·强流加速器与粒子束技术·



# 能散对直线感应加速器焦斑分布的影响

王 科, 代志勇, 夏连胜, 张 篁, 李 劲, 范培亮, 杨治勇

(中国工程物理研究院 流体物理研究所,四川 绵阳 621900)

摘 要:介绍了均方根(RMS)、半高全宽(FWHM)和50%调制传递函数(MTF)等效均匀分布等焦斑尺寸 评价方法。针对一台直线感应加速器,通过建立理论模型和开展逐束片PIC模拟研究了长脉冲(约100 ns)电子 束的聚焦过程,分析了能量、流强与平顶区差异较大的脉冲上升/下降沿对FWHM和MTF焦斑尺寸的影响。研 究结果表明:能散度较大的束流上升/下降沿会导致束流焦斑,尤其是MTF焦斑显著增长,在模拟结果中FWHM 尺寸增长约9%,而MTF尺寸增长达到约24%,是目前导致束流底宽偏大的主要因素之一。

关键词: 直线感应加速器; 焦斑; 能散; 束片

中图分类号: TL501 文献标志码: A doi: 10.11884/HPLPB202234.210450

# Influence of energy spread on the transverse profile of the focused electron beam

Wang Ke, Dai Zhiyong, Xia Liansheng, Zhang Huang, Li Jin, Fan Peiliang, Yang Zhiyong (Institute of Fluid Physics, CAEP, P. O. Box 919-108, Mianyang 621900, China)

Abstract: A brief introduction to evaluating the beam size with the Root-Mean-Square (RMS) value, the fullwidth-half-maximum (FWHM) value and the modulation-transfer-function (MTF) value is given in this paper. The focusing of the long pulse electron beam ( $\sim$  100 ns) in an induction linear accelerator is studied by both theoretical analysis and numerical simulation, the contribution of the energy and current difference of the rising edge and the falling edge to the final beam size are discussed. In our results, the rising edge and the falling edge of the beam with large energy deviation may lead to a significant increase of the beam size, especially the MTF beam size, i.e. the FWHM beam size is increased by about 9% while the MTF beam size is increased by about 24%.

Key words: linear induction accelerator, bunch size, energy spread, beam slice

在 X 光闪光照相实验中<sup>[1-6]</sup>, 光源的尺寸及分布是影响成像质量的一个主要因素。光源点扩展函数的半高全 宽(FWHM)作为一种描述焦斑尺寸的常用参数, 多年来一直是表征光源性能的关键指标<sup>[7]</sup>。而近些年来, 随着闪 光照相技术的持续发展和对图像分辨率要求的不断提升, 仅靠 FWHM 来描述光源的空间分辨率有其固有的局限, 相关成像实验发现, 如果光源点扩展函数不同, 即使其 FWHM 相同, 图像的分辨情况也会不同, 因为束流分布的底 宽也会对成像质量造成影响, 为了充分考虑这一因素, 美国 LANL 提出利用空间频域 50% 的调制传递函数(MTF) 来评价光源尺寸<sup>[8-9]</sup>, 该参数也将成为下一步光源底宽优化的重要评价指标。

高剂量 X 光源通常来自高能电子束轰击高 Z 靶材产生的轫致辐射, 光源分布很大程度上取决于击靶电子束的 焦斑分布<sup>[10]</sup>, 优化电子束的焦斑分布是改善光源分布的重要手段。本文通过研究一台直线感应加速器中电子束的 聚焦过程, 着重分析束流上升/下降沿能量、流强不一致性等对束流焦斑 FWHM 与 MTF 尺寸的影响, 为束流焦斑 的进一步优化提供理论基础。考虑到直线感应加速器中电子束长度达到约 30 m(持续时间约 100 ns), 全束流模拟 需要大量计算资源, 往往难以实现, 本文将高能(约 18 MeV)电子束流分割成约 1.1 ns 的束片, 通过动态网格的 PIC 代码<sup>[11]</sup>(含束流自身电磁力)模拟逐束片的聚焦过程, 然后叠加形成最终束流分布。

