



·粒子束及加速器技术·

20 cm 口径离子推力器力学特性模拟分析*

史 楷, 孙明明, 顾 左, 岳士超

(兰州空间技术物理研究所 真空低温技术与物理国家级重点实验室, 兰州 730030)

摘 要: 为了提升 20 cm 离子推力器的抗冲击性能, 对现有结构开展了力学分析和试验验证。对栅极组件进行结构等效处理后, 采用有限元方法分析了整机的模态和冲击响应谱。分析结果显示, 栅极组件结构等效前后的分析结果对比差距 8.3%~11.9%; 推力器的 3 个轴向基频分别为 246, 248, 336 Hz, 栅极组件和中间极靴是离子推力器的力学薄弱环节并对整体结构稳定性具有重要影响; 在冲击载荷 1600 g 下, 栅极组件表面应力主要集中在小孔区边缘处, 且形变也主要发生在小孔区; 在采取刚度为 1000 kN/m 的减振措施后, 栅极组件的整体形变位移降低了 60%~82%。试验结果显示, 在 10~1200 Hz 的低频扫描过程中, 推力器 3 个轴向的基频分别为 256, 258, 348 Hz, 与仿真结果基本一致, 采用减振措施后的 20 cm 口径离子推力器通过了 1600 g 的冲击试验。

关键词: 离子推力器; 力学特性; Von-Mises 应力; 形变位移

中图分类号: V439.4

文献标志码: A

doi: 10.11884/HPLPB202234.210419

Mechanical properties analysis of a 20 cm diameter ion thruster

Shi Kai, Sun Mingming, Gu Zuo, Yue Shichao

(National Key Laboratory of Vacuum and Cryogenic Technology on Physics, Lanzhou Institute of Physics, Lanzhou 730070, China)

Abstract: To improve the anti-mechanical performance of the 20 cm diameter ion thruster, the mechanical analysis and experimental verification of its existing structure were carried out. After the grids were handled equivalently, the modal analysis and impact response spectrum analysis of ion thruster were carried out based on finite element analysis. The modal analysis results were validated by the fundamental frequency sweep test. Finally, the impact response of the thruster after adopting the damping structure was simulated and verified by experiments. The obtained results indicate that after the grids assembly being handled equivalently, the analysis results' difference are about 8.3%—11.9%. The modal analysis result shows that the base frequencies of the thruster in the x , y and z directions are 246, 248 and 336 Hz respectively. The grids and middle magnet pole are the weak links in the mechanics of the ion thruster and affect the overall structural stability. The 1600g response spectrum analysis results indicate that 1600g, the surface stress of the grids concentrates on the rim of the aperture region, furthermore the deformation largely occurs in this region. When the vibration damping effect with the stiffness of 1000 kN/m is taken, the overall deformation of the grids is reduced by 60%—82%. Mechanical test results show that, during the low-frequency scanning process of 10—1200 Hz, the base frequencies of the thruster x , y and z directions are 256, 258 and 348 Hz respectively, basically consistent with the simulation results. Secondly, the 20 cm diameter ion thruster with damping measures passed the 1600 g impact test.

Key words: ion thruster, mechanical properties, Von-Mises stress, deformation

随着离子推力器在轨应用需求范围的不断拓展, 针对其在发射过程中受到各种剧烈外部力学条件下的结构稳定性研究, 各国重视并开展了相关抗冲击性能分析^[1-4]。离子推力器大部分部件属于薄壁异型结构, 如阳极筒、屏栅筒、栅极等部件。其中栅极组件是抗冲击性能最为薄弱部件, 同时也是推力器力学性能研究中的难点^[5-7]。例如我国自行研制的口径 20 cm 离子推力器栅极组件^[8], 表面带弧度且厚度仅约 0.5 mm, 而表面开孔率却达到了约 70%(约 7000 多孔), 在受到剧烈冲击的作用下, 存在破裂、变形等一系列结构失效的可能。因此开展口径 20 cm

* 收稿日期: 2021-09-26; 修订日期: 2022-01-10

基金项目: 国家自然科学基金青年科学基金项目(61901202); 甘肃省科技计划资助项目(18JR3RA412); “十三五”星箭可靠性增长项目(ZKCP0701)

联系方式: 史楷, 905152817@qq.com。

通信作者: 孙明明, smmhappy@163.com。

离子推力器力学性能分析并开展结构优化,是提高离子推力器在轨运行可靠性的重要环节。

2003年美国NASA格伦(Glenn)研究中心的Haag等为了验证口径30 cm NSTAR离子推力器新型热解石墨栅极的性能,进行了9.2g的随机振动(沿推力器轴向)和正弦响应试验,并且通过试验测得30 cm热解石墨栅极组件的固有频率为109 Hz^[9]。2004年美国Meckel等人对HiPEP离子推力器C-C栅极开展了结构分析^[10]。对于栅极组件(屏栅开孔率66%,加速栅开孔率24%)提出采用等效方法进行结构等效处理,将其等效为光滑平板且无孔结构和带有不同弧度且无孔的两种结构。并将栅极组件材料属性定为各向同性后,采用ABAQUS有限元软件进行了模态和随机振动分析。分析结果认为,将HiPEP离子推力器C-C栅极等效处理为带弧度无孔结构能更加真实地反映应力分布和形变位移,并且此时的栅极组件固有频率在50~80 Hz之间。

