·强激光物理与技术·



刃型位错高斯光束的 Riemann-Silberstein 涡旋 通过双焦透镜的聚焦特性

闫红卫

(武警工程大学基础部,西安710086)

摘 要: 基于时间平均复标量场的零值点,推导出寄居于高斯光束中的刀型位错线形成的 Riemann-Silberstein (RS)涡旋通过双焦透镜传输时的复标量场。详细研究了刃型位错高斯光束形成的 RS 涡旋通过双焦透镜的聚焦特性,分析了传输距离和双焦透镜在x方向的焦距对 RS 涡旋的影响。研究发现 RS 涡旋通过双焦透镜后会出现 RS 涡旋的移动、新产生一对含有相反拓扑电荷的 RS 涡旋、两个含有相反拓扑电荷的 RS 涡旋逐渐靠近至湮灭,但是,在整个聚焦传输变化过程中,RS 涡旋的总拓扑电荷守恒。特别地,当 RS 涡旋通过理想透镜时,复标量场中始终只有4个位于x轴上的 RS 涡旋。随着传输距离增加,这4个 RS 涡旋先逐渐靠近原点(0,0),又逐渐远离原点(0,0),但每个 RS 涡旋的拓扑电荷一直保持不变,因此,总拓扑电荷守恒。

关键词: Riemann-Silberstein 涡旋; 双焦透镜; 传输距离; 拓扑电荷

中图分类号: O436 文献标志码: A doi: 10.11884/HPLPB202234.210317

Focusing characteristics of Riemann-Silberstein vortices of edge-dislocation Gaussian beam passing through a bifocal lens

Yan Hongwei

(Foundation Department, Engineering University of the Chinese People's Armed Police Force, Xi'an 710086, China)

Abstract: Based on the zeros of the time-averaged complex scalar field, the complex scalar field of Riemann-Silberstein (RS) vortices generated by the edge dislocation line embedded in the Gaussian beam propagating through the bifocal lens is derived. The focal characteristics of the RS vortices are studied in detail, and the influence of the propagation distance and the focal length of the bifocal lens on the RS vortices is nalyzed. It is found that the RS vortices will move after passing through the bifocal lens, a new pair of RS vortices with opposite topological charge will be generated, and two RS vortices with opposite topological charge will gradually approach each other to annihilation. However, during the entire focusing process, the total topological charge of the RS vortices on the *x*-axis in the complex scalar field. As the propagation distance increases, these four RS vortices gradually approach the origin (0, 0), and then gradually move away from the origin (0,0), but the topological charge of each RS vortex has remained unchanged, thus the total topological charge is conserved.

Key words: Riemann-Silberstein vortices, bifocal lens, propagation distance, topological charge

对奇点光学的研究不仅在理论上具有重要意义,在原子俘获、光纤通信等诸多方面也具有潜在应用^[1-2]。 Nye 和 Hajnal 发现三维空间单色电磁场中包含偏振奇点称为 C-线和 L-线^[3]。基于 Riemann-Silberstein(RS) 矢量 *F*, 这种几何结构可以用来定义相对论电磁场的奇点结构, I Bialynicki-Birula 指出电磁场的相位和与该相位相关的涡 旋线是根据 RS 矢量 *F* 的平方来定义的,且由于矢量 *F* 的平方是两个电磁不变量的总和,因此,与矢量 *F* 的平方相 关的奇点结构是相对论不变的^[4]。Kasier^[5] 发现如果光束具有确定的螺旋假设,则 RS 涡旋就变得稳定且和电场和 磁场的 C 线一致。基于时间平均的复标量场 $\Psi = 2\langle F \bullet F \rangle_{time}$ 的零值点^[6], Berry 定义了一般单色电磁场稳定的位相奇

^{*} 收稿日期:2021-07-25; 修订日期:2022-01-23 基金项目:武警工程大学基础研究基金重点项目(WJY202101) 通信作者: 闫红卫, 254862292@qq.com。