 <sup>\*</sup> 收稿日期:2021-10-24; 修订日期:2022-04-02
 基金项目:国家自然科学基金项目(11875242,11805191)
 联系方式:王 科,caepacc@sina.com。
 通信作者:杨治勇,fantasy13089@163.com。

## 1 束斑尺寸描述方法简介型

这里以常用的光斑尺寸描述方法来描述电子束打靶焦斑,设电子束的横向分布函数为f(x,y),则其对应的线扩展函数 $f_1(x) = \int f(x,y) dy$ ,点扩展函数为 $f_s(x) = f(x,0)$ 。FWHM 尺寸指其点扩展函数 $f_s(0)$ 半高全宽,记 $f_s(x)$ 的最大值为 $f_{s,max}$ ,且有 $f_s(x_1) = f_s(x_2) = 0.5f_{s,max}$ ,则束流的FWHM 尺寸为 $|x_2 - x_1|$ ,该参数主要反映有效应用区域的尺寸,是实验中常用的评价指标。调制传递函数(MTF)等效均匀分布尺寸描述线扩展函数 $f_1(x)$ 的空间频域特性,设线扩展函数 $f_1(x)$ 的傅里叶变换为F(k),且有 $F(k_0) = 0.5max(F(k))$ ,则束流的MTF 尺寸为 $0.705/k_0(0.705)$ 为均匀圆盘分布情况下 $k_0$ 与半高全宽的乘积),该参数对于分布的底宽较为敏感。

直线感应加速器中常用的束流分布表征函数有均匀分布(KV)、高斯分布 (Gaussian) 和本涅特 (Bennett) 分布, 在相同的 FWHM 时,三种分布的底宽和 MTF 焦斑依次增大,其分布曲线(线扩展函数)及对应的空间频域曲线如 图 1 所示。在三种分布函数下,FWHM 尺寸 $\sigma_{FWHM}$ 和 MTF 尺寸 $\sigma_{MTF}$ 有线性对应关系,如表 1 所示。均匀布时  $\sigma_{MTF}/\sigma_{FWHM} = 1$ ,高斯分布和本涅特分布的底宽依次增大, $\sigma_{MTF}/\sigma_{FWHM}$ 分别为 1.6 和 2.7,可见 $\sigma_{MTF}/\sigma_{FWHM}$ 值与分布底 宽呈正相关,后文的分析中将通过 $\sigma_{MTF}/\sigma_{FWHM}$ 来判断束流的分布及其底宽特征。



 Fig. 1
 The curvatures of Kapchiskij-Vladimirskij (KV) distribution, Gaussian distribution, Bennett distribution (a), and their spatial Fourier expansion (b)

 图 1
 均匀分布、高斯分布、本涅特分布曲线 (a),及对应的空间频域曲线 *F*(*k*)(b)

表 I 不同分布函数下,FWHM 尺寸与 MIF 尺寸的对应大系	表 1	不同分布函数下	,FWHM尺寸与 M	/TF尺寸的对应关系
----------------------------------	-----	---------	------------	------------

Table 1 Relationship between the FWHM beam size and the MTF beam size in various distributions

f(x)	$\sigma_{ m FWHM}/ m mm$	$k_0/{\rm mm}^{-1}$	$\sigma_{ m MTF}/ m mm$
KV	1.00	0.705	1.00
Gaussian	1.00	0.441	1.60
Bennett	1.00	0.258	2.70

#### 2 能散对束流聚焦影响

#### 2.1 束流聚焦的理论分析

忽略空间电荷效应以及透镜像差,单能电子束在聚焦 平面处的均方根尺寸主要受限于束流发射度,近似表示为  $\sigma_{f,\epsilon} = f\epsilon_x/\sigma_i$ ,其中f、 $\sigma_i$ 、 $\epsilon_x$ 分别为焦距,束流初始均方根 半径及发射度<sup>[12]</sup>。焦距与电子束的能量正相关即 $f \propto p_0$ ( $p_0$ 为参考电子的能量),一个能量为p的电子与参考电子 的相对能量差异为 $\delta = (p - p_0)/p_0$ ,经过聚焦线圈后焦距差 异为 $\Delta f = f\delta$ ,如图 2 所示。一般而言,电磁透镜的焦距远 大于焦斑尺寸,则根据图 2 易得初始位置为 $x_i$ 、相对能量 差异为 $\delta$ 的电子在焦点处的横向位置为 $\Delta x \approx \Delta f \theta = f x_i \delta$ ,