本文在对口径20 cm离子推力器栅极组件采用等效处理方法(不改变原有栅极弧度),并验证等效处理前、后的差距后,建立起口径20 cm离子推力器的整体有限元模型。采用ANSYS有限元软件分别进行模态分析和冲击响应分析以及模拟增加减振措施后的效果,并分别开展基频扫描和冲击试验来验证模拟结果,以期获得口径20 cm离子推力器的结构力学特性并对后续的推力器结构设计优化提供工程指引。

1 栅极组件等效处理

口径20 cm离子推力器的结构如图1所示。栅极组件作为其结构中最为复杂的部件,其结构特点主要是薄壁、带有拱高且多孔。例如栅极表面孔数超过7000,常用CAD软件无法建模,有限元软件更无法划分网格,因此如何能完成栅极组件的建模成为了推力器力学仿真分析的关键所在。本文采用等效处理来完成栅极组件的建模^[11-13]。

Meckel等人^[10]采用了密度和弹性模量等效的方式来完成HiPEP离子推力器栅极组件的建模等效处理。即将栅极组件原有材料密度 ρ_{pg} ,在考虑栅极组件的开孔率 R_A 后,采用等效密度 ρ_{eff} 来替换,其关系式为:

$$\rho_{eff} = (1 - R_A)\rho_{pg} \quad (1)$$

将材料的弹性模量也以开孔率进行等效处理。本文采用同样方法进行材料等效处理,等效后的20 cm离子推力器栅极组件Mo材料力学特性如表1所示。

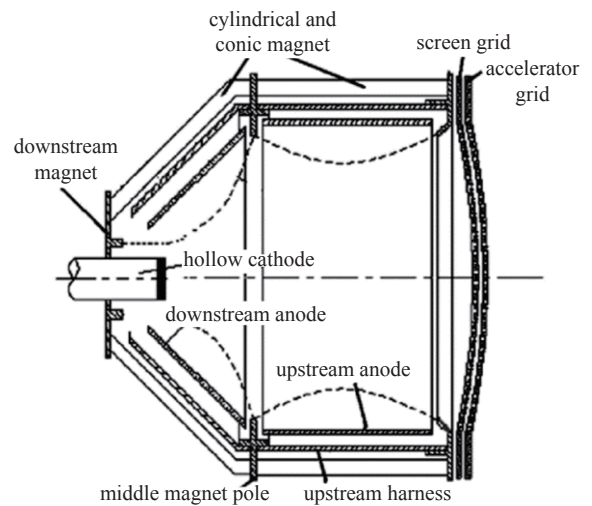


Fig. 1 Structure of 20 cm diameter ion thruster

图1 口径20 cm离子推力器结构示意图

表1 20 cm离子光学系统结构等效后的材料力学特性

Table 1 Effective property of the grids of 20 cm ion thruster

component	material	transparency	effective density/(kg·m ⁻³)	effective Young's modulus/GPa	Poisson ratio
the screen grid	Mo	0.69	2973	99.2	0.31
the accelerator grid	Mo	0.27	7001	233.6	0.31

从理论上分析,栅极组件等效处理之后可能导致计算结果的误差程度。根据动力学通用方程,在不考虑阻尼矩阵[C]的条件下,其方程为

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = \{F(t)\} \quad (2)$$

式中:[M]和[K]分别为质量和刚度矩阵,[M]与密度 ρ_{pg} 和V相关,[K]与杨氏模量E相关;u为形变位移; \ddot{u} 为节点加速度。

在进行模态分析时外部激励 $F(t) = 0$,并假设材料均为线性弹性材料,则[K]为定值。因此,模态分析固有频率只与结构整体质量相关^[14]。将栅极单个小孔进行等效处理,同时也对密度进行等效处理,体积也随开孔率 R_A (图1开孔率为 $R_A = \pi r^2/l^2$,其中r和l分别为单个小孔的半径和相邻孔圆心距)发生变化,根据式(1)计算得到等效前后的质量矩阵并未发生变化。因此,等效处理对真实栅极组件的模态分析结果不会造成较大影响。

进一步考虑外部载荷作用下,分析等效处理对栅极组件形变量u的影响。由式(2)可知,若栅极组件质量矩阵[M]越小,则形变量u与外加载荷F(t)呈近似线性关系。因此,针对栅极组件这一质量较轻的结构体来说,等效处理后计算得到的形变量u相对真实,栅极组件形变量误差不会很大。对于应力 σ 来说,由于其与形变量u呈一阶导数

关系(若仅考虑 x 方向,关系见式(3))。在栅极组件等效处理后,采用迭代法计算的精度要低于形变量 u ,计算误差也会较大。

$$\frac{\sigma_{xx}}{E} = \varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (3)$$