点。连校许和吕百达^[7] 基于 Berry 的工作基础,分别研究了含有拓扑电荷为+1和-1的共轴和离轴高斯涡旋单色电 磁场形成的不同拓扑电荷数的 RS 涡旋,推导出了自由空间传输中复标量场的解析公式,详细分析了 RS 涡旋的动态演化和光束参数对 RS 涡旋的影响。Chen 等人^[8] 研究了含有拓扑电荷为+1和-1的共轴和离轴高斯涡旋光束通 过像散透镜的 RS 涡旋传输,通过改变像散系数、离轴参数和传输距离,可以实现 RS 涡旋的运动、产生和湮灭,并 且在此过程中, RS 涡旋的总拓扑电荷保持不变。Nye 研究了由 4 个随机选择的平面椭圆偏振电磁波的干涉场形成的 RS 电磁涡旋的生命周期^[9]。基于对 RS 电磁涡旋偏振的扰动, Nye 发现当扰动增大时, RS 涡旋上的一个给定 点首先在轨道上画出一个椭圆轨道,然后在这个周期中两次有限的重新连接和断开处达到一个临界值^[10]。双焦透镜^[11] 是常用的一类光学元件,高斯光束通过双焦透镜后, x和 y方向束腰位置会产生分离量,且束腰比随透镜焦距 的变化而发生变化。目前,对涡旋光束的研究已经取得了一定的研究成果^[1244],但是还没有关于刀型位错高斯光 束形成的 RS 涡旋通过双焦透镜的聚焦传输特性研究,本文基于 Berry 和 Nye 的理论,详细研究了刃型位错高斯光 束的 RS 涡旋通过双焦透镜的聚焦传输特性研究,本文基于 Berry 和 Nye 的理论,详细研究了刃型位错高斯光 束的 RS 涡旋通过双焦透镜的聚焦传输特性,数值模拟计算分析了传输距离和双焦透镜焦距对 RS 涡旋的影响,另 外,当 RS 涡旋通过理想透镜时作为本文的特例,通过数值计算分析了传输距离对 RS 涡旋的影响。

1 理论分析

高斯光束通过双焦透镜后,光束参数虽然在 xy 平面不具有对称性,但是可以是可分离的,即双焦透镜具有像 散特性。从入射面(双焦透镜处 z=0)到出射面 z 处 x 方向和 y 方向的变换矩阵为^[11]

$$\begin{pmatrix} A_n & B_n \\ C_n & D_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{z}{f_n} & z \\ -\frac{1}{f_n} & 1 \end{pmatrix}$$
(1)

式中:n=x, y(下同), f_x 和 f_y 分别为双焦透镜在x和y方向的焦距; A_n, B_n, C_n, D_n 为变换矩阵元。

在 z=0 平面处有线偏振刃型位错高斯光束, 其电场表达式为 $E=E_x(x_0,y_0,0)i+E_y(x_0,y_0,0)j$, 其中 $E_x(x_0,y_0,0)$ 和 $E_y(x_0,y_0,0)$ 分别为^[15]

$$E_x(x_0, y_0, 0) = \exp\left(-\frac{x_0^2 + y_0^2}{w_0^2}\right) x_0$$

$$E_y(x_0, y_0, 0) = 0$$
(2)

式中:i,j为x,y方向的单位矢量;w0为高斯光束的束腰宽度。

根据广义惠更斯-菲涅耳衍射积分公式, z 平面处的电场可表示为[1]

$$\int_{-\infty}^{\infty} E_{x}(x,y,z) = \sqrt{\frac{1}{i\lambda B_{x}}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{x_{0}^{2}}{w_{0}^{2}}\right) x_{0} \exp\left[\frac{ik}{2B_{x}}\left(A_{x}x_{0}^{2} + D_{x}x^{2} - 2x_{0}x\right)\right] dx_{0} \times \sqrt{\frac{1}{i\lambda B_{y}}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{y_{0}^{2}}{w_{0}^{2}}\right) \exp\left[\frac{ik}{2B_{y}}\left(A_{y}y_{0}^{2} + D_{y}y^{2} - 2y_{0}y\right)\right] dy_{0}$$

$$(3)$$

式中: k 为波数, 与波长 λ 的关系为 k=2π/λ。公式(3)经过积分可得

$$E_x(x,y,z) = \sqrt{\frac{1}{i\lambda B_x}} \sqrt{\frac{1}{i\lambda B_y}} \frac{q_x}{p_x} \sqrt{\frac{\pi}{p_x}} \sqrt{\frac{\pi}{p_y}} \exp\left(\frac{ikD_x x^2}{2B_x} + \frac{ikD_y y^2}{2B_y} + \frac{q_x^2}{p_x} + \frac{q_y^2}{p_y}\right)$$
(4)

$$p_x = \frac{1}{w_0^2} - \frac{ikA_x}{2B_x}, \quad p_y = \frac{1}{w_0^2} - \frac{ikA_y}{2B_y}, \quad q_x = -\frac{ikx}{2B_x}, \quad q_y = -\frac{iky}{2B_y}$$
(5)