则受能散限制的焦斑尺寸可近似表示为 $\sigma_{f\delta} = \sigma_i \sigma_\delta$ ,其中 $\sigma_i n \sigma_\delta$ 分别为束流的均方根半径和均方根能散,即 $x_i n \delta$ 的均方根值。由于能散与发射度的影响相互独立,最终焦斑尺寸可以表示为

$$\sigma_{\rm f} = \sqrt{f^2 \epsilon_x^2 / \sigma_i^2 + \sigma_i^2 \sigma_\delta^2} \tag{1}$$

公式(1)的推导中忽略了束流聚焦前后发射度变化,这在横向非线性力较弱时对于薄束片而言是适用的。以 一组实验参数作为计算输入条件: 束流的能散分布由加速腔腔压叠加并考虑束流负载效应后获得, 中心束片能量 17 MeV, 如图 3 虚线所示, 流强波形通过 B-dot 测量获得如图 3 实线所示, 切片发射度 $\epsilon_{xslice} = 200 \ \mu m$ , 束流聚焦前尺 寸 $\sigma_i = 10 \ mm$ , 根据螺线管磁场求得中心束片的焦距 $f = 1 / \int e^2 B_z^2 / (2mc\beta\gamma)^2 dz = 209 \ mm$ , 其中 *m*, *e* 分别为电子的质 量和电荷量, *B\_z*为聚焦磁场强度, *β*为电子经光速归一化的速度, *γ*为洛伦兹系数, *z* 为轴向坐标变量。将图 3 所示束 流分为 91 个 1.1 ns 的切片(从左到右依次编号, 中心束片为#46), 将其能量差分别代入公式(1)可估算逐束片聚焦 后的均方根尺寸。

假设聚焦后单束片呈高斯分布,将束片分布按权重叠加即可得到聚焦后整个束流的横向分布,束片权重为其 归一化电荷量。根据公式(1)计算得到的中心束片(#46)及整个束流(#1-#91束片叠加)的焦斑分布如图4所示,中 心束片以实线表示,整个束流以虚线表示,可见整个束流的底宽明显大于中心束片,但是半高宽差异并不明显。





将中心東片聚焦后的 MTF和 FWHM 尺寸分别记为  $\sigma_{0.MTF}$ 和 $\sigma_{0.FWHM}$ ,将#(46-*n*)号東片至#(46+*n*)号東片聚焦后叠 加分布的 MTF和 FWHM 尺寸分别记为 $\sigma_{n.MTF}$ 和 $\sigma_{n.FWHM}$ 。根 据计算结果可得在焦点位置处 $\sigma_{0.MTF}$ =0.46 mm, $\sigma_{0.FWHM}$ = 0.29 mm,为了分析上升/下降沿叠加后对束流尺寸、分布的 影响,进一步计算了*n*分别取值 1~45 时叠加分布的 MTF/ FWHM 尺寸相对于中心束片的增长量,将相对增长量表示 为 $\Delta\sigma_{n.MTF}$ 和 $\Delta\sigma_{n.FWHM}$ ,其中 $\Delta\sigma_{n.MTF} = (\sigma_{n.MTF} - \sigma_{0.MTF})/\sigma_{0.MTF}$ ,  $\Delta\sigma_{n.FWHM} = (\sigma_{n.FWHM} - \sigma_{0.FWHM})/\sigma_{0.FWHM}$ ,计算结果如图 5 所示。 可见上升/下降沿束片的叠加使得束流绝对尺寸逐渐增大, 但 MTF 尺寸的增长幅度明显高于 FWHM 尺寸,即 $\Delta\sigma_{n.MTF}/\Delta\sigma_{n.FWHM}$ 比值随*n*增大,束流底宽随*n*的增大逐渐增长。全 束流的 MTF/FWHM 尺寸与中心束片相比分别增长了约 18.6%/