为了验证以上理论误差分析的正确性和采用有限元软件的求解误差。本文单独对加速栅进行有限元分析。在不改变栅极拱高的条件下(等效前后均为16 mm),模型1是将加速栅的7000多孔在开孔总面积不变的基础上简化为300个(Mo材料属性),模型2是将加速栅表面所有的孔进行均匀化处理(表1所示Mo材料等效后的属性),以验证等效处理后结果的对比误差。采用ANSYS有限元软件对两种不同模型进行对比验证,计算中应考虑有限元求解的精度问题(求解精度与单元划分方法、单元形状和单元尺寸有着极大的关系,且采用Lagrange单元进行插值),因此单元形状选择了六面体单元,主要由于六面体单元相比四面体单元在曲面结构的形变分析上精度更高。为确保两种模型分析结果的可比性,单元尺寸均设置为1 mm。

加速栅前6阶模态分析结果如表2所示。从表2对比来看,将多孔结构的20 cm推力器加速栅部件等效处理后,对模态分析的基频影响不大。

表2 不同加速栅有限元模型下的模态分析结果对比

Table 2 Comparison of modal analysis for different FEM models of the accelerator grid

structure	modal analysis results of the accelerator grid/Hz					
	1st step	2nd step	3rd step	4th step	5th step	6th step
with-aperture (reality)	51.815	207.55	251.89	303.24	427.88	474.92
without-aperture (effective)	47.193	194.05	237.34	293.65	405.02	453.04

验证栅极组件结构等效处理后对形变量和Von-Mises应力的影响。本文仅验证了冲击载荷作用下的加速栅形变位移和应力分布。即将等效处理前后的加速栅结构均在法线方向(图2中的 x 方向)施加频率为1 Hz、幅值为

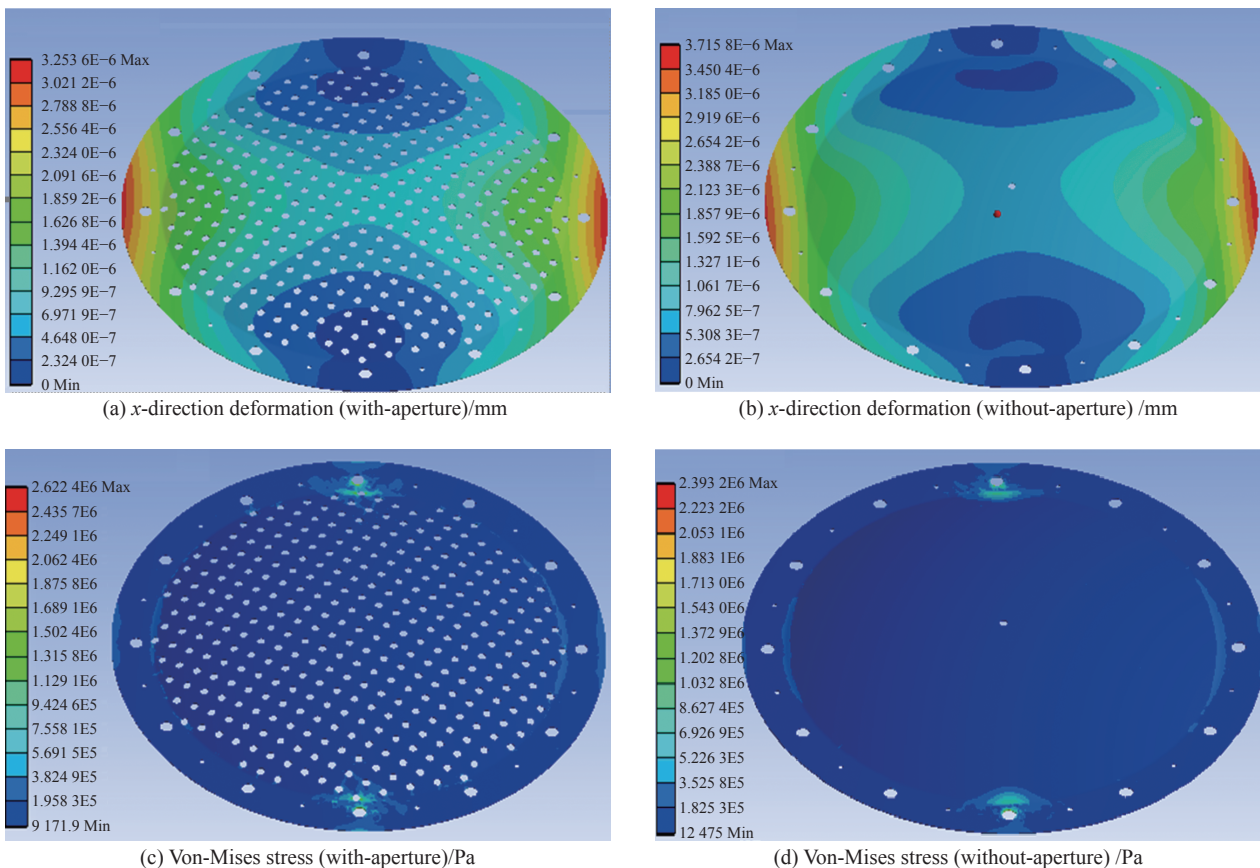


Fig. 2 x -direction deformation and Von-Mises stress of different accelerator grid structure