相对论电磁场的RS涡旋可以用RS矢量F来描述。根据实电磁场Ereal(r,t)和Breal(r,t),F可以表示为

$$F(\mathbf{r},t) = E_{real}(\mathbf{r},t) + icB_{real}(\mathbf{r},t)$$
(6)

式中: **r**={x, y, z}, c 是真空中的光速。对于一般的单色电磁场,由式(6)所定义的 RS 涡旋是不稳定的。Berry 用时间平均的复标量场〈**F**•**F**〉_{time}的零值点来定义一般单色场稳定的 RS 涡旋^[6]。其定义如下

$$\Psi(\mathbf{r}) = 2\langle \mathbf{F} \bullet \mathbf{F} \rangle_{\text{time}} = (\mathbf{E}^* + ic\mathbf{B}^*) \bullet (\mathbf{E} + ic\mathbf{B}) \tag{7}$$

式中:*表示取复共轭,在傍轴近似下, Y(r)可以表示为

$$\Psi(\mathbf{r}) = \frac{1}{2k^2} \left[\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} + 2i \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \right) (|E_x|^2 - |E_y|^2 - 2i \operatorname{Re} E_x^* E_y) \right]$$
(8)

把式(4)和式(5)代入式(8)可得 z 平面处复标量场

$$\Psi(\mathbf{r}) = \frac{\pi^2}{8\lambda^2 B_y B_x^{\ 3} |P_x|^3 |P_y|} \exp[C_x x^2 + C_y y^2] \times [4C_x^2 x^4 + 10C_x x^2 - 2C_y x^2 - 4C_y^2 x^2 y^2 + 2 + 2i(4C_x C_y x^3 y + 4C_y x y)]$$
(9)

$$C_x = \frac{-2k^2w_0^2}{4B_x^2 + k^2w_0^4A_x^2}, \quad C_y = \frac{-2k^2w_0^2}{4B_y^2 + k^2w_0^4A_y^2} \tag{10}$$

式(9),(10)表明, $\Psi(\mathbf{r})$ 与传输距离 z、双焦透镜在 x 和 y 方向的焦距 f_x 和 f_y 和光束的束腰宽度 w_0 有关。对于 一般单色电磁场的 RS 涡旋的位置可由^[6]

$$\operatorname{Re}[\Psi(\boldsymbol{r})] = 0 \tag{11}$$

$$\operatorname{Im}[\Psi(\mathbf{r})] = 0 \tag{12}$$

决定。式(11)中, Re和 Im 分别代表取 *Ψ*(**r**)的实部和虚部。把式(9)和式(10)代入式(11)和(12)可得 8 个实数 解为

$$\begin{cases} x_{1,2,3,4} = \pm \sqrt{\frac{C_y - 5C_x \pm \sqrt{17C_x^2 - 10C_xC_y + C_y^2}}{4C_x^2}} \\ y_{1,2,3,4} = 0 \end{cases}$$
(13)

$$\begin{cases} x_{5,6,7,8} = \pm \sqrt{-\frac{1}{C_x}} \\ y_{5,6,7,8} = \pm \sqrt{\frac{2C_x - C_y}{2C_y^2}} \end{cases}$$
(14)

式(13)和(14)中都有两个±, $x_{1,2,3,4}$ 的下脚标为1,2,3,4时对应两个±的取法依次是++, -+, ++, --;同理,式(14)中 $x_{5,6,7,8}$ 和 $y_{5,6,7,8}$ 的下脚标为5,6,7,8时对应两个±的取法依次是++, +-, -+, --。式(13)和(14)表明,寄居于高斯光 束中的刃型位错线形成复标量场 $\Psi(r)$ 的实部和虚部同时为0时,该复标量场有8个实数解,但是,这8个实数解并 不是始终同时存在的,要满足一定条件才能同时存在8个解,因此,有可能当第1、第2、第3、第4个解存在时,第 5、第6、第7、第8个解就不存在了;或者当第5、第6、第7、第8个解存在时,第1、第2、第3、第4个解就不存在 了。同时,由式(13)和(14)可以看出刃型位错高斯光束形成的复标量场 $\Psi(r)$ 的实部和虚部同时为0的8个实数解 与传输距离 z、双焦透镜在 x, y 方向的焦距 f_x, f_y 和光束的束腰宽度 w_0 有关。8个实数解中第1和2个解、第2和 4个解中 x 的值关于 x=0 两两相互对称, y 始终为0。后4个解中第5和6个、第7和8个解关于 y=0 两两相互对称, 而第5和第8、第6和7个解关于原点(0,0)两两相互对称。

