



基于一维查找表的相移结构光实时相位计算*

应松霖¹, 胡丹², 刘凯¹

(1. 四川大学电气工程学院, 成都 610065; 2. 四川省产品质量监督检验检测院, 成都 610199)

摘要: 针对相移结构光中相位计算环节, 提出了一种基于一维查找表的相位实时解码算法。首先根据相位计算公式中的反正切函数性质, 得到四个象限之间的相位转化关系。基于得到的转换关系, 使用线性函数将第一象限中的所有坐标点映射至某个离散整数区间中, 结合该区间与线性函数提前建立相位的一维查找表。在相位计算过程中, 首先利用相关信息计算一维查找表的索引, 直接获取相位值, 然后利用线性插值法与相位转换关系调整该相位值, 得到最终的真实相位。通过实验验证了所提算法的有效性, 与使用传统相位计算方法相比, 本文提出的方法最快可提升 3.97 倍, 使用线性插值后, 相位精度可达 10^{-8} 。与传统的多项式逼近算法相比, 该算法速度提升了 1.29 倍; 与传统的一维查找表算法相比, 该算法速度提升了 1.22 倍。

关键词: 相移结构光; 相位计算; 反正切函数; 查找表; 实时计算

中图分类号: TN247

文献标志码: A doi: 10.11884/HPLPB202234.220159

Real time phase calculation of phase shifted structured light based on one-dimensional look-up table

Ying Songlin¹, Hu Dan², Liu Kai¹

(1. College of Electrical Engineering, Sichuan University, Chengdu 610065, China;

2. Chengdu Institute of Product Quality Inspection, Chengdu 610199, China)

Abstract: We propose a fast phase decoding algorithm based on a one-dimensional look-up table. Firstly, according to the property of the arctangent function in the phase calculation formula, the phase relationship between the four quadrants is obtained. A linear function is used to map the coordinate points in the first quadrant to a discrete integer interval, and a one-dimensional look-up table of phases is established in advance by combining the interval with the linear function. In the process of phase calculation, firstly, the index of the one-dimensional look-up table is calculated by using relevant information to directly obtain the phase value, and then the phase value is adjusted by the linear interpolation method and phase relationship to obtain the final real phase. Experiments have verified the effectiveness of the proposed algorithm. Compared with the traditional phase calculation method, the proposed method can improve the speed by 3.97 times, 1.29 times compared with the traditional polynomial approximation algorithm, and 1.20 times compared with the traditional one-dimensional look-up table algorithm.

Key words: phase shifted structured light, phase calculation, arctangent function, look-up table, real-time calculation

结构光(SLI)^[1]是一种被广泛应用到生物医学、工业制造和逆向工程等领域^[2-4]的非接触式三维重建技术。其中相移结构光(PSL)^[5-7]由于其测量速度快、精度高、易于实现等诸多优点,已经成为结构光非常活跃的一个分支。在实际的应用中,PSL的实时性是一个非常重要的问题,主要通过系统硬件、结构光编码策略、相位实时计算、点云实时计算等方面来满足。在系统硬件方面,Huang Peisen^[8-9]等提出了一种新型的高速相移结构光三维测量系统,在该系统中使用一个带有数字微镜器件的高速投影仪并搭配高速相机进行图案采集,但这些系统的硬件成本较高;在结构光编码原理方面,Huang Peisen^[10]与 Jia Peirong^[11]等分别提出了一种梯形波相移算法与三角波相

* 收稿日期:2022-05-16; 修订日期:2022-05-29

基金项目:四川省科技厅重点研发项目(2022YFG0233)、四川大学理科特色方向培育计划项目(2020SCUNL204)

联系方式:应松霖, yingsonlin@163.com;

刘凯, kailiu@scu.edu.cn。

通信作者:胡丹, demyd03@163.com。

移算法,基于这两种编码策略的相位计算过程避免反正切函数,直接使用强度比值计算相位,尽管也提出了多种相位补偿方案,但是这两种方法对设备的散焦效应非常敏感,精度较低;在点云实时计算方面,Liu Kai^[12]等提出了一种查找表算法,将点云的矩阵运算转换为算术运算,使得点云的重建效率大幅提升,但该方法无法从几何意义上进行解释。更进一步,Liu Kai^[13]等基于极线几何与透视映射关系提出了扩展极线几何的概念,进一步提升了点云计算环节的实时性。

