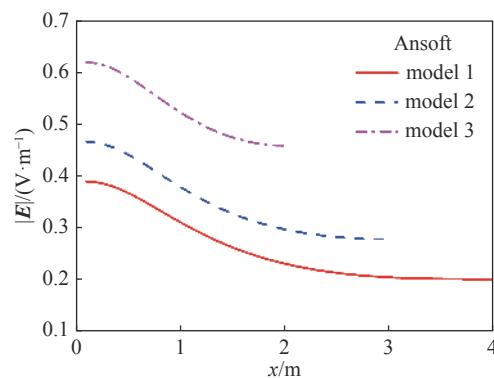


Fig. 5 Electric field magnitudes of three different models obtained by Ansoft simulation

图5 Ansoft 模拟得到的三个不同模型  $z$  平面  
实轴上各点的电场强度幅值

考虑三板线极板宽度、厚度和边缘电磁场畸变的一般条件下,通过保角变换,可以不加近似地解析求得其单位长度电容准确值,并进一步解析求得其特性阻抗和各位置电场强度幅值的准确值;(2)将解析方法与静电场有限元模拟方法所得结果对比,二者除数值计算过程中的舍入误差外完全一致,表明解析方法正确。

需要说明的是,在采用本文的解析方法进行求解的过程中,会出现椭圆积分和椭圆函数,导致解析表达式复杂,难以进一步求电场强度方向等物理量,且需要借助 MATLAB 等数学工具。另外,实际采用的三板线会采取倒角等方式减小极板尖端附近的电场强度幅值,本文的解析方法尚未考虑倒角。

#### 参考文献:

- [1] Zou Wenkang, Guo Fan, Chen Lin, et al. Full circuit calculation for electromagnetic pulse transmission in a high current facility[J]. *Physical Review Special Topics - Accelerators and Beams*, 2014, 17: 110401.
- [2] 薛创, 丁宁, 孙顺凯, 等. 脉冲功率驱动器与Z箍缩负载耦合的全电路数值模拟[J]. *物理学报*, 2014, 63: 125207. (Xue Chuang, Ding Ning, Sun Shunkai, et al. Full circuit model for coupling pulsed power driver with Z-pinch load[J]. *Acta Physica Sinica*, 2014, 63: 125207)
- [3] 薛创, 丁宁, 张扬, 等. 聚龙一号电磁脉冲形成与传输过程的全电路模拟[J]. *强激光与粒子束*, 2016, 28: 015014. (Xue Chuang, Ding Ning, Zhang Yang, et al. Full circuit simulation for electromagnetic pulse forming and transmission in the PTS facility[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2016, 28: 015014)
- [4] 毛重阳, 薛创, 肖德龙, 等. 聚龙一号主开关导通时刻对负载电流的影响[J]. *强激光与粒子束*, 2019, 31: 015001. (Mao Chongyang, Xue Chuang, Xiao Delong, et al. Full circuit simulation for influence of the laser-triggered gas switches' closing time on load current in PTS facility[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2019, 31: 015001)
- [5] Corcoran P A, Whitney B A, Bailey V L, et al. Circuit modeling techniques applied to ZR[C]//Proceedings of the 2009 IEEE Pulsed Power Conference. Washington, DC, USA: IEEE, 2009: 150-155.
- [6] 毛重阳, 薛创, 肖德龙, 等. "聚龙一号"4层绝缘堆和真空区电路模拟方法[J]. *强激光与粒子束*, 2020, 32: 025004. (Mao Chongyang, Xue Chuang, Xiao Delong, et al. Simulation method of quadruple-level circuit model for stack and vacuum section of Julong-I facility[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2020, 32: 025004)
- [7] 王新稳. 复解析保角变换在电磁工程中的应用研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2011: 70-78. (Wang Xinwen. Complex analytical conformal mapping application in the electromagnetic engineering[D]. Xi'an: Xidian University, 2011: 70-78)
- [8] Cohn S B. Problems in strip transmission lines[J]. *IRE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 1955, 3(2): 119-126.
- [9] 李祥伟, 常安碧, 宋法伦, 等. 平板型阶跃式变阻抗线特性[J]. *强激光与粒子束*, 2013, 25(4): 1040-1044. (Li Xiangwei, Chang Anbi, Song Falun, et al. Properties of parallel-plate stepped variable-impedance lines[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2013, 25(4): 1040-1044)
- [10] Matzen M K, Atherton B W, Cuneo M E, et al. The refurbished Z facility: capabilities and recent experiments[J]. *Acta Physica Polonica A*, 2009, 115(6): 956-958.
- [11] Deng Jianjun, Shi Jinshui, Xie Weiping, et al. Overview of pulsed power research at CAEP[J]. *IEEE Transactions on Plasma Science*, 2015, 43(8): 2760-2765.
- [12] 关永超, 王勐, 丰树平, 等. 高功率低阻抗三板传输线的设计[J]. *强激光与粒子束*, 2010, 22(3): 519-523. (Guan Yongchao, Wang Meng, Feng Shuping, et al. Design for high power and low impedance triplate transmission line[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2010, 22(3): 519-523)
- [13] 刘润华. 保角变换在电磁场边值问题中的研究及应用[D]. 重庆: 重庆师范大学, 2008: 7. (Liu Runhua. Application of conformal mapping about boundary value problem of electromagnetism field[D]. Chongqing: Chongqing Normal University, 2008: 7)