特别地,当双焦透镜为理想透镜时,即双焦透镜在 x, y 方向的焦距相等, $f_x = f_y = f$, $C_x = C_y$,则把式(9)和式(10) 代入式(11)和(12)可得4个实数解为

$$\begin{cases} x_{1,2,3,4} = \pm \sqrt{\frac{1}{C_x} \left(-1 \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \right)} \\ y_{1,2,3,4} = 0 \end{cases}$$
(15)

其中,式(15)中有 2个±, $x_{1,2,3,4}$ 的下脚标为 1, 2, 3, 4 时对应 2个±的取法依次是++, -+, +-, --。式(15)表明, 寄居 于高斯光束中的刃型位错线形成复标量场 $\Psi(\mathbf{r})$ 的实部和虚部同时为 0 时, 该复标量场始终存在 4个实数解, 且这 4个实数解与传输距离 z、理想透镜的焦距f和光束的束腰宽度 w_0 有关, 4个实数解中 x 的值关于 x=0 两两相互对称, y 始终为 0。

2 传输距离对 RS 涡旋的影响

图 1 为刃型位错高斯光束形成的复标量场通过双焦透镜传输后 RS 涡旋的位置与传输距离 z 的关系,其中, 图 1(a)为 RS 涡旋的三维轨迹图,图 2(b)为 RS 涡旋的位置 x 与传输距离 z 的关系,图 2(c)为 RS 涡旋的位置 y 与传 输距离 z 的关系。图 2 为传输距离 z 分别取不同值时相应的等位相线图(线的间隔是 $\pi/4$),计算参数 $\lambda=632.8$ nm, $w_0=1$ nm, $f_x=140$ nm, $f_y=100$ m。

由图 1 可知, 刃型位错高斯光束形成的复标量场通过双焦透镜传输后, 随着传输距离增加会出现 RS 涡旋的移动、新产生一对含有相反拓扑电荷的 RS 涡旋、两个含有相反拓扑电荷的 RS 涡旋逐渐靠近至湮灭, 且 RS 涡旋的 位置会出现关于 *x*=0 或者 *y*=0 两两相互对称的现象。

当传输距离 z=50 mm 时, 如图 2(a) 所示, RS 涡旋 A 位于 (0.515 mm, 0), RS 涡旋 B 位于 (0.284 mm, 0), RS 涡旋 C 位于 (-0.284 mm, 0), RS 涡旋 D 位于 (-0.515 mm, 0), 且这四个 RS 涡旋的拓扑电荷都是+1, 因此总拓扑电荷



图 2 不同传输距离时 ¥(r)的等位相线图

为+4。当传输距离增加到 z=60 mm 时,如图 2(b)所示, RS 涡旋 A 移动到 (0.404 mm, 0.028 mm),且在 A 附近产生了 两个拓扑电荷分别为-1和+1的 RS 涡旋 E 和 F,分别位于 (0.396 mm, 0), (0.404 mm, -0.028 mm)。同样, RS 涡旋 D 移动到 (-0.404 mm, 0.028 mm),且在 D 附近产生了两个新的 RS 涡旋 G 和 H。拓扑电荷都为+1的两个 RS 涡旋 B 和 C 分别移动到 (0.292 mm, 0)和 (-0.292 mm, 0)。RS 涡旋 A 和 F、D 和 H 关于 y =0 轴对称; RS 涡旋 A 和 D, B 和 C, E和 G, F和 H 关于 x =0 轴对称; RS 涡旋 A 和 H, D 和 F 关于原点 (0,0)对称。继续增大传输距离到 z=110 mm 时,如图 2(c)所示, RS 涡旋 B 和 E 以及 C 和 G 随着传输距离增大靠近至湮灭,随着传输距离进一步增大,当 z=113 mm 时,如图 2(d)所示,在 RS 涡旋 A 附近又产生了两个新的 RS 涡旋 I 和 J,同时在 RS 涡旋 D 附近也产生了两个新的 RS 涡旋 K 和 L。继续增大传输 z=160 mm 时,如图 2(e)所示, RS 涡旋 I 和 F 以及 RS 涡旋 H 和 K 因湮灭而消失,而 RS 涡旋 A, D, J和 L 的拓扑电荷都是+1。

总之,随着传输距离变换,z 横平面上的 RS 涡旋会出现移动、新产生一对含有相反拓扑电荷的 RS 涡旋、两个含有相反拓扑电荷的 RS 涡旋逐渐靠近至湮灭,但其总拓扑电荷恒为+4,因此, RS 涡旋的总拓扑电荷守恒。