图2 加速栅不同结构下的 x 方向形变量和Von-Mises应力分布

5g 的冲击载荷,并且在两个模型的相同位置施加固定约束载荷,结果如图 2 所示。

从图 2 所示的两个模型对比结果来看,基本验证了理论对计算结果误差的预计,栅极组件的形变量和 Von-Mises 应力计算误差在 8.3%~11.9% 之间,属可接受的范围。根据文献 [10],以及理论误差分析和有限元模拟结果,认为在离子推力器力学分析过程中,可以将栅极组件在拱高不变的条件,进行结构等效处理。

2 推力器有限元模型

由于离子推力器结构的复杂性(CAD 模型包含标准件共约 1000 多个零件),因此需对推力器 CAD 三维模型进行结构简化处理。简化过程首先需考虑到标准件的简化,本文简化原则是在其总体数量不变的条件下,对螺钉、螺母、垫片以及支撑部位进行适当简化,并在简化完成后将其进行布尔(Boolean)操作。图 3 分别是对磁钢套筒和中间极靴-安装环之间固定螺钉的简化,其他部位标准件的简化过程基本参照这个原则。

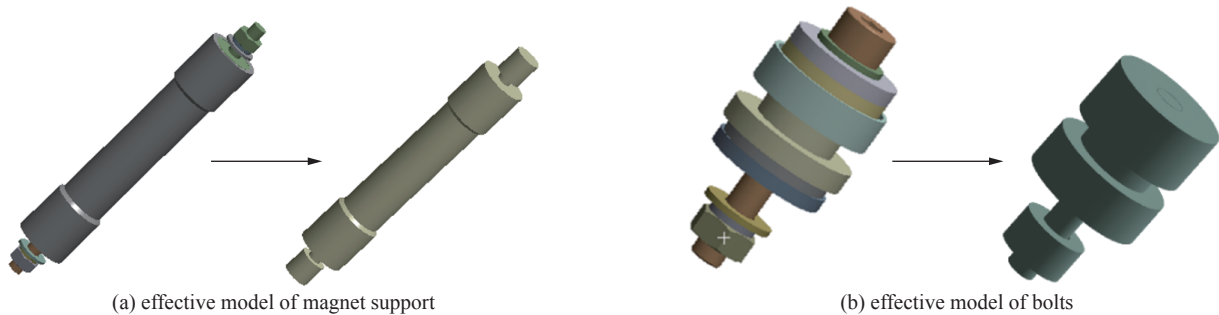


Fig. 3 Components simplification of 20 cm diameter thruster

图 3 20 cm 离子推力器部件简化处理

在完成标准件的简化后,需对推力器各部件表面进行修复以确保网格的顺利划分。修复部位主要包括表面的通孔、倒角、刻字(不影响分析结果,仅影响网格划分)等,并将某些部件进行联合以降低部件数量。对某些由于 CAD 建模过程中出现的较大缝隙,采用面操作进行拉伸或切割生成体后再进行布尔(Boolean)操作以填补缝隙,修复完成后的推力器部件减少至约 100 个。在模型简化完成后导入有限元软件中,对各部件赋值材料属性,如表 3 所示。本文将空心阴极材料统一设置为不锈钢,将磁钢结构的密度属性进行等效处理(内部磁钢为 SmCo,外部承重的磁钢套筒为 2A12),磁钢力学属性按照 2A12 设置。

表 3 20 cm 离子推力器不同部件的材料力学属性

Table 3 Different components material property of 20 cm ion thruster

components	material	density/(kg·m ⁻³)	Young's modulus/GPa	Poisson ratio	extension strength/MPa
mount ring	2A12	2700	72	0.31	265
up/down harness	2A12	2700	72	0.31	265
magnet (effective)	—	4105	72	0.31	265
up/down magnet pole	DT4	7830	81	0.29	170
hollow cathode	1Cr18Ni9Ti	7930	193	0.31	200
bolts	TC-4	4620	96	0.34	825

赋值材料属性完成后,需重点关注各部件接触设置,它会影响到计算结果的准确性。在有限元模型修复完成后,删除软件自动生成的所有接触面,手动添加接触关系。ANSYS 中提供了 6 种面接触设置,其中线性接触方式只有 Bonded 和 No separation 两种,其余非线性接触在模态分析中均会自动转化为线性接触^[14]。本文对于前外壳和安装环、后外壳与安装环采用 Bonded 接触,其余各部件均采用 No separation 接触。对于上、下屏栅筒和阳极筒,由于推力器的实际装配过程并没有对其进行任何约束,而是嵌套在 3 个极靴之间(近似认为属于强迫摩擦滑动接触),若直接采用线性接触处理会造成模态分析结果的严重不准确性。本文将上、下屏栅筒和阳极筒部件均以质量点(Point mass)代替。最终的推力器有限元模型共建立了 70 个接触面对。

对于网格划分,本文全部采用四面体和六面体实体单元进行划分,并针对不同部件分别采用不同的单元尺寸和网格划分方法。没有考虑壳单元的原因主要是由于推力器结构复杂,且大部分部件属于不同尺寸的薄壁异型结构,采用壳单元定义均匀厚度会造成结果的不准确。离子推力器有限元模型共划分实体单元约 21 万,如图 4 所示。

