



·高功率微波技术·

基于区间的传输线感应电压不确定性分析方法*

王旭桐, 周 辉, 程引会

(西北核技术研究所 强脉冲辐射环境模拟与效应国家重点实验室, 西安 710024)

摘 要: 为分析多导体传输线耦合情况下线缆结构参数的不确定性对终端电压的影响, 引入了一种基于区间分析的切比雪夫(Chebyshev)多项式逼近方法。该方法首先将传输线电报方程转换为常微分方程求解; 其次采用 Chebyshev 多项式求得电报方程的扩张函数, 进而获得终端电压的波动范围。相比于混沌多项式方法和蒙特卡罗(MC)法, 此方法只需要输入随机参数的波动范围。针对电磁脉冲辐照下高度和间距随机变动的多导体线束进行仿真, 仿真结果表明, 间距基本不影响终端电压, 终端电压对高度更为敏感。在计算结果基本一致的情况下, Chebyshev 多项式逼近方法的计算耗时远小于 MC 方法。

关键词: 区间分析; 多导体传输线; 不确定性; 蒙特卡罗法

中图分类号: TN811.2

文献标志码: A

doi: 10.11884/HPLPB202234.210392

Uncertainty analysis method of induced voltage of transmission line based on interval

Wang Xutong, Zhou Hui, Cheng Yinhui

(State Key Laboratory of Intense Pulsed Radiation Simulation and Effect, Northwest Institute of Nuclear Technology, Xi'an 710024, China)

Abstract: To analyze the effect of the uncertainty of cable structure parameters on terminal voltage under the coupling of multi-conductor transmission lines, a method of Chebyshev polynomial approximation based on interval analysis is introduced. Firstly, the telegraph equation of transmission line is transformed into an ordinary differential equation. Secondly, the extension function of the telegraph equation is obtained by Chebyshev polynomial, and then the fluctuation range of terminal voltage is obtained. Compared with the mixed polynomial method and MC (Monte Carlo) method, this method only needs to input the range of fluctuation of random parameters. The multi-conductor wire beam with random variation of height and spacing under electromagnetic pulse irradiation was simulated. The simulation results show that the distance has little effect on terminal voltage, and the terminal voltage is more sensitive to height. Under the condition that the calculated results are in agreement with each other, the computation time of Chebyshev polynomial approximation method is much less than that of MC method.

Key words: interval analysis, multiconductor transmission line, uncertainty, Monte Carlo method

随着通信技术的飞速发展, 作为信号载体的传输线在电磁防护的研究中扮演着越来越重要的角色。当电缆受到外界电磁波照射时, 电缆的表皮和芯线会产生感应电流, 它通过电缆传导至终端设备, 可能对设备造成干扰或毁伤^[1-4]。一般情况下, 采用传输线方程对传输线工作情况进行仿真预测。采用传输线方程进行预测分为两个步骤: 首先进行传输线分布参数的计算, 然后将分布参数代入方程, 选用各种数值方法如时域有限差分法(FDTD)^[5-8]、龙格-库塔(RK)等方法^[9-10]求解传输线方程。目前, 一般采用镜像法得到传输线的分布参数, 它是线缆结构参数线间距离和距地高度的函数^[11]。实际的电子设备中, 存在任意捆扎的多导体线束, 其结构参数的不确定性对线缆耦合响应分析造成了很大的影响, 有可能导致系统的电磁防护设计过防护或欠防护。传统的不确定性分析方法如混沌多项式法^[12]需要不确定参数的统计信息, 这些信息往往需要大量的试验, 难以获得。华中科技大学的吴景铤提出了一种基于区间分析的切比雪夫(Chebyshev)多项式逼近方法^[13], 用于解决动力学系统中的系统参数不确定性问

* 收稿日期: 2021-09-03; 修订日期: 2021-12-29

基金项目: 国家重点实验室专项基金项目(SKLPR1702)

联系方式: 王旭桐, wangxutong@nint.ac.cn.