在相位实时计算方面,最主要的耗时是相位计算公式中的反正切函数,加速反正切函数计算的方式可分为四种:(1)使用不同的结构光编码策略^[10-11]来避免反正切函数计算,但这类计算方法得到的相位结果精度较低;(2)用多项式函数逼近反正切函数^[14-15],使用该方法如果要达到较高的精度等级,多项式至少需要展开到5次项,这样会引入较多的算术运算;(3)采用定制硬件电路^[16-18]来计算反正切函数,通常这类定制硬件电路无法简单的集成在PSL系统中,会提高设备的硬件成本;(4)使用查找表(LUT),Liu Kai^[19]等利用PSL中灰度图案每个像素点均为0~255之间的整数的特点,建立二维查找表存储所有可能组合所对应的反正切值,但是该方法只针对3步相移、4步相移和6步相移有效。此外Ukil A^[20]等提出了一种基于步长而建立的一维查找表。上述四种方法中,为了通用性以及相位计算精度,在PSL中通常使用多项式逼近法和查找表来提升相位计算实时性。对于使用查找表的方法,文献[20]提出了一种基于步长的一维查找表,但并没有梳理出一维查找表建立的关键点,本文在梳理出两个方面的关键点之后,提出了一种基于线性函数的一维查找表,进一步提升了相位计算速度与相位计算精度。

1 PSL 基本原理

在PSL中,使用投影设备投影一组条纹图案,通过硬件电路同步控制摄像机捕捉被物体表面调制后的畸变条纹图案,最后使用算法与系统标定参数从一组畸变条纹图案得到物体的三维重建结果。这个过程中,摄像机捕捉到的畸变条纹图案可以被表示为

$$I_n^c(x,y) = A^c(x,y) + B^c(x,y) \cos \left[\phi(x,y) - \frac{2\pi n}{N} \right] \quad (1)$$

式中:(x,y)代表摄像机空间中的坐标; I_n^c 为摄像机获取到的光强值, n 为相移序号; N 为投影图案的总数量,即总的相移步数; A^c 为平均光强, B^c 为光强度调制, ϕ 为相位。 ϕ 包含了从摄像机视角观察到的相位在物体表面的分布情况,结合该相位信息以及系统标定参数即可得到物体表面的三维重建结果,使用公式(2)可计算得到该值:

$$\phi(x,y) = \arctan \left[\frac{\sum_{n=0}^{N-1} I_n^c(x,y) \sin \left(\frac{2\pi n}{N} \right)}{\sum_{n=0}^{N-1} I_n^c(x,y) \cos \left(\frac{2\pi n}{N} \right)} \right] \quad (2)$$

式中: A^c 作为平均光强,它包含了被捕获物体表面的纹理信息,使用公式(3)可得到该值

$$A^c(x,y) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} I_n^c(x,y) \quad (3)$$

式中: B^c 作为光强调制度。在将一系列的条纹图案投影出去后,在有效的目标区域处,亮度会存在动态变化,而这种动态变化的情况就会反应在 B^c 中,因此通常会使用该参数来滤除背景及噪声区域,使用公式(4)可得到该值

$$B^c(x,y) = \frac{2}{N} \sqrt{\left[\sum_{n=0}^{N-1} I_n^c(x,y) \sin \left(\frac{2\pi n}{N} \right) \right]^2 + \left[\sum_{n=0}^{N-1} I_n^c(x,y) \cos \left(\frac{2\pi n}{N} \right) \right]^2} \quad (4)$$

为了便于描述,若不做特殊说明,后续描述的过程中省略坐标。

相位计算即是使用公式(2)计算参数 ϕ ,这个过程又可以拆分为两步:第一步从一系列畸变条纹图案中获取公式(5)中的两个值;第二步将公式(5)中的两个值代入公式(2)中的反正切函数中计算相位。

$$\begin{cases} \varphi_n = \sum_{n=0}^{N-1} I_n^c \sin \left(\frac{2\pi n}{N} \right) \\ \varphi_d = \sum_{n=0}^{N-1} I_n^c \cos \left(\frac{2\pi n}{N} \right) \end{cases} \quad (5)$$

式中： φ_n 为用于反正切计算的分子， φ_d 为用于反正切计算的分母。

2 一维查找表建立原理

2.1 象限间相位关系

根据相位计算的几何意义，所产生的点均匀地散落在二维坐标轴的四个象限中，因此一维查找表的建立过程涉及将二维信息一一映射至一维。首先无法将四个象限统一考虑，即用统一的规则建立一个对于任何象限均适用的一维查找表，因为这样违背了一一映射的原则。一种解决办法是对每个象限分别考虑，分别建立一张一维查找表，但是第一象限与其它三个象限的相位之间存在着如下的转换关系

$$\phi(x,y) = \begin{cases} \varphi(x,y) & (x \geq 0, y \geq 0) \\ \pi - \varphi(-x,y) & (x < 0, y \geq 0) \\ \pi + \varphi(-x,-y) & (x < 0, y < 0) \\ 2\pi - \varphi(x,-y) & (x \geq 0, y < 0) \end{cases} \quad (6)$$