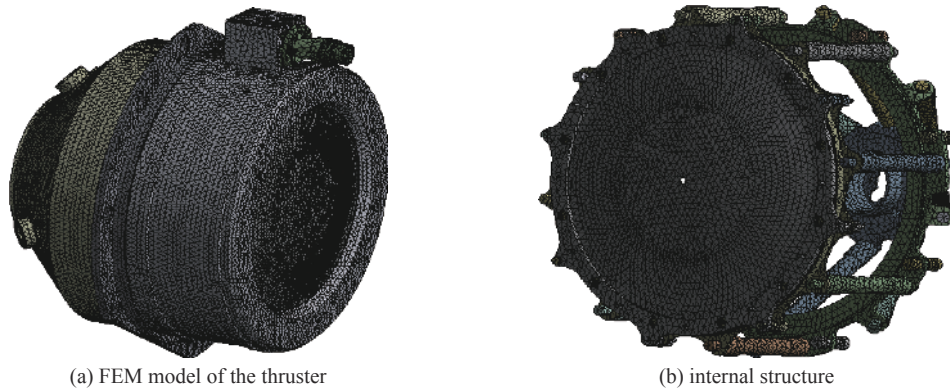


Fig. 4 Finite element analysis model of LIPS-200 ion thruster

图 4 20 cm 离子推力器的有限元模型

3 有限元模拟结果

3.1 预紧力分析

由于在推力器装配过程中,标准件都要受到预紧力作用,它对开展模态与冲击和谐响应分析均会造成影响^[15],因此首先需要进行推力器整体结构的预应力分析。本文在螺帽和螺母之间的螺杆面上添加预紧力作用,计算过程中会自动生成预紧力单元 PRETS179,以在螺杆模型联接处模拟一个预拉伸截面。螺栓预紧力 Q 与螺帽所受到扭矩 T 、螺杆直径 d 、螺纹升角以及摩擦系数等参数相关。对于标准螺钉,基本都能查询到不同直径和不同机械性能等级下对应的预紧力和扭矩参数。对于某些非标准螺钉,可以根据式(4)来计算普通螺纹钢制螺钉的预紧力^[16]。本文模型所用的螺钉主要是 M3 和 M4 标准钛螺钉,预紧力分别为 2205 和 2887 N。整个离子推力器结构的预应力和栅极组件的形变量分析结果如图 5 所示。

$$Q = T/0.2d \quad (4)$$

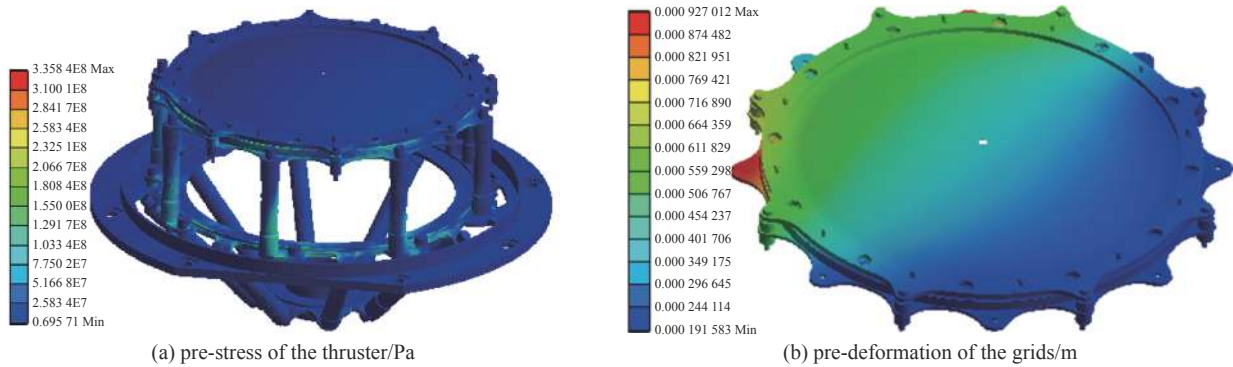


Fig. 5 Pre-stress and pre-deformation of 20 cm ion thruster

图 5 20 cm 离子推力器预应力和形变分析结果

3.2 模态与冲击响应分析

完成上述预应力分析后,即可开展离子推力器的模态分析,本文仅给出 20 cm 离子推力器前 6 阶模态分析结果和 3 个轴向的有效质量百分比,如表 4 所示。

表 4 推力器前 6 阶模态分析结果及不同方向的有效质量百分比

Table 4 Primary 6 step modal frequencies and effective mass percentage of thruster

modal	frequency/Hz	x-direction/%	y-direction/%	z-direction/%
1	246.066	35	1	1
2	248.167	1	37	0
3	338.722	4	0	50
4	404.484	0	17	0
5	411.324	15	0	3
6	605.016	0	0	1