3 双焦透镜 x 方向的焦距 f_x 对 RS 涡旋的影响

图 3 为刃型位错高斯光束形成的复标量场通过双焦透镜传输后,双焦透镜 x 方向的焦距 f_x 取不同值时的等位相线图,计算参数 λ =632.8 nm, w_0 =1 mm, z=113 mm, f_y =100 m。





当双焦透镜 x 方向的焦距 f_x=100 mm 时, 如图 3(a) 所示, RS 涡旋 A 和 D 分别位于 (0.122 mm, 0) 和 (-0.122 mm, 0), 而 RS 涡旋 I 和 F 以及 H 和 K 因靠近而湮灭, 且 RS 涡旋 A 与 D, J 和 L 都关于 x =0 轴对称。当双焦透镜 x 方向的焦距减小到 f_x=95 mm 时, 如图 3(b) 所示, RS 涡旋 A 和 D 分别移动到 (0.135 mm, 0.014 mm) 和 (-0.135 mm, 0.014 mm), 同时增加了 RS 涡旋 N 和 M 以及 P 和 O。双焦透镜 x 方向的焦距减小到 f_x=90 mm 时, RS 涡旋 A 和 D 分别移动到 (0.181 mm, 0.045 mm) 和 (-0.181 mm, 0.045 mm), RS 涡旋 J 和 M 以及 O 和 L 因靠近而湮灭, 如图 3(c) 所示, RS 涡旋 A 与 D, N 和 P 都关于 x =0 轴对称, RS 涡旋 A 与 N, D 和 P 都关于 y =0 轴对称, m RS 涡旋 A 和 P, D 和 N 关于原点 (0, 0) 对称, 且这 4 个 RS 涡旋的拓扑电荷都是+1。

总之,随着双焦透镜 x 方向的焦距变化, z 横平面上的 RS 涡旋会出现移动、产生一对含有相反拓扑电荷的 RS 涡旋、含有相反拓扑电荷的两个 RS 涡旋因靠近而湮灭,但总拓扑电荷恒为+4,因此, RS 涡旋的总拓扑电荷守恒。

4 理想透镜对 RS 涡旋的影响

图 4 为刃型位错高斯光束形成的复标量场通过理想透镜传输后的等位相线图,计算参数 λ=632.8 nm, w₀= 1 nm, f_x=f_y=100 m。当传输距离 z=50 mm 时,如图 4(a)所示, RS 涡旋 A 移动移动到 (0.462 mm, 0), RS 涡旋 B 移动到 (0.191 mm, 0), RS 涡旋 C 和 D 分别移动到 (-0.191 mm, 0) 和 (-0.462 mm, 0), 且这 4 个 RS 涡旋的拓扑电荷不变, 因 此,总拓扑电荷仍为+4。随着传输距离增加, z=100 mm时,即传输到理想透镜的焦平面上,如图 4(b), 涡旋 A, B, C, D 分别移动到原点 (0,0) 附近,分别位于 (0.019 mm, 0), (0.008 mm, 0), (-0.008 mm, 0), (-0.019 mm, 0), 体现了理想透 镜的聚焦作用。当传输距离进一步增大到 z=150 mm时, 4 个 RS 涡旋 A, B, C, D 同样会发生移动,且拓扑电荷始终 都是+1,如图 4(c)所示。从图 4(a)~(c)可以看出随着传输距离增加, A, B, C, D 这 4 个 RS 涡旋都始终位于 x 轴 上,且随着传输距离增加,先逐渐靠近原点 (0,0),又逐渐远离原点 (0,0),但每个 RS 涡旋的拓扑电荷一直保持不



