#### ·粒子束及加速器技术·



# 利用切伦科夫进行电子束发散角测量的模拟研究

江孝国<sup>1</sup>, 迟智军<sup>2</sup>, 廖树清<sup>1</sup>, 杜应超<sup>2</sup>, 杨国君<sup>1</sup>, 张小丁<sup>1</sup>, 李 洪<sup>1</sup>, 杨兴林<sup>1</sup>, 蒋 薇<sup>1</sup>, 魏 涛<sup>1</sup>, 王 远<sup>1</sup>

(1. 中国工程物理研究院 流体物理研究所, 四川 绵阳 621999; 2. 清华大学 工程物理系, 北京 100084)

摘 要:利用切伦科夫辐射方向性极好的特性进行电子束发散角的测量是一个比较有希望的方法,但转换靶材料对电子的库伦作用力等因素又使得电子束散角展宽,对发散角的测量产生影响。在将转换靶划分成 多重薄片并以串联的形式构建了靶模型,考虑了库仑力、多重散射、轫致辐射、电离等全物理过程作用效果的 情况下,利用蒙特卡罗模拟软件相关程序对电子在靶材料中的发散过程进行了仿真。基于电子束散角分布与 切伦科夫辐射光子分布相对应的原理,完成了对电子束发散角测量技术的模拟,获得了转换靶材料及其厚度、 电子束能散、测量系统光学带宽等对电子束发散角测量的影响规律,为测量系统的设计及数据反演处理工作提 供了指导性的建议。模拟结果显示,基于切伦科夫辐射进行电子束发散角测量的方法具有可行性,具有一定的 对电子束发散角分布进行测量的能力。

**关键词:** 切伦科夫辐射;电子束发散角;蒙特卡罗模拟;库仑力;多重散射 中图分类号: TL53 **文献标志码:** A **doi**: 10.11884/HPLPB202234.210426

# Simulation for measurement technique of electron beam divergence basing on Cherenkov radiation

Jiang Xiaoguo<sup>1</sup>, Chi Zhijun<sup>2</sup>, Liao Shuqing<sup>1</sup>, Du Yingchao<sup>2</sup>, Yang Guojun<sup>1</sup>, Zhang Xiaoding<sup>1</sup>, Li Hong<sup>1</sup>, Yang Xinglin<sup>1</sup>, Jiang Wei<sup>1</sup>, Wei Tao<sup>1</sup>, Wang Yuan<sup>1</sup> (1. Institute of Fluid Physics, CAEP, Mianyang 621999, China; 2. Department of Engineering Physics, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

**Abstract:** The direction of Cherenkov Radiation (CR) light is strictly defined by the direction along which the charged particle moves. This characteristic can be adopted to measure the electron beam divergence and it is a hopeful method. The Coulomb force on electron in the convertor expand the beam divergence and obviously reduce the measurement precision. A model of multi-slice in cascade connection is adopted to constitute convertor configuration. Taking into account the combined effect of Coulomb force, multiple scattering, bremsstrahlung and ionization, the deviation process of electron in the convertor material is then simulated by Monte-Carlo simulation. Measurement technique of electron beam divergence is further simulated basing on the principle of exact corresponding relationship between electron beam divergence distribution and CR photon distibution. Some effect on measurement are obtained for factors including convertor material, thickness, beam energy divergence and optical bandwidth of measurement system. The simulated results give many useful suggestions for the design of the measurement system and the image data processing. The simulation results obviously show the feasibility of electron beam divergence measurement basing on Cherenkov radiation and that its distribution can also be measured in a certain extent.