由表4可知,前2阶固有频率和振型基本相同,且在安装环与中间极靴连接处发生共振,中间极靴发生一定形变位移,导致与其连接的上磁钢部位整体产生 x 方向位移,从而导致离子推力器栅极组件在 xy 水平面内发生晃动。由于中间极靴为质量集中部件,即上下磁钢、安装环等均依靠此部件进行联接和装配,因此中间极靴对整个推力器的结构稳定性起到了重要作用。

栅极组件是离子推力器整体结构中的抗力学薄弱环节,同时也是影响推力器工作性能的核心部件。从前期力学振动试验结果来看,由于栅极相邻两孔的边缘间距非常小(有限元分析中可以认为成筋),冲击载荷对栅极组件的影响较大,甚至可能造成栅极表面小孔区的破损,本文对离子推力器开展冲击响应分析。在推力器轴向(z 方向)施加冲击载荷1600g, z 方向应力和形变分析结果如图6所示。从图6结果趋势来看,栅极表面边缘处应力相对中心处较大,且形变也主要发生在此处。鉴于栅极孔边缘间距的微小尺寸更容易发生破裂,此分析趋势与试验现象一致。

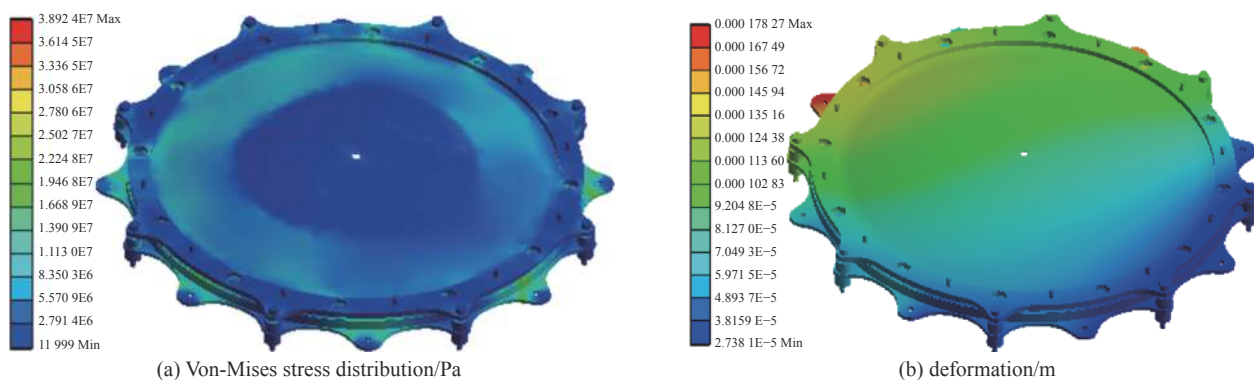


Fig. 6 z -direction Von-Mises stress and deformation of the grids under impact load

图6 冲击载荷下栅极组件 z 方向 Von-Mises 应力分布及形变量

3.3 减振优化后的冲击响应分析

根据冲击响应分析结果,采取减振措施来降低力学冲击载荷对栅极组件的影响。目前常见的金属减振装置以弹簧和减振垫(一般以金属丝致密缠绕制成)为主,ANSYS中提供了弹性支撑约束可以近似地模拟减振过程,本文在栅极组件与支撑板连接处增加弹性支撑约束以模拟减振优化的效果。弹性支撑约束需要设置单位面积上的刚度属性。对于弹簧结构,其刚度与外径、线径、圈数等参数相关,一般以试验测量外力载荷和位移比值为准^[17-18]。对于减振垫(假设为金属丝缠绕成的圆柱结构)刚度则较为复杂,一般难以确切给出。本文将弹性支撑刚度属性假设为1000 kN/m,并验证在同样的1600g冲击载荷条件下的应力和位移响应,分析结果如图7所示。

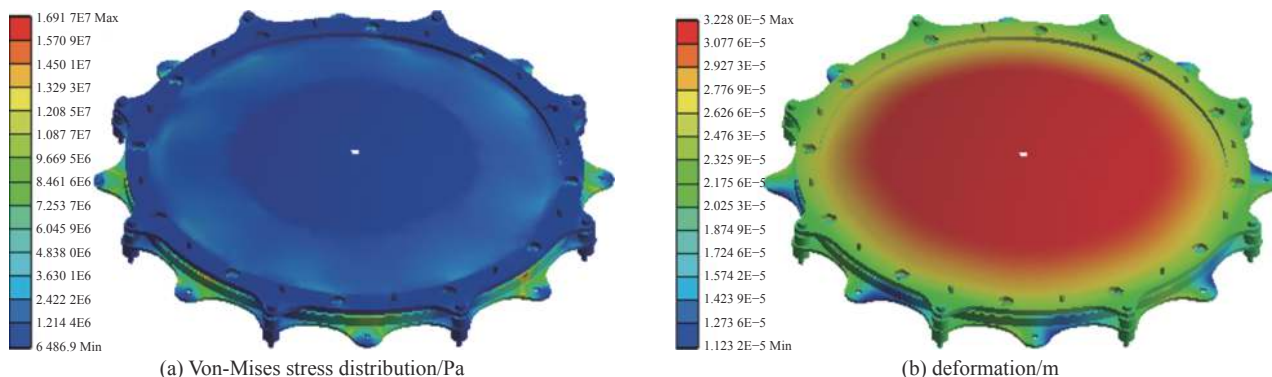


Fig. 7 z -direction Von-Mises stress and deformation of the grids by elastic support under impact load