式中： x 对应相位计算公式中的分母， y 对应分子，同时也分别对应几何意义下的横纵坐标， ϕ 代表真实相位， φ 代表其在第一象限中的相位。因此，只考虑在第一象限中建立一维查找表，然后使用该转换关系得到真实相位，这样将问题具体化到了如何在第一象限中建立一维查找表。

2.2 一维查找表建立关键点

考虑在第一象限中构建一维查找表，一维查找表构建的关键点在于两个方面：第一方面是将二维压缩至一维的过程，是多对一映射，需要保证使用的一维信息能够唯一地表示一簇二维信息；第二方面一维查找表的下标是一个离散整数区间，基于不同的构建离散整数区间的方法，可以得到不同的一维查找表建立方法。针对第一方面，由于斜率相同的点所得到的相位均是相同的，因此可以将这些斜率相同的二维点全部映射至一维区间中的某个点上，通过这种方式保证了一维信息唯一地表示一簇二维信息。

在文献 [20] 中使用了如下规则建立一维查找表

$$\begin{aligned} L_{ut}(i) : & \arctan(0) \quad \arctan(r) \quad \arctan(2r) \quad \dots \quad \arctan(1) \\ i : & 0 \times \frac{1}{r} = 0 \quad r \times \frac{1}{r} = 1 \quad 2r \times \frac{1}{r} = 2 \quad \dots \quad 1 \end{aligned} \quad (7)$$

式中： i 代表查找表下标， L_{ut} 代表查找表， $L_{ut}(\cdot)$ 代表查找表中 \cdot 下标的相位值， r 为查找表步长，通常为 10^{-m} ， m 用于确定查找表大小。对应查表规则如下

$$\varphi = \begin{cases} L_{ut} \left[r \times \text{round} \left(\frac{\varphi_n}{\varphi_d} \right) \right] & (\varphi_n \leq \varphi_d) \\ \frac{\pi}{2} - L_{ut} \left[r \times \text{round} \left(\frac{\varphi_d}{\varphi_n} \right) \right] & (\varphi_n > \varphi_d) \end{cases} \quad (8)$$

在该方法中，通过设定步长 r 得到离散序列，然后对该离散序列放大 10^m 得到离散整数序列 $[0 \ 1 \ \dots \ 10^m]$ ，最后在计算的过程中将计算得到的斜率放大 10^m 即可得到整数索引下标，实现快速的反正切值计算。接下来使用另外一种方法建立一维查找表，基于所使用的方法，能够更进一步提升相位计算的速度和精度。

2.3 基于线性函数建立一维查找表

由于斜率相同的点均在同一条过原点的直线上，因此构造线性函数，使得该直线与映射函数产生交点，然后使用该交点表示这些斜率相同的二维点，由于这些交点也是一个具有两维信息的量，因此只取其中一维用于构建一维查找表即可。对于选择的线性函数，为了能够将第一象限中的所有点映射至坐标轴上，必须为单调递减函数。

如图 1 所示，线性函数 $y = ax + b$ ，如前所述其为单调递减函数 $a < 0$ ，与 y 轴交于 b ，与 x 轴交于 $-b/a$ 。同时存在特定点 $A(x_A, y_A)$ ，过原点 O 与 A 的直线可用如下公式表示

$$y = \frac{y_A}{x_A} x = k_A x \quad (9)$$

式中： k_A 为该点斜率，该线性函数与该直线的交点为 A' ，联立

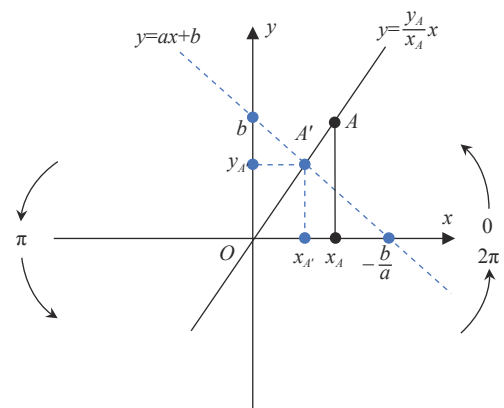


Fig. 1 The coordinates in the first quadrant space are mapped to the coordinate axis