Key words: Cherenkov radiation, electron beam divergence, Monte-Carlo Simulation, Coulomb force, multiple -scattering

长期以来,带电粒子束参数的准确测量一直是加速器物理研究中的重要工作,其中的发射度是一个重要参数, 由于束斑测量相对容易,其测量重点主要归结为带电粒子束的发散角测量<sup>[1]</sup>,而要找到一种合适的发散角准确测

 <sup>\*</sup> 收稿日期:2021-10-11; 修订日期:2021-12-25
 基金项目:国家自然科学基金项目(11375162,10675104)
 联系方式:江孝国, J\_xg\_caep@sina.com。
 通信作者:廖树清, liaoshuqing@tsinghua.org.cn。

量方法是比较困难的,针对发散角的分布进行测量则更加困难。切伦科夫辐射是当介质中的带电粒子速度大于光 在该介质中的速度时产生的一种方向性极好的光辐射,其辐射方向严格地限制在一个极薄的锥面内,并与入射带 电粒子的方向一一相对应<sup>[3]</sup>;基于这种原理,可以进行带电粒子束发散角及其分布的测量<sup>[3]</sup>。

我们曾采用蒙特卡罗模拟程序中的切伦科夫光子辐射过程对电子束发散角测量技术进行模拟<sup>41</sup>。针对该模拟 工作,其中的切伦科夫光子辐射程序开发者 Peter Gumplinger 指出了该模拟模块主要是针对获取探测器产生的切 伦科夫光子通量的,不适合用于模拟切伦科夫辐射输出光子分布,尤其边界过程条件对结果影响较大,随着薄片厚 度的增加,输出光分布存在突变的情况;因此,导致了在上述模拟工作中存在的当初未能解释的输出分布变形的问 题<sup>[4]</sup>,并对数据处理产生不良影响。基于切伦科夫辐射光子方向严格与入射电子方向一一对应的关系,如果可以 获得入射电子及其因各种因素产生的次级电子在转换靶中的分布,那么,也可以推导出输出的切伦科夫辐射光子 分布;反之,也然。本文利用了蒙特卡罗中的粒子模拟程序对电子束入射靶材料并经各种作用效应后的分布进行 模拟,再利用切伦科夫光子与电子严格的对应关系,推导相应的切伦科夫光子输出分布图像,对切伦科夫辐射光子 分布进行测量、图像数据反演则可以获得电子束的散角及分布概况。

## 1 模拟工作的建模原理

将厚度为 H的转换靶均分为 N等份的薄片,如图 1所 示。电子束入射后,将在库仑力等的作用下发生散射而偏离 入射方向,并随转换靶的厚度增大而不断发散,入射电子束的 散角分布也将扩大。即使是无散角的理想电子束,如图 1中 的e<sub>0</sub>,在经过一定厚度的靶片后,也必然产生一个具有分布 S<sub>1</sub>( $\theta_e$ )的电子束,如图 1中的e<sub>1</sub>。该电子束e<sub>1</sub>再入射到第二薄片 内,对于电子束e<sub>1</sub>中每一个电子而言,相当于以其散角分布的 角度入射到第二薄片,将其按照在这个角度上的理想电子看 待,则其在第二薄片内又将产生一个叠加在电子束e<sub>1</sub>上的电子 束分布 S<sub>2</sub>( $\theta_e$ ),如图 1中的e<sub>2</sub>。在每一薄片内,在考虑了库仑 力、多重散射、轫致辐射、电离等作用效果的情况下模拟电子 在其中的发散状况,并将该薄片输出端面的电子分布参数作 为下一薄片的电子输入参数进行模拟。这样依次往后,可以 完成转换靶内每一个薄片的输入电子束及输出电子束分布的 模拟;基于切伦科夫辐射光子与入射电子的关系,将所有薄片



中电子分布对应的切伦科夫辐射光子分布进行积分就可以获得转换靶在入射电子束作用下产生的切伦科夫辐射 光子输出。对于转换靶内的切伦科夫辐射光子而言,由于其严格地与入射电子方向一一对应,在每一薄片内均 按照相应的电子束散角分布关系产生,这也意味着可以用切伦科夫辐射光子散角来表征电子束散角;将所有薄 片产生的切伦科夫辐射光子进行叠加,则可以获得整个转换靶产生的切伦科夫辐射光子输出分布,进而表征入 射电子束散角。