图7 增加减振措施后的栅极 z 方向 Von-Mises 应力及形变的冲击响应分析结果

对比图6和图7可知,栅极组件的应力分布和形变位移得到了明显优化,整体形变位移降低了约53%~83%。在20 cm离子推力器的力学结构设计中,考虑在栅极组件与支撑板间增加减振垫以降低冲击载荷对离子推力器栅极组件的影响。

4 试验验证

为了验证本文的分析结果,对20 cm离子推力器进行了10~1200 Hz的低频扫描试验,试验结果显示推力器在

x 方向的基频为 256 Hz, 如图 8(a) 所示。 y 和 z 方向的基频分别为 258 和 348 Hz, 与表 4 模拟结果 246, 248 和 336 Hz 的对比误差分别为 3.87%, 3.88% 和 3.45%。验证结果证明, 本文建立的推力器模型具有较好精度, 误差主要来自结构简化过程中造成的质量损失和重心位置的偏移。

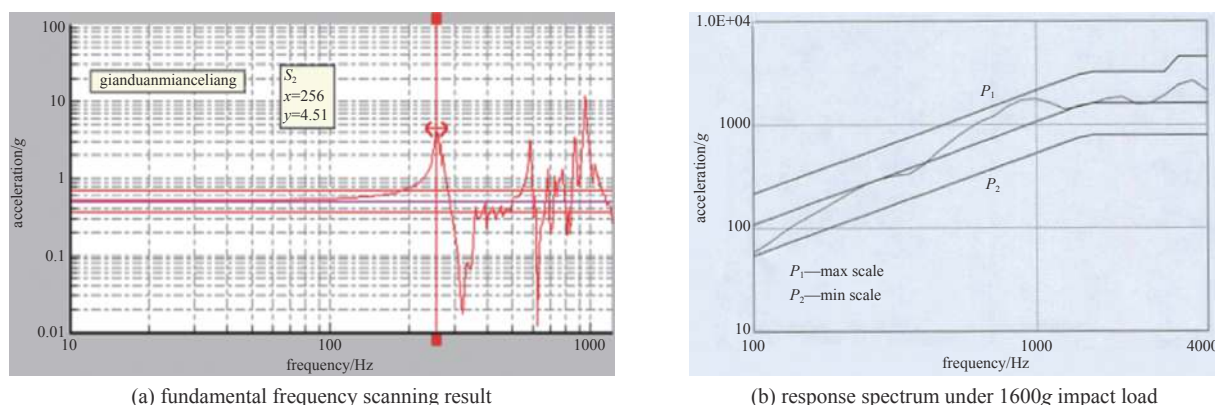


Fig. 8 x -direction fundamental frequency and response spectrum

图 8 x 方向基频扫描结果和 1600 g 冲击载荷试验结果

针对前期 20 cm 离子推力器在 1600g 冲击载荷试验过程中, 栅极边缘区域发生破损现象, 本团队对推力器安装环采用减振优化即增加减振垫, 刚度属性经测量在 1000~1200 kN/m 范围内。完成减振措施后, 在与前期试验相同的力学工装上, 完成冲击载荷试验, 结果如图 8(b) 所示。从图 8(b) 可以看出, 推力器施加的冲击载荷量级满足要求(载荷均在图 8(b) 所示的最大量级 P_1 和最小量级 P_2 内), 试验之后推力器螺丝无松动, 栅极无破损, 证明减振措施对推力器抗冲击性能具有良好效果, 也验证了图 7 给出的减振垫对降低冲击载荷效果的评价。

5 结 论

对栅极组件进行等效处理并验证误差, 分析了推力器的模态和冲击响应, 并验证了采取减振措施后的推力器抗冲击能力, 最后开展了试验验证。

(1) 离子推力器栅极组件可以采取等效方式处理, 以解决有限元分析过程中难以建模和划分网格的问题, 等效处理后分析结果的误差约 8.3%~11.9%。

(2) 考虑螺栓预应力, 模态分析结果显示中间极靴为质量集中部件, 即上下磁钢、安装环等均依靠此部件进行连接和装配, 中间极靴对整个推力器的结构稳定性起到重要作用。

(3) 在 1600 g 的冲击载荷作用下, 离子推力器栅极组件表面小孔区边缘处应力相对中心处较大, 且形变也主要发生在此处, 因此栅极小孔区边缘处更容易发生破裂。在采取刚度属性为 1000 kN/m 的减振措施后, 栅极组件的整体形变位移降低了约 60%~82%。

试验结果表明, 推力器 3 个轴向的基频分别为 256, 258 和 348 Hz, 与模拟结果的 246, 248 和 336 Hz 对比误差分别为 3.87%, 3.88% 和 3.45%; 增加减振措施后, 在 1600g 冲击试验之后推力器螺丝无松动, 栅极无破损, 证明减振措施对降低冲击影响具有明显效果; 对栅极均匀化处理后的推力器有限元分析模型, 可以较为准确地反映推力器力学特性。