题。本文将基于区间分析的 Chebyshev 多项式逼近方法引入至传输线方程, 通过基于区间的 Chebyshev 多项式逼近建立了传输线感应电压的扩张函数, 最后估计出感应电压的上下界。

1 Chebyshev 多项式逼近方法

根据 Weierstrass 定理, 对于任意给定的 $\varepsilon < 0$, 存在多项式 p , 使得 $\|p - f\|_\infty < \varepsilon$, 其中 f 为定义在 $[a, b]$ 上的实函数^[13]。因此, 可以通过多项式函数逼近得到复杂系统的输出, Chebyshev 多项式在区间范围内具备最佳平方逼近的性质。当不确定参数为一维时, 对函数 $f(a)$, 可以通过一维 k 阶 Chebyshev 多项式 $p_k(a)$ 逼近得到

$$f(a) \approx p_k(a) = \sum_{j=0}^k f(a_j) C_j(a) \quad (1)$$

式中: $f(a_j)$ 为多项式系数; $C_j(a)$ 为 Chebyshev 多项式基函数, 表达式为

$$C_j(a) = \cos(j\theta) \quad (2)$$

$$\theta = \arccos\left(\frac{2a - (a + \bar{a})}{\bar{a} - a}\right) \quad (3)$$

式中: a , \bar{a} 分别为区间量的下界和上界; a_j 为 Chebyshev 多项式插值点, 表达式为

$$a_j = \cos\theta_j, \quad \theta_j = \frac{(2j-1)\pi}{2(k+1)}, \quad j = 1, 2, \dots, k+1 \quad (4)$$

对系统中有多维不确定性参数的问题, 可直接采用 r 个一维 k 阶 Chebyshev 多项式的张量积构造 r 维 Chebyshev 多项式插值公式^[13-15], 其形式为

$$f(a) \approx \sum_{i_1=0}^k \dots \sum_{i_r=0}^k \left(\frac{1}{2}\right)^p f_{i_1, \dots, i_r} C_{i_1, \dots, i_r}(a) \quad (5)$$

式中: p 为 r 维的 Chebyshev 多项式基函数 $C_{i_1, \dots, i_r}(a)$ 下标中 0 的个数; f_{i_1, \dots, i_r} 为 Chebyshev 多项式系数, 表达式为

$$f_{i_1, \dots, i_r} \approx \left(\frac{2}{k+1}\right)^r \sum_{j_1=1}^{k+1} \dots \sum_{j_r=1}^{k+1} f(\cos\theta_{j_1}, \dots, \cos\theta_{j_r}) \cos(i_1\theta_{j_1}) \dots \cos(i_r\theta_{j_r}) \quad (6)$$

2 传输线方程求解和感应电压不确定性分析

由于 Chebyshev 多项式逼近方法是针对常微分方程所提出的, 所以需要将传输线方程转换为常微分方程。无源的传输线方程为

$$\begin{cases} -\frac{\partial V}{\partial z} = R_0 I(z, t) + L_0 \frac{\partial I}{\partial t} \\ -\frac{\partial I}{\partial z} = G_0 V(z, t) + C_0 \frac{\partial V}{\partial t} \end{cases} \quad (7)$$

式中: V 为线上电压; I 为线上电流; L_0, C_0, R_0, G_0 分别为单位长度线的电感、电容、电阻、电导。

采用欧拉公式离散后得到

$$\begin{cases} \frac{\partial V_{k+1}}{\partial t} \approx \frac{I_k - I_{k+1}}{\Delta z C_0} - \frac{G_0}{C_0} V_{k+1} \\ \frac{\partial I_k}{\partial t} \approx \frac{V_k - V_{k+1}}{\Delta z L_0} - \frac{R_0}{L_0} I_k \end{cases} \quad (8)$$

式中: V 和 I 为空间 z 和时间 t 的函数。固定 z , 则 $\frac{\partial f(z, t)}{\partial t} = \frac{df(z, t)}{dt}$, 可以得到线性常态状态方程组

$$\frac{dX}{dt} = \mathbf{F}X + f(t) \quad (9)$$

式中: $X = \begin{bmatrix} V \\ I \end{bmatrix}$, \mathbf{F} 为系数矩阵; $f(t)$ 为源项。选用四级四阶的 RK 方法对常微分方程进行求解^[8]。