因此,理想电子束经过厚度为H的转换靶所产生的总切伦科夫辐射光子的散角分布(以电子散角表示)可以表示为

$$S(\theta_e) = \sum_{i=1}^{N} S_i(\theta_e) \tag{1}$$

这相当于获得了系统的脉冲响应函数*h*(*x*',*y*'),对于具有一定发散角分布*f*(*x*',*y*')的输入电子束而言,其经过转换靶后的分布输出g(*x*',*y*')可以表示为输入分布函数与系统脉冲响应函数的卷积

$$g(x',y') = f(x',y') \otimes h(x',y')$$
(2)

对于测量而言,理论上在获得测量结果g(x',y')后可由上式进行逆算而获得输入电子束的散角分布f(x',y'),这 是一个反卷积的处理过程。

在模拟中,鉴于二次电子产生等原因,电子在转换靶中的输运物理过程主要考虑了库仑力、多重散射、电离和 轫致辐射等过程,尽量将影响模拟结果的因素纳入模拟中以便获得能够反映实际的结果。

#### 2 模拟工作及典型结果

基于图 2 所示的测量系统原理,开展了如下几个方面的模拟工作。在图 2 中,为了便于观察及测量,电子束将 以切伦科夫角θ。人射到转换靶,而辐射的主体部分将垂直于或以较小的出射角度从转换靶表面射出,这样便于光 学测量系统进行成像。根据焦平面成像原理,落在 CCD上的探测像素(x,y)上的光子全部来自物空间方位为 (φ,θ)内的光子,这些光子方位完全一致但空间位置不同,CCD表面图像分布反映了出射光子的空间方位分布,如 前所述,也代表了入射电子的空间方向分布,由此可以完成电子束的发散角分布测量。



在模拟中,电子束的能量设为 18.5 MeV,电子束散角分布函数选择为高斯型分布,测量镜头焦距为 210 mm,测量物距为 500 mm, CCD 的阵列为 1024×1024,像元尺寸为 19.5 μm。SiO<sub>2</sub>转换靶按照 2 μm 的厚度划分成薄片进行模拟。对理想电子束经过不同厚度的 SiO<sub>2</sub>转换靶后的发散情况进行了模拟,图 3 显示了几个典型的模拟分布图像(CCD 表面)(图(a))、剖面线数据及其高斯拟合效果(图(b),水平轴上的数字为像素点),从左到右的转换靶薄片厚度分别为 2 μm, 10 μm, 50 μm, 0.1 mm, 0.2 mm, 0.3 mm,发散扩展状态比较符合认知,剖面分布图像已没有突变的凹状变形,明显地已消除了早期模拟工作中存在的数据失真问题<sup>[4]</sup>。这个模拟结果表明:随着 SiO<sub>2</sub> 厚度的增加,电子束穿过靶后的发散角展宽程度也随之加大;因此,如果入射电子束发散角较小的话,则较厚的转换靶对发散角的展宽会严重地影响测量结果。根据卷积处理效果,如果当电子束发散角大到与转换靶的展宽效应相当时,则反演的测量结果还是可以具有较高的可信度的,能够反映电子束散角的概况。





图 3 理想电子束经不同厚度 SiO<sub>2</sub> 后的发散图像

图 4 分别显示了不同厚度的 SiO<sub>2</sub> 薄片及 Mylar 薄膜对理想电子束的发散扩展效应,或者探测系统的冲击响应 性能(δθ<sub>c</sub>)rms,可用于反演电子束的发散角。



Fig. 4 Impulsion response function of SiO<sub>2</sub> slice and Mylar film with different thickness 图 4 不同厚度下 SiO<sub>2</sub> 及 Mylar 薄膜的冲击响应函数