10.1%, 单束片呈高斯分布有 $\sigma_{0.MTF}/\sigma_{0.FWHM}$  = 1.60,而全束片叠加后的 MTF 尺寸与 FWHM 尺寸比值增长至 1.73, 对比表 1数据可知, 全束流分布介于高斯分布和本涅特分布之间。

上述估算中東片间的唯一差异为能量,可见减小束流能散可以有效的控制束流底宽,减小束流的 MTF 尺寸。 但是由于中间束片的电荷量较大,而上升/下降沿束片电荷量小,束片内的空间电荷力并不一致,因此对束片内分 布的影响也不一致,定量评估能散/流强对束流聚焦后尺寸影响需要考虑空间电荷力。

#### 2.2 束流聚焦的模拟研究

为了定量评估能量/流强差异较大的上升/下降沿对束流焦斑尺寸的影响,利用 PIC 代码 ASTRA 对逐束片的束

流动力学行为进行了模拟仿真(含空间电荷力)。初始束片分布设为高斯分布,每个束片含 50000 个宏粒子,但在 叠加获得聚焦后全束流分布时各束片粒子数按其电荷量加入权重因子。

根据模拟结果, 焦斑位置处, 中心束片的尺寸为 $\sigma_{0.MTF}$  = 0.67 mm,  $\sigma_{0.FWHM}$  = 0.34 mm, 发射度从200 µm 增长至 612 µm, 尺寸的绝对值与理论分析值存在较大的差异, 且 $\sigma_{0.MTF}/\sigma_{0.FWHM}$  =1.98, 中心束片底宽特征介于高斯分布和 本涅特分布之间。可见约2 kA 的流强下, 空间电荷力会改变单束片聚焦后的分布特征, 其非线性力已不可忽略。

为了评估上升/下降沿束片叠加导致的束流尺寸增长, 与图 4、图 5 的解析结果进行比较, 统计了中心束片与全 束流聚焦后的分布(如图 6 所示), 以及#(46-n)至#(46+n)号束片叠加分布的尺寸相对于中心束片尺寸的增长(如 图 7 所示)。增长趋势与图 5 理论计算结果基本一致, 全束流的 MTF/FWHM 尺寸与中心束片相比分别增长了约 28.0%、9.8%, 全束流的 MTF 尺寸与 FWHM 尺寸比值为2.3, 更接近于本涅特分布的底宽特征。



 If an average promes of the center site and of a whole beam simulated with ASTRA
 图 6 PIC 模拟得到的中心束片和整个 束流聚焦后的横向分布



Fig. 7 MTF size of the electron bunch composed with slice #(46-n) to #(46+n), the results are calculated with the PIC code ASTRA
图 7 PIC 模拟得到的第#(46-n) 至 #(46+n) 号束片叠加后的 MTF 尺寸, 其中#46 为中心束片

#### 2.3 计算结果分析

在理论估算(图 4)中忽略了空间电荷力,并且假设焦点处束片呈高斯分布,是导致与模拟结果(图 5)存在差异的主要原因。对比理论估算结果和模拟结果,虽然聚焦后束流尺寸绝对值差异较大,但是上升/下降沿叠加导致的束流相对尺寸增长趋势却比较一致,即理论模型可用于快速估算上升/下降沿能量差异导致的束流尺寸、底宽相对增长。

理论模型和模拟结果均表明,中心 38 ns 电子 (*n*=17)的Δσ<sub>*n*.MTF</sub>与Δσ<sub>*n*.FWHM</sub>增长量相等,对应的底宽特征与中心 束片一致。中心 38 ns 区域束流强度基本一致,均方根能散为 1.7%,则束流平顶区能散小于 1.7% 时,能散对底宽的 影响可以忽略,这需要通过后续的注入器及腔压波形优化来实现。同时注意到从 *n*=37 至 *n*=45 之间,Δσ<sub>*n*.FWHM</sub>变化 缓慢只增长约 1.7%,而Δσ<sub>*n*.MTF</sub>增长 8.5%,对束流底宽的增长贡献较大,该区间对应于上升/下降沿各 10 ns 的电子, 流强小,对最终 X 射线照射量贡献较低,在后续研究中可考虑使用快速踢束器踢除、利用偏转段的能量—位置差 异准直、或者利用不同能量束团的感应加速器振荡差异进行准直。