图 1 第一象限空间中的坐标映射至坐标轴上

线性函数与直线方程得到交点 A' 坐标如下

$$A' = (x_{A'}, y_{A'}) = \left(\frac{b}{k_A - a}, \frac{k_A b}{k_A - a} \right) \quad (10)$$

式中: $x_{A'}$ 为交点 A' 横坐标, $y_{A'}$ 为交点 A' 纵坐标。接下来考虑构建一维查找表, 选取这些交点的 x 分量组成的离散整数区间 $[0 \ 1 \ 2 \ \dots \ -b/a]$, 此时构造的查找表如下

$$\begin{array}{ccccccc} L_{\text{ut}}[i] & \frac{\pi}{2} & \arctan\left(\frac{a+b}{1}\right) & \arctan\left(\frac{2a+b}{2}\right) & \dots & \arctan(0) & \\ i: & 0 & 1 & 2 & \dots & -\frac{b}{a} & \end{array} \quad (11)$$

对应查表规则如下

$$\varphi = L_{\text{ut}} \left[\text{round} \left(\frac{b\varphi_d}{\varphi_n + a\varphi_d} \right) \right] \quad (12)$$

为了能够有效地提升精度, 使用线性插值对从查找表中得到的结果进行校正。因此在使用查找表(8)与查找表(12)的过程中, 使用如下公式计算插值结果

$$\varphi' = L_{\text{ut}}[i] + [i_d - i](L_{\text{ut}}[i+1] - L_{\text{ut}}[i]) \quad (13)$$

其中

$$\begin{cases} i_d = \frac{b\varphi_d}{\varphi_n + a\varphi_d} \\ i = \text{round} \left(\frac{b\varphi_d}{\varphi_n + a\varphi_d} \right) \end{cases} \quad (14)$$

式中: φ' 代表插值相位, i_d 代表通过线性函数计算得到的下标。对于查找表(8)计算得到的相位使用相同的插值方式。

2.4 查找表计算复杂度对比

在后续相位计算过程中, 首先计算公式(5)中的两个值, 确定其所属象限; 然后对这两个值取绝对值并计算查找表的索引下标, 查找查找表获取相位值; 最后使用公式(6)进行偏移得到真实相位值, 实现相位实时计算。表1对比了本文提出的查找表(12)与查找表(8)、文献[14]中公式(19)计算相位的操作复杂度, 表中各数据代表了不同方法所包含对应算术操作的次数。为了达到相同的精度等级, 查找表(8)的 $r = 10^{-3}$, 查找表(12)的线性函数为 $y = -x + 10^3$, 同时对两种查找表计算得到的结果使用线性插值进行校正。

表 1 各算法计算复杂度
Table 1 Calculation complexity of each algorithm

method	compare	multiplication	division	addition/subtraction	round
Eq(19) in Ref [14]	3	7	1	5	0
$L_{\text{ut}}(8)$	3	2	2	5	1
$L_{\text{ut}}(12)$	2	2	1	5	1

从表1中可以发现, 相比于使用多项式逼近反正切函数, 两种查找表具有较低的计算复杂度。相比于查找表(8), 查找表(12)的计算复杂度进一步降低。

3 实 验

为了验证本文所提出一维查找表的正确性, 本文进行了多组对比实验, 主要从速度和精度两个方面进行对比。本次实验中的结构光扫描系统由一台 Casio XJ-M140 投影仪, 一个 AVT Prosilica GC650C 相机以及一台普通计算机组成, 其中投影仪的分辨率为 800×600 , 摄像机的分辨率为 640×480 , 扫描对象为一个标靶, 如图2所示。

首先讨论线性函数的参数对于查找表计算相位的精度和速度影响。参数 a 和参数 b 决定了线性函数的斜率以及与坐标轴的两个截距, 因此问题转变为根据不同斜率和不同截距建立的查找表对于相位精度和运算速度的影响。首先根据不同斜率建立查找表, 通过调整 a 来调整线性函数斜率, 为了保证截距不变, 同时调整 b 。使用不同斜率建立的查找表计算相位的精度结果如图3(a)所示; 接着根据不同截距建立查找表, 固定斜率后通过调整 b 来改