由于切伦科夫辐射光子具有较宽的波长分布,转换靶折射率将是一个对测量影响较大、不可忽略的的因素, 对此进行了相关的模拟,其结果如图 5 所示。其中图 5(a)是一种 SiO<sub>2</sub> 的折射率随可见光波长变化的关系<sup>[5]</sup>,图 5(b) 则是以中心波长为 450 nm 的切伦科夫辐射光子散角为参考时反演的散角分布随波长变化的偏差,可以预见如果 采用一个宽带的光学测量系统,将不能获得较好的测量数据,且额外附加的散角变化是非线性的,使得散角反演复 杂化。该模拟结果说明:为了获得要求的测量精度,只需要采用一个足够窄的光波段来进行测量,而对中心波长的 位置选择没有特定要求,实际测量波段需要综合考虑切伦科夫辐射光子产额及测量系统灵敏度进行选择。因此在 测量光学系统中插入一个合适的窄带滤波器是非常必要的。



Fig. 5 Influence of index of SiO<sub>2</sub> detector on beam divergence
 图 5 转换靶折射率对散角分布测量的影响规律研究

除上述情况外,对电子束能散、电子束尺寸等的影响也进行了模拟研究,结果显示这些因素在实际的测量条 件下影响是较小的,可以忽略,故在此不进行详细阐述。

# 3 测量精度模拟及结果分析

从图 3、图 4 可以看到,理想电子束经过不同厚度、不同材质的转换靶后,其发散的扩展程度是不同的,但均可 以认为是在比较大的水平上。因此,针对不同散角分布的电子束进行测量时,采用的转换靶厚度产生的扩展效应 需要与电子束散角水平相当,以降低反演误差。在条件允许及可良好探测的情况下,原则上应该采用尽可能薄的 转换靶。

针对不同发散角水平的电子束, 开展了初步的测量精度模拟工作, 通过对切伦科夫辐射光子输出图像进行反 卷积后进行处理可以获得电子束发散角的结果。图 6(a)显示了发散角为 1, 5, 10, 15, 20, 50, 100 mrad 时的电子束 经过不同厚度的 SiO<sub>2</sub> 薄片后的发散角测量模拟结果, 由于电子束模型及抽样原理的选择<sup>[6]</sup>, 理论上使得 CR 辐射光 子分布的直接测量结果(δθ<sub>c</sub>)<sub>ms</sub>、薄片的冲击响应 σ<sub>o</sub>、电子束发散角的实际值 σ 之间存在如下的关系

$$\sigma = \sqrt{\left(\frac{\langle \delta\theta \rangle_{\rm rms}}{\sqrt{2}}\right)^2 - \sigma_{\rm o}^2} \tag{3}$$



 Fig. 6
 Measurement precision simulation for different beam divergence

 图 6
 不同发散角的测量精度模拟

图 6(a)也显示存在这种关系。反演后的模拟测量结果的相对误差如图 6(b)所示。明显地,电子束发散角越 小、SiO<sub>2</sub>薄片越厚,则测量相对误差越大;但当测量用薄片厚度大到一定程度后,相对误差相对较大,但变化变小; 当发散角大到一定程度时,使用任何厚度的薄片也可以获得足够精度的反演结果。对于 SiO<sub>2</sub> 而言,由于薄片厚度 不可能做得很小,对电子束的发散作用还是比较大的,用于测量较小发散角分布的电子束时误差较大,但用于测量 发散角较大的电子束还是可以的。针对相应发散角的电子束,如果能够选择合理的测量薄片厚度,存在将测量误 差控制在一个可以接受的范围内的可能性,因而具有一定的实用性。