将传输线方程转换为常微分方程之后, 就可以引入 Chebyshev 多项式逼近方法对方程中的不确定参数进行分析, 具体流程为:

- ①给出线缆结构参数的变化范围, 根据式(4)生成 Chebyshev 插值点;
- ②通过 RK 方法求解每一个插值点处的感应电压;
- ③根据式(6)计算 Chebyshev 多项式多项式系数;
- ④根据式(5)构造区间函数, 给出感应电压的上下界。

3 多导体模型仿真与分析

为了分析方便, 本文算例考虑图 1 所示的理想大地上平面波辐照的双导体传输线, 导体长度 $L = 2 \text{ m}$, 线径 $a = 187.5 \mu\text{s}$, 两根线两端均通过 500Ω 的负载接地, 线间距与距地高度随机变化, 入射波为双指数波 $E(t) = kE_0(e^{-\beta t} - e^{-\alpha t})$, $k = 1.3, E_0 = 50\,000, \beta = 4 \times 10^7, \alpha = 6 \times 10^8$ 。入射角 $\theta_p = 90^\circ, \varphi_p = -90^\circ$, 电场的极化角 $\theta_e = 90^\circ$ 。本文同时也给出了 MC 方法的计算结果, 以验证本文多项式方法的正确性, MC 方法中各种随机参数均假设为均匀分布, 采样次数取 1000, 满足结果的收敛性。

3.1 线间距 d 变化

图 2 展示了距地高度为 0.02 m , 线间距在 $0.02 \sim 0.03 \text{ m}$ 随机变化时远端感应电压的区间波动范围, 本文的区间分析方法和 MC 方法取得了较好的一致性, 响应峰值的上下界之差为 25 V 。

3.2 距地高度 h 变化

图 3 展示了线间距为 0.02 m , 距地高度在 $0.02 \sim 0.03 \text{ m}$ 随机变化时远端感应电压的区间波动范围, 本文的区间分析方法和 MC 方法取得了较好的一致性, 响应峰值的上下界之差为 616 V 。

3.3 线间距 d 和距地高度 h 同时变化

图 4 展示了线间距和距地高度同时在 $0.02 \sim 0.03 \text{ m}$ 随机变化时远端感应电压的区间波动范围, 本文的区间分析方法和 MC 方法取得了较好的一致性, 响应峰值的上下界之差为 647 V 。

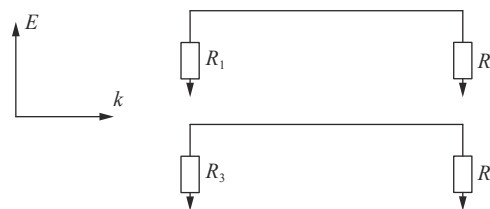


Fig. 1 Schematic diagram of a double conductor transmission line irradiated by an ideal surface plane wave
图 1 理想大地上平面波辐照的双导体传输线示意图

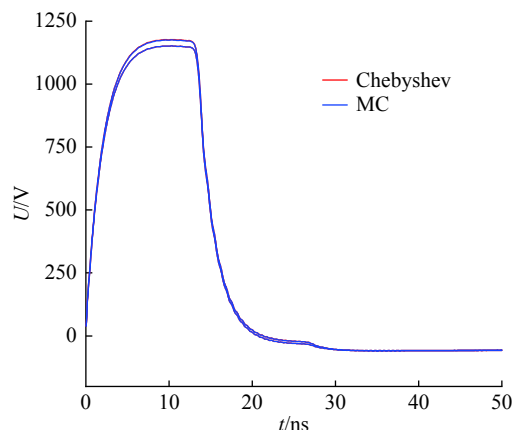


Fig. 2 Volatility interval of terminal voltage with random variation of line spacing
图 2 线间距随机变化时终端电压的波动区间