## 3 结 论

本文根据理论计算和数值模拟结果分析了一台直线感应加速器中上升/下降沿电子能量/流强差异对束流焦斑 尺寸、底宽的影响。理论模型忽略了空间电荷力,与模拟结果存在一定差异,但能有效的反应上升/下降沿(能量差 异较大)叠加导致的束流尺寸增长趋势,可以作为快速估算的手段。通过对模拟结果的分析,从提升注入器/腔压 稳定性和踢除上升/下降沿角度,提出了减小束流底宽的具体指标,为下一步实验设计提供了理论指导。而聚焦前 束片大小、位置、会聚角等不一致性对焦斑分布的影响与全束线磁场配置、准直误差等有关,需要从头至尾的 PIC 模拟来分析,将在后续工作中开展。

#### 参考文献:

- [1] 邓建军, 丁伯南, 王华岑, 等. "神龙一号"直线感应加速器物理设计[J]. 强激光与粒子束, 2003, 15(5): 502-504. (Deng Jianjun, Ding Bo'nan, Wang Huacen, et al. Physical design of the Dragon-I linear induction accelerator[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2003, 15(5): 502-504)
- [2] Klasky M L. Physics based radiography [R]. LA-CP-18-00890, 2018.

- [3] 石金水,邓建军,章林文,等. 神龙二号加速器及其关键技术[J]. 强激光与粒子束, 2016, 28: 010201. (Shi Jinshui, Deng Jianjun, Zhang Linwen, et al. Dragon-II accelerator and its key technology[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2016, 28: 010201)
- [4] Ekdahl C. Electron-beam dynamics for an advanced flash-radiography accelerator [J]. IEEE Transactions on Plasma Science, 2015, 43(12): 4123-4129.
- [5] 施将君. 高能闪光照相引论[M]. 绵阳: 中物院流体物理研究所科协, 1998. (Shi Jiangjun. Introduction of high-energy flash radiography[M]. Mianyang: Scientific Book Series of IFP, 1998)
- [6] Klasky M L. A correct flat field model for DARHT[R]. LA-UR-19-29164, 2019.
- [7] 王毅, 李勤, 刘云龙, 等. 用于直线感应加速器光源焦斑测量的双锥厚针孔结构设计[J]. 强激光与粒子束, 2019, 31: 065102. (Wang Yi, Li Qin, Liu Yunlong, et al. Structure design of thick pinhole with double cones for spot size measurement of the linear induction accelerator light source[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2019, 31: 065102.)
- [8] Wu Yuanhui, Chen Y J. ENSOLVE: A simulation code for FXR LIA downstream section[C]//Proceedings of the 9th International Particle Accelerator Conference. 2018: 2271-2273.
- [9] Ekdahl C. Characterizing flash-radiography source spots [J]. Journal of the Optical Society of America A, 2011, 28(12): 2501-2509.
- [10] 王毅, 李勤, 代志勇. 蒙特卡罗模拟分析电子束发射度对照射量空间分布影响[J]. 强激光与粒子束, 2017, 29: 065006. (Wang Yi, Li Qin, Dai Zhiyong. Analysis on influence of beam emittance on spatial distribution of exposure using Monte Carlo simulation[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2017, 29: 065006.)
- [11] Pöplau G, van Rienen U, Flöettmann K. 3D space charge calculations for bunches in the tracking code Astra[C]//Proceedings of EPAC. 2006: 2203-2205.
- [12] Zhu Jun. Design study for generating sub-femtosecond to femtosecond electron bunches for advanced accelerator development at SINBAD[D]. Hamburg: Universität Hamburg, 2017.