变线性函数的截距。使用不同截距建立的查找表计算相位的精度结果如图3(b)所示。从图3(a)中可以看出,当斜率为-1时,相位精度最高,因为此时相位区间 $[0, \pi/4]$ 与 $[\pi/4, \pi/2]$ 使用了相同数量的查找表元素进行表示;从图3(b)中可以看出,截距越大相位误差越小,因为截距决定了查找表大小,查找表越大相位误差越小。为了控制查找表的空间复杂度并得到较高的相位精度, b 通常选择为 2×10^3 的倍数。相较于最小的二维查找表,其大小为 256×256 ,本文查找表的空间复杂度少1个数量级;相较于查找表(8),本文查找表与其数量级相同,同时可以通过控制参数 b 的大小来调整相位精度,而查找表(8)的大小只能为 10^m 。最后,相位计算速度主要由查表规则(12)的计算复杂度决定,而该查找表规则主要由选取的函数类型决定,所以计算速度主要由函数类型决定。前述表明计算精度主要由函数参数决定,因此计算速度和精度之间的耦合性主要在于函数类型决定了函数参数的数量。本文选取的函数类型固定为线性函数,因此后续实验中影响计算速度的因素不随其他条件变化而变化。另外选择线性函数的原因之一是因为使用其他非线性函数,通常会增加查表规则的复杂性,从而降低计算效率。

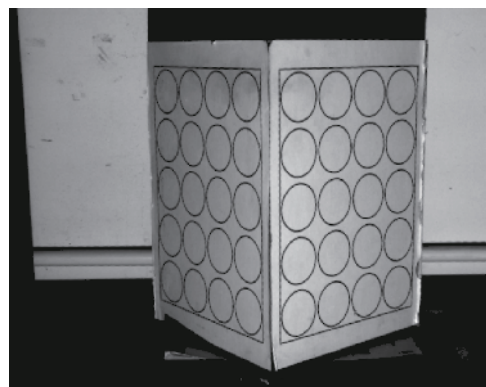


Fig. 2 Target of scanning object
图2 扫描对象标靶

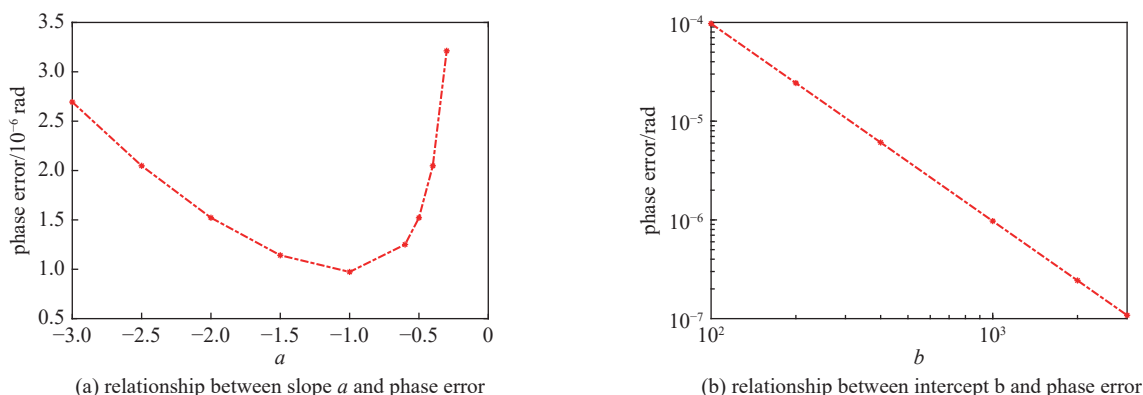


Fig. 3 Influence of parameter a and parameter b on phase accuracy
图3 参数 a 与参数 b 的变化对相位精度的影响

第一个实验验证本文一维查找表对于相位计算环节的速度提升倍数。在 Matlab 中使用查找表构建规则(7)和(11),将两个一维查找表分别计算出来并保存至本地。编写 C++相位计算程序,分别使用传统公式(2),文献[14]中公式(19)、查找表(8)、查找表(12)四种方式进行相位计算,并对两种查找表计算得到的结果使用线性插值校正,使用单线程分别运行 2000 次。数据包括 3 步相移、5 步相移和 16 步相移,投影条纹图案频率均为 1,共三种扫描方案扫描标靶。其中 3 步相移用于验证四种方法的最快速度,5 步相移用于验证本文方法相对于二维查找表方法,能够打破相移步数的限制,同时也用于验证四种方法随着相移步数的增加,速度均会下降,16 步相移用于验证当相移步数增加至一定数量时,各种方法加速相位计算的能力消失。定义一次相位计算时间的倒数为帧率(fps),帧率越大,则相位计算速度越快,帧率越小,则相位计算速度越低,它们的运算速度如表2所示。