明显地,测量薄片的厚度越薄,对电子束发散角的准确测量越有利,但也需要考虑到测量系统的灵敏度、薄片的制作难度等的限制。

## 4 讨 论

针对电子在材料中因库伦力作用而发散的情况(θ<sub>e</sub>)<sub>ms</sub>,已有一些经典表达式来描述,如文献[7],但大体上与转换靶的厚度、辐射长度及入射电子能量相关,如果进行一定的简化,这些描述归纳后大致可表示为

$$\langle \theta_{\rm e} \rangle_{\rm rms} \sim k \sqrt{\frac{h}{X_{\rm o}}}$$
 (4)

式中: h 为转换靶的厚度, X<sub>o</sub> 为辐射长度, k 为与材料组分、 电子能量等相关的等效系数。通过式(4)及采用本文考虑了 各种作用后的蒙特卡罗模拟方法对理想电子束进行发散的 一个模拟结果如图 7 所示。由于本文方法考虑了较多的对 电子作用的因素, 这些因素无疑均会增加电子的发散, 因此 导致电子更加发散一些, 如图 7 中考虑了全部物理过程的曲 线所示, 比式(4)模拟的曲线(图中 Formula Approximation)稍 微发散一点, 但整体上看两种方法获得的模拟结果的吻合程 度还是比较高的, 这说明本文的模拟工作具有一定的可信度 的; 而只考虑了多重散射的发散则小不少。



# 5 结 论

本文基于切伦科夫辐射原理,采用蒙特卡罗模拟程序对电子束发散角的测量技术进行了模拟,在模拟过程中, 考虑了库仑力、多重库仑散射、电离、轫致辐射等多种作用因素,因此,模拟结果更接近实际情况,并由此获得了 测量系统的脉冲响应函数。对早期模拟工作中的问题<sup>[4]</sup>进行了修正,能够合理地对模拟结果进行解释,并可以与 经典的理论相符合。针对一定发散水平的电子束,即使电子在转换靶中的发散较严重,但通过选择合适的转换靶 及利用测量系统脉冲响应函数进行发散角测量图像的反演,也可以在可接受的误差范围内获得入射电子束的发散 角分布概况,模拟工作对电子束发散角实际测量技术的研究、测量系统的设计构建及数据反演处理工作可以提供 有益的、具有建设性的指导性意见。

#### 参考文献:

- [1] Zhang Min. Emittance formula for slits and pepper-pot measurement[R]. FERMILAB-TM-1988, 1996.
- [2] 唐孝威. 瓦维洛夫-契连科夫辐射的应用问题[J]. 物理学报, 1961, 17(10): 482-494. (Tang Xiaowei. Applications of Vavilov-Cherenkov radiation[J]. Acta Physica Sinica, 1961, 17(10): 482-494)
- [3] Richardson R D, Platt R C, Crist C E. Beam emittance from coherent Cherenkov radiation in a solid dielectric [C]//Proceedings of International Conference on Particle Accelerators. 1993: 2456-2458.
- [4] 江孝国, 迟智军, 杜应超, 等. 电子束发散角的直接测量技术模拟研究[J]. 强激光与粒子束, 2016, 28: 075102. (Jiang Xiaoguo, Chi Zhijun, Du Yingchao, et al. Simulation study of electron beam divergence and its distribution measurement[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2016, 28: 075102)
- [5] 程健, 牛玉宝, 王景贺, 等. 熔石英材料特性分析及实验研究[J]. 光学技术, 2018, 44(6): 651-656. (Cheng Jian, Niu Yubao, Wang Jinghe, et al. Analysis and experimental research on fused silica material characteristics[J]. Optical Technique, 2018, 44(6): 651-656)
- [6] 施将君,李献文,刘军. 高斯分布及截断和抽样[J]. 强激光与粒子束, 1997, 9(3): 369-371. (Shi Jiangjun, Li Xianwen, Liujun. Cut method and sample procedure for gaussian beam[J]. High Power Laser and Particle Beams, 1997, 9(3): 369-371)
- [7] http://www.lns.cornell.edu/~dlr/cesrc/multiple\_scattering.pdf, 2002-02-18.