图 4 不同传输距离时 Ψ(r) 的等位相线图

变,这与式(15)所得结论一致。

5 结 论

本文根据时间平均复标量场 $\Psi = 2\langle F \bullet F \rangle_{time}$ 的零值点研究了寄居于高斯光束中的刃型位错线形成的 RS 涡旋通 过双焦透镜的聚焦特性。研究结果表明,当 RS 涡旋通过双焦透镜时,随着传输距离增加,在传输 z 横平面上会出 现 RS 涡旋的移动、新产生含有相反拓扑电荷的 RS 涡旋、两个含有相反拓扑电荷的 RS 涡旋逐渐靠近至湮灭。另 外,随着传输距离增加,在传输 z 横平面上 RS 涡旋的位置会出现两两相互对称的现象,有的关于 x =0 轴对称,有的 关于 y =0 轴对称,还有的关于原点(0,0)对称。所以,随着传输距离变化,RS 涡旋的总拓扑电荷守恒。当双焦透 镜 x 方向的焦距变化时,在每个 z 横平面上同样会出现 RS 涡旋的移动、新产生含有相反拓扑电荷的 RS 涡旋、两 个含有相反拓扑电荷的 RS 涡旋逐渐靠近至湮灭。另外,随着双焦透镜 x 方向的焦距变化,在 z 横平面上 RS 涡旋 的位置也会出现两两相互对称的现象。总之,在双焦透镜 x 方向的焦距变化过程中,其总拓扑电荷守恒。RS 涡旋 通过理想透镜的聚焦传输是本文的一个特例,随着传输距离变化,复标量场中始终只有四个 RS 涡旋,都位于 x 轴 上,且随着传输距离增加,这四个 RS 涡旋仅仅只是位置的移动,而其拓扑电荷的 RS 涡旋的成对产生和湮灭。本文所 得结果有利于对一般电磁波 RS 涡旋的动态演化进行深入研究。

参考文献:

- [1] Heckenberg N R, McDuff R, Smith C P, et al. Generation of optical phase singularities by computer-generated holograms [J]. Opt Lett, 1992, 17(3): 221-223.
- [2] Dennis M R, O'Holleran K, Padgett M J. Chapter 5 singular optics: optical vortices and polarization singularities [J]. Prog Opt, 2009, 53: 293-363.
- [3] Nye J F, Hajnal J V. The wave structure of monochromatic electromagnetic radiation [J]. Proc Roy Soc A, 1987, 409(1836): 21-36.
- [4] Bialynicki-Birula I, Bialynicka-Birula Z. Vortex lines of the electromagnetic field [J]. Phys Rev A, 2003, 67: 062114.
- [5] Kaiser G. Helicity, polarization and Riemann-Silberstein vortices [J]. J Opt A Pure Appl Opt, 2004, 6(5): S243-S245.
- [6] Berry M V. Riemann-Silberstein vortices for paraxial waves [J]. J Opt A Pure Appl Opt, 2004, 6(5): S175-S177.
- [7] Lian Xiaoxu, Deng Chunsheng, Lü Baida. Dynamic evolution of Riemann-Silberstein vortices for Gaussian vortex beams
 [J]. Opt Commun, 2012, 285(5): 497-502.
- [8] Chen Haitao, Gao Zenghui, Yang Huajun, et al. Propagation of Riemann-Silberstein vortices through an astigmatic lens[J]. J Opt Soc Am A, 2012, 29(11): 2406-2414.
- [9] Nye J F. The life-cycle of Riemann-Silberstein electromagnetic vortices [J]. J Opt, 2017, 19: 115002.
- [10] Nye J F. Perturbing the polarisation of Riemann-Silberstein electromagnetic vortices [J]. J Opt, 2019, 21: 015002
- [11] 吕百达. 激光光学[M]. 3版. 北京: 高等教育出版社, 2003: 119-122. (Lü Baida. Laser optics[M]. 3rd ed. Beijing: Higher Education Press, 2003: 119-122)
- [12] 陈顺意, 丁攀峰, 蒲继雄. 部分相干径向偏振光束传输中相干性研究[J]. 物理学报, 2015, 64: 134201. (Chen Shunyi, Ding Panfeng, Pu Jixiong. Research on the coherence of partially coherent radially polarized beam during propagation[J]. Acta Phys Sin, 2015, 64: 134201)
- [13] 王亚东, 甘雪涛, 俱沛, 等. 利用非传统螺旋相位调控高阶涡旋光束的拓扑结构[J]. 物理学报, 2015, 64: 034204. (Wang Yadong, Gan Xuetao, Ju Pei, et al. Control of topological structure in high-order optical vortices by use of noncanonical helical phase[J]. Acta Phys Sin, 2015, 64: 034204)
- [14] 龙凤琼,郑世杰,李玮,等. 线偏振相位涡旋光束的像散特性[J]. 强激光与粒子束, 2020, 32:081005. (Long Fengqiong, Zheng Shijie, Li Wei, et al. Astigmatic characteristics of linearly polarized phase vortex beam[J]. High Power Laser Part Beams, 2020, 32: 081005)
- [15] Molina-Terriza G, Recolons J, Torner L. The curious arithmetic of optical vortices [J]. Opt Lett, 2000, 25(16): 1135-1137.