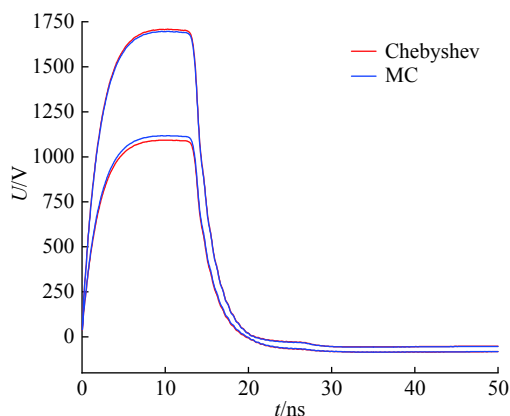


Fig. 3 Volatility interval of terminal voltage with random variation of height

图 3 距地高度随机变化时终端电压的波动区间

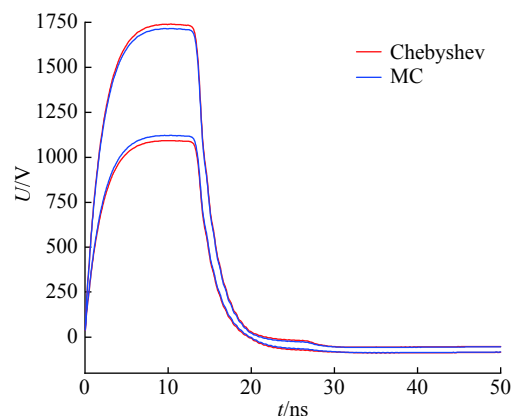


Fig. 4 Volatility interval of terminal voltage when line spacing and height from ground change at random

图 4 线间距和距地高度随机变化时终端电压的波动区间

将图 2 和图 3 进行对比, 波动范围相同时, 高度随机变化时终端感应电压峰值波动区间远大于线间距随机变化时的终端感应电压峰值波动区间, 证明理想大地上平面波辐照的双导体传输线的终端电压响应对于线缆高度参数的敏感性更高。

为了证明区间分析方法的高效性,表1给出了区间分析方法与MC方法的计算耗时,可以看出在保证结果一致性的情况下,区间分析方法的计算耗时远小于MC方法。

表1 MC方法与Chebyshev多项式逼近方法的计算耗时

item	calculation time/s		
	random d, h	random d	random h
MC	7492	7381	7430
Chebyshev	490	22	67

4 结 论

本文将区间分析方法引入到线缆结构随机情况下的传输线方程计算中,通过计算线缆结构参数在区间内随机波动时传输响应的区间范围,可以有效地分析线缆结构参数对传输响应的影响,可为系统电磁脉冲防护的设计起到指导作用。通过对多导体传输线随机响应区间的计算,结果表明,在随机参数波动范围相同时,线缆的终端响应对于高度参数更为敏感;本文方法在保证计算结果正确的同时,计算耗时远小于MC方法的。

参考文献:

- [1] 刘尚合, 刘卫东. 电磁兼容与电磁防护相关研究进展[J]. 高电压技术, 2014, 40(6): 1605-1613. (Liu Shanghe, Liu Weidong. Progress of relevant research on electromagnetic compatibility and electromagnetic protection[J]. High Voltage Engineering, 2014, 40(6): 1605-1613)
- [2] 谢彦召, 王赞基, 王群书, 等. 高空核爆电磁脉冲波形标准及特征分析[J]. 强激光与粒子束, 2003, 15(8): 781-787. (Xie Yanzhao, Wang Zanji, Wang Qunshu, et al. High altitude nuclear electromagnetic pulse waveform standards: a review[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2003, 15(8): 781-787)
- [3] 杨春山, 程柏林. 雷电电磁脉冲对电缆的耦合效应研究[J]. 空军雷达学院学报, 2005, 19(2): 1-5. (Yang Chunshan, Cheng Bolin. Study of coupling effects of lightning electromagnetic pulse on cable[J]. Journal of Air Force Radar Academy, 2005, 19(2): 1-5)
- [4] 孙丹峰, 季幼章. 雷电的危害及实例分析[J]. 电源世界, 2016(1): 52-57. (Sun Danfeng, Ji Youzhang. The harm and the example analysis of lightning[J]. The World of Power Supply, 2016(1): 52-57)
- [5] 齐磊. 多导体传输线的时域有限差分法研究[D]. 保定: 华北电力大学(河北), 2003: 18-22. (Qi Lei. Research of the multi-conductor transmission lines with the finite difference-time domain method[D]. Baoding: North China Electric Power University (Hebei), 2003: 18-22)
- [6] 齐磊, 卢铁兵, 张重远, 等. 考虑多层土壤时架空线的瞬态分析[J]. 中国电机工程学报, 2003, 23(5): 66-69. (Qi Lei, Lu Tiebing, Zhang Zhongyuan, et al. Transient analysis of overhead lines with multi-layer soil[J]. Proceedings of the CSEE, 2003, 23(5): 66-69)
- [7] 卢铁兵, 崔翔. 有损土壤上的多导体传输线的时域分析[J]. 电波科学学报, 2000, 15(3): 269-274. (Lu Tiebing, Cui Xiang. FDTD analysis of multi conductor transmission lines over lossy ground[J]. Chinese Journal of Radio Science, 2000, 15(3): 269-274)
- [8] 焦重庆, 汪贝, 李昱蓉, 等. 用于半波长输电线路的精细化传输线模型[J]. 高电压技术, 2018, 44(1): 3-13. (Jiao Chongqing, Wang Bei, Li Yurong, et al. Refined transmission line model for half-wavelength transmission lines[J]. High Voltage Engineering, 2018, 44(1): 3-13)
- [9] 张希. 有损均匀传输线数值解的研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2003: 42-59. (Zhang Xi. Research on lossy and uniform transmission line numerical solution[D]. Chongqing: Chongqing University, 2003: 42-59)
- [10] 王旭桐, 周辉, 马良, 等. 传输线方程的高精度龙格-库塔数值求解方法[J]. 强激光与粒子束, 2020, 32: 033202. (Wang Xutong, Zhou Hui, Ma Liang, et al. High-precision Runge-Kutta method for transmission line equation[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2020, 32: 033202)
- [11] 张瑛, Wang J M, 肖亮, 等. 工艺参数随机扰动下的传输线建模与分析新方法[J]. 电子学报, 2005, 33(11): 1959-1964. (Zhang Ying, Wang J M, Xiang Liang, et al. A new stochastic modeling and analysis method for transmission lines in the presence of random process variations[J]. Acta Electronica Sinica, 2005, 33(11): 1959-1964)
- [12] 程市, 黄斌科, 师振盛. 一种分析微带线随机参数敏感性的多项式混沌展开方法[J]. 西安交通大学学报, 2016, 50(12): 121-127. (Cheng Shi, Huang Binke, Shi Zhensheng. A polynomial chaos expansion method for sensitivity analysis of microstrip transmission lines with stochastic parameters[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2016, 50(12): 121-127)
- [13] 吴景铤. 基于Chebyshev多项式的动力学不确定性区间算法研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2013: 53-58. (Wu Jinglai. Dynamics uncertainty research based on interval arithmetic using Chebyshev polynomials[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2013: 53-58)
- [14] 魏莎. 含区间不确定性参数的风电齿轮传动系统动力学特性研究[D]. 北京: 清华大学, 2015: 52-60. (Wei Sha. Studies on dynamic characteristics of wind turbine geared transmission system with interval uncertain parameters[D]. Beijing: Tsinghua University, 2015: 52-60)
- [15] 魏莎, 韩勤锴, 褚磊磊. 考虑不确定参数的齿轮副非线性动态特性分析[J]. 振动与冲击, 2016, 35(10): 44-48, 59. (Wei Sha, Han Qinkai, Chu Fulei. Nonlinear dynamic analysis of gear-pair systems with uncertainties[J]. Journal of Vibration and Shock, 2016, 35(10): 44-48, 59)