从表2可以发现,使用本文的一维查找表能够有效提升相位计算实时性。从纵向来看,3步相移结果表明本文所提查找表方法最快能够提升 3.97 倍;5步相移结果表明本文所提查找表方法打破了二维查找表对于相移步数的限制;从3步相移到5步相移,表明了随着数据规模的增加,相位计算环节的速度逐渐降低;16步相移结果表明,当数据规模增加到一定程度时,各种方法加速相位计算的能力消失。增加扫描方案中的相移步数,代表用于计算相位的条纹图案数量增加,即需要使用更多的条纹图案计算公式(5),因此在相位计算的总耗时中,计算公式(5)的时间渐渐占据主导地位,而利用公式(5)计算相位值或查找相位值的时间占比逐渐降低。从横向来看,基于查找表(12)的相位计算速度是基于查找表(8)的相位计算速度的 1.22 倍,通过表1可以发现两者的操作复杂度存在差异,线性函数减少了一次比较运算以及一次除法运算;基于查找表(12)的相位计算速度是文献[14]中公式(16)的 1.29 倍,由于不需要高次多项式逼近以及分块讨论,降低了计算复杂度,因此速度更快;基于查找表(12)的相位计

表 2 各算法相位计算速度对比
Table 2 Comparison of phase calculation speed of each algorithm

step		Eq(2)	Eq(16) in Ref [14]	$L_{ut}(8)$	$L_{ut}(12)$
N=3	speed	189.92 fps	585.80 fps	619.84 fps	754.83 fps
	improvement	—	3.08×	3.26×	3.97×
N=5	speed	166.13 fps	462.63 fps	493.83 fps	588.49 fps
	improvement	—	2.78×	2.97×	3.54×
N=16	speed	50.06 fps	54.08 fps	57.32 fps	59.02 fps
	improvement	—	1.08×	1.15×	1.18×

算速度是传统相位计算公式的 3.97 倍。

第二个实验验证本文一维查找表对于反正切函数的速度提升倍数, 分别比较传统反正切函数、多项式函数逼近^[14-15]、查找表(8)、查找表(12)计算反正切值的耗时, 结果如表 3 所示。根据表 3 可知, 传统的反正切函数耗时较长, 约 17.08 ns。本文提出的一维查找表计算反正切函数约 2.31 ns, 提升了 7.39 倍, 这进一步验证了第一个实验中对于各方法速度提升的分析。

表 3 各算法计算反正切值时间
Table 3 Calculation time of arctangent value by each algorithm

method	Eq(2)	Eq(19) in Ref [14]	$L_{ut}(8)$	$L_{ut}(12)$
time	17.08 ns	3.20 ns	2.75 ns	2.31 ns
improvement	—	5.34×	6.21×	7.39×

第三个实验验证本文一维查找表计算结果的精度。基于频率为 1、相移为 5 的扫描策略, 使用本文提出的方法计算相位, 同时将原始公式(2)计算得到的相位结果作为真值, 3 种相位计算方式计算得到的相位误差如图 4 所示。结合系统标定参数, 分别使用传统相位计算公式得到的相位与本文查找表计算得到的相位对标靶进行三维重建, 其正视图和侧视图如图 5 所示。