参考文献:

- [1] 刘文一, 杨涓, 毛根旺, 等. 电子回旋共振推力器 C/C 复合材料栅极的力学性能[J]. 推进技术, 2007, 28(6): 692-696. (Liu Wenyi, Yang Juan, Mao Genwang, et al. Mechanical property evaluation of C/C composite material grids for electron cyclotron resonance thruster[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2007, 28(6): 692-696)
- [2] MacRae G S, Zavesky R J, Goode S T. Structural and thermal response of 30 cm diameter ion thruster optics[C]//Proceedings of the 25th Joint Propulsion Conference. AIAA, 1989.
- [3] Brophy J R, Mueller J, Brown D K. Carbon-carbon ion engine grids with non-circular apertures[C]//Proceedings of the 31st Joint Propulsion Conference and Exhibit. AIAA, 1995.
- [4] Haag T. Mechanical design of carbon ion optics[C]//Proceedings of the 41st AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit. AIAA, 2005.
- [5] Mueller J, Brophy J R, Brown D K. Endurance testing and fabrication of advanced 15-cm and 30-cm carbon-carbon composite grids[C]//Proceedings of the 31st Joint Propulsion Conference and Exhibit. AIAA, 1995.

- [6] Haag T, Soulas G. Performance of 8 cm pyrolytic-graphite ion thruster optics[C]//Proceedings of the 38th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit. AIAA, 2002.
- [7] Hayakawa Y, Kitamura S, Miyazaki K. Endurance test of C/C grids for 14-cm xenon ion thrusters[C]//Proceedings of the 38th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit. AIAA, 2002.
- [8] 郑茂繁. 离子发动机栅极组件的热应力分析[J]. *真空与低温*, 2006, 12(1): 33-36. (Zheng Maofan. Analysis of thermal stress of ion thruster's grid[J]. *Vacuum & Cryogenics*, 2006, 12(1): 33-36)
- [9] Haag T, Soulas G C. Performance and vibration of 30 cm pyrolytic ion thruster optics[C]//Proceedings of the 39th Joint Propulsion Conference and Exhibit. AIAA, 2003.
- [10] Meckel N, Polaha J. Structural analysis of pyrolytic graphite optics for the HiPEP ion thruster[C]//Proceedings of the 40th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit. AIAA, 2004.
- [11] Hassani B, Hinton E. A review of homogenization and topology optimization I—homogenization theory for media with periodic structure[J]. *Computers & Structures*, 1998, 69(6): 707-717.
- [12] Hassani B, Hinton E. A review of homogenization and topology optimization II—analytical and numerical solution of homogenization equations[J]. *Computers & Structures*, 1998, 69(6): 719-738.
- [13] Hassani B, Hinton E. A review of homogenization and topology optimization III—Topology optimization using optimality criteria[J]. *Computers & Structures*, 1998, 69(6): 739-756.
- [14] 浦广益. ANSYS Workbench基础教程与实例详解[M]. 3版. 北京: 中国水利水电出版社, 2013: 240-241. (Pu Guangyi. ANSYS Workbench basic tutorial and example explanation[M]. 3rd ed. Beijing: China Water Power Press, 2013: 240-241)
- [15] 李会勋, 胡迎春, 张建中. 利用ANSYS模拟螺栓预紧力的研究[J]. *山东科技大学学报(自然科学版)*, 2006, 25(1): 57-59. (Li Huixun, Hu Yingchun, Zhang Jianzhong. Study on simulating bolt pretension by using ANSYS[J]. *Journal of Shandong University of Science and Technology (Natural Science)*, 2006, 25(1): 57-59)
- [16] 祖炳烽, 付光琦, 徐玉梁, 等. 车用柴油机缸孔在缸盖螺栓预紧力下变形的数值模拟与试验研究[J]. *内燃机工程*, 2010, 31(2): 98-104. (Zu Bingfeng, Fu Guangqi, Xu Yuliang, et al. Numerical simulation and experimental investigation on cylinder bore deformation of automotive diesel engines under cylinder-head bolt pretightened[J]. *Chinese Internal Combustion Engine Engineering*, 2010, 31(2): 98-104)
- [17] 黄侨, 胡健琛, 黄志伟, 等. 考虑减振装置弹簧刚度的斜拉索等效索长及索力测量[J]. *东南大学学报(自然科学版)*, 2012, 42(4): 724-728. (Huang Qiao, Hu Jianchen, Huang Zhiwei, et al. Equivalent length of stayed-cable considering spring stiffness of damping device and measurement of cable-force[J]. *Journal of Southeast University (Natural Science Edition)*, 2012, 42(4): 724-728)
- [18] 苏荣华, 彭晨宇. 振动筛橡胶弹簧非线性刚度实验及仿真研究[J]. *应用基础与工程科学学报*, 2011, 19(6): 986-994. (Su Ronghua, Peng Chenyu. Experiment and simulation research on nonlinear stiffness of vibrating screen rubber spring[J]. *Journal of Basic Science and Engineering*, 2011, 19(6): 986-994)