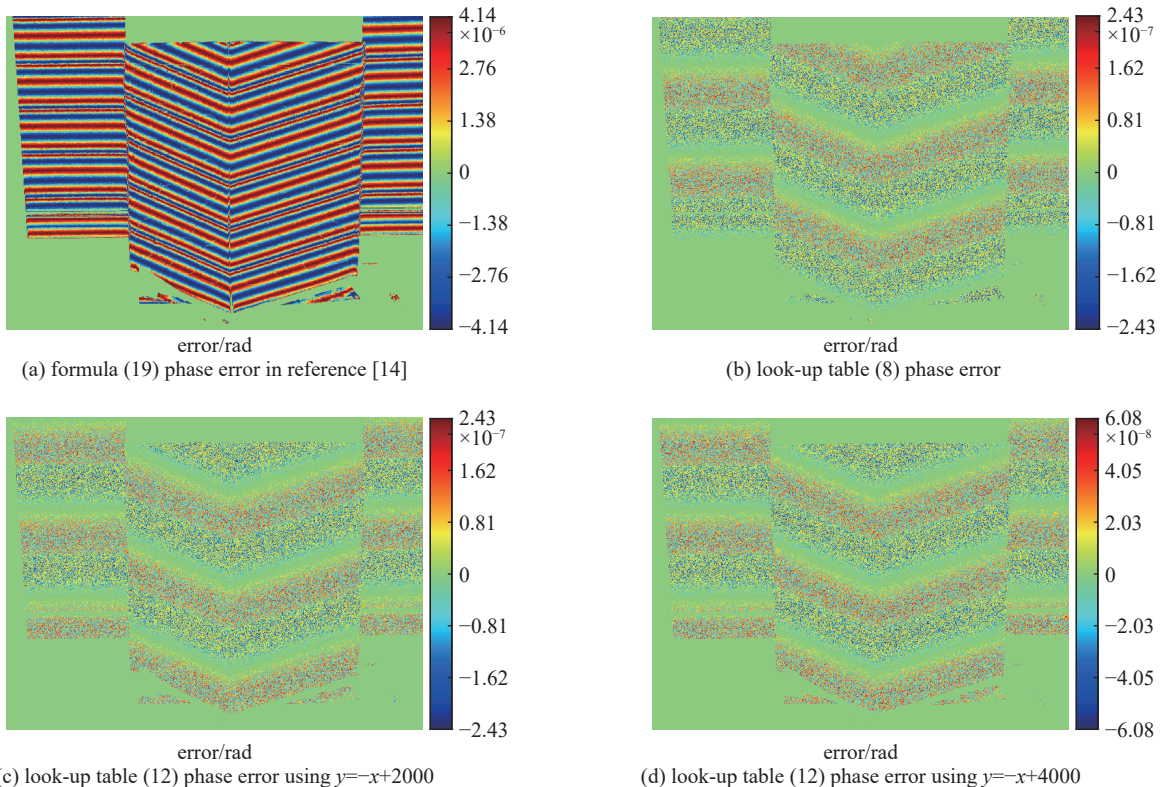


Fig. 4 Phase error comparison of the algorithms

图 4 各算法的相位结果误差

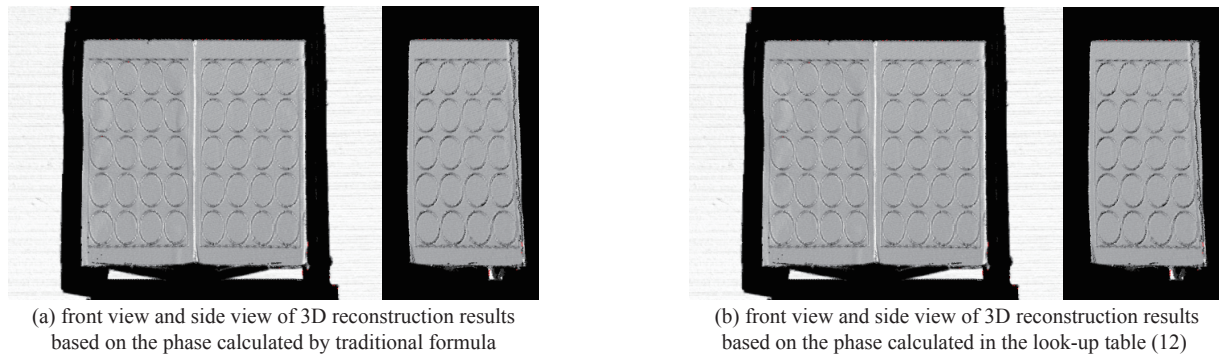


Fig. 5 Target 3D reconstruction results

图5 标靶三维重建结果

从图4中可以看到,使用5次多项式逼近所得到的相位误差为 10^{-6} ,查找表(8)的精度在 10^{-7} 数量级,使用查找表(12)的精度在 10^{-8} 数量级。另外一方面,使用查找表得到的相位精度均比多项式逼近结果高一个数量级。从图5中可以看出,使用本文查找表计算得到的相位进行三维重建,从视觉效果上面来看,与传统的相位计算方式得到的结果并无差异。

4 结论

对于PSL中的实时相位计算,主要瓶颈在于用于计算相位的反正切函数。传统的多项式逼近法,引入了较多的分块讨论以及算术运算。已有的查找表通过对反正切函数进行离散取值,但是为了构造封闭一维区间,查表过程以及对得到的结果均需要调整,同时无法构造任意大小的查找表。本文通过线性函数构建一维查找表,解决了这两种方法的缺点。通过实验和误差精度分析表明,比传统的相位计算速度最快提升了3.97倍,相位精度为 10^{-8} 等级,具有较好的实时性和精度等级。然而,本研究也有不足之处,比如只能针对单频相移结构光算法建立一维查找表,而为了抑制系统噪声,通常会使用多频相移,而对于多频相移还涉及相位解缠绕的过程,后续将针对这一问题进行进一步的研究。

参考文献:

- [1] 苏显渝,张启灿,陈文静. 结构光三维成像技术[J]. *中国激光*, 2014, 41: 0209001. (Su Xianyu, Zhang Qican, Chen Wenjing. Three-dimensional imaging based on structured illumination[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2014, 41: 0209001)
- [2] 丁榆德,杨斌. 三维数字化扫描及测量技术在下颌前突畸形诊治中的应用[J]. *中国组织工程研究*, 2016, 20(20): 2992-2999. (Ding Yude, Yang Bin. Application of three-dimensional scanning and measuring techniques in the diagnosis and treatment of mandibular prognathism[J]. *Chinese Journal of Tissue Engineering Research*, 2016, 20(20): 2992-2999)
- [3] Sansoni G, Trebeschi M, Docchio F. State-of-the-art and applications of 3D imaging sensors in industry, cultural heritage, medicine, and criminal investigation[J]. *Sensors*, 2009, 9(1): 568-601.
- [4] 喻彩丽. 基于逆向工程的三维测量技术的研究[J]. *计量与测试技术*, 2010, 37(7): 38-39. (Yu Caili. Research of 3D measurement based on reverse-engineering[J]. *Metrology & Measurement Technique*, 2010, 37(7): 38-39)
- [5] Zuo Chao, Feng Shijie, Huang Lei, et al. Phase shifting algorithms for fringe projection profilometry: a review[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2018, 109: 23-59.
- [6] 刘凯,龙云飞,王帅军,等. 相位测量轮廓术中结合几何标定的非线性校正[J]. *强激光与粒子束*, 2015, 27: 071005. (Liu Kai, Long Yunfei, Wang Shuaijun, et al. Nonlinearity calibration incorporated with geometrical calibration for phase measuring profilometry[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2015, 27: 071005)
- [7] 边心田,程菊,左芬,等. 基于光栅预校正的三维面形测量方法[J]. *激光与光电子学进展*, 2017, 54: 011202. (Bian Xintian, Cheng Ju, Zuo Fen, et al. A method of 3D shape measurement based on alignment grating projection[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2017, 54: 011202)
- [8] Huang P S, Zhang Chengping, Chiang F P. High-speed 3-D shape measurement based on digital fringe projection[J]. *Optical Engineering*, 2003, 42(1): 163-168.
- [9] Griesser A, Koninckx T P, Van Gool L. Adaptive real-time 3D acquisition and contour tracking within a multiple structured light system[C]//Proceedings of the 12th Pacific Conference on Computer Graphics and Applications. 2004: 361-370.
- [10] Huang P S, Zhang Song, Chiang F P. Trapezoidal phase-shifting method for three-dimensional shape measurement[J]. *Optical Engineering*, 2005, 44: 123601.
- [11] Jia Peirong, Kofman J, English C E. Two-step triangular-pattern phase-shifting method for three-dimensional object-shape measurement[J]. *Optical Engineering*, 2007, 46: 083201.
- [12] Liu Kai, Song Jianwen, Lau D L, et al. Reconstructing 3D point clouds in real time with look-up tables for structured light scanning along both horizontal and vertical directions[J]. *Optics Letters*, 2019, 44(24): 6029-6032.

- [13] Liu Kai, Zhang Kangkang, Wei Jinghe, et al. Extending epipolar geometry for real-time structured light illumination[J]. *Optics Letters*, 2020, 45(12): 3280-3283.
- [14] Guo Hongwei, Liu Guoqing. Approximations for the arctangent function in efficient fringe pattern analysis[J]. *Optics Express*, 2007, 15(6): 3053-3066.
- [15] 周珺, 郭红卫. 三角函数逼近算法及其在光学条纹图像分析中的应用[J]. *光学仪器*, 2013, 35(1): 22-29. (Zhou Jun, Guo Hongwei. Approximation of trigonometric function and its application in optical fringe analysis[J]. *Optical Instruments*, 2013, 35(1): 22-29)
- [16] Pilato L, Fanucci L, Saponara S. Real-time and high-accuracy arctangent computation using CORDIC and fast magnitude estimation[J]. *Electronics*, 2017, 6: 22.
- [17] Torres V, Valls J. A fast and low-complexity operator for the computation of the arctangent of a complex number[J]. *IEEE Transactions on Very Large Scale Integration (VLSI) Systems*, 2017, 25(9): 2663-2667.
- [18] Benammar M, Alassi A, Gastli A, et al. New fast arctangent approximation algorithm for generic real-time embedded applications[J]. *Sensors*, 2019, 19: 5148.
- [19] Liu Kai, Wang Yongchang, Lau D L, et al. Dual-frequency pattern scheme for high-speed 3D shape measurement[J]. *Optics Express*, 2010, 18(5): 5229-5244.
- [20] Ukil A, Shah V H, Deck B. Fast computation of arctangent functions for embedded applications: a comparative analysis[C]//Proceedings of 2011 IEEE International Symposium on Industrial Electronics. 2011: 1206-1211.