



·高亮度束流物理及技术·

9-cell 超导腔快速预调谐方法研究^{*}

朱 航^{1,2}, 翟纪元^{1,2}, 戴建枰¹

(1. 中国科学院高能物理研究所加速器中心, 北京 100049; 2. 中国科学院大学, 北京 100049)

摘 要: 对频率和场平坦度的预调谐是 9-cell 超导腔耗时最多的后处理工序之一, 很快将成为国内相关大科学工程 9-cell 腔批量生产的瓶颈。首先介绍了 9-cell 超导腔两种常用的预调谐方法, 即 DESY 方法和 Cornell 方法的原理, 建模分析和比较了两种方法的计算精度和误差来源, 给出 Cornell 方法调谐量计算的修正。然后结合 9-cell 超导腔预调谐实验研究, 给出了快速预调谐方法: DESY 的重建算法在低场平时精度较高且收敛迅速, 可作为粗调; Cornell 微扰算法在高场平时精度较高且测量迅速, 可作为微调。结合两种调谐方式, 将预调谐分为粗调和微调两步, 可有效提升 9-cell 超导腔预调谐的速度。

关键词: 9-cell 超导腔; 预调谐; 场平坦度; 拉珠测量

中图分类号: TL503.2

文献标志码: A

doi: 10.11884/HPLPB202234.220061

Research on fast pre-tuning method of 9-cell superconducting cavities

Zhu Hang^{1,2}, Zhai Jiyuan^{1,2}, Dai Jianping¹

(1. Accelerator Research Center, Institute of High Energy Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;

2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: The pre-tuning of frequency and field flatness is one of the most time-consuming post-processing procedures for 9-cell superconducting cavities, and will soon become the bottleneck of mass production of 9-cell cavities in domestic related major scientific projects. In this paper we firstly introduce two commonly used pre-tuning methods for 9-cell superconducting cavities, namely DESY method and Cornell method. Then we analyze and compare their calculation accuracy and error sources by modeling, and make a correction on the Cornell method's tuning amount calculation. Verifying the pre-tuning of several cavities by the experimental research, we give a fast pre-tuning method in which DESY reconstruction algorithm is used for coarse-tuning as it has high precision and rapid tuning speed in low field flatness and Cornell perturbation algorithm is used for fine-tuning as it has high precision in high field flatness with faster measurement. Combining these two tuning algorithms, the pre-tuning is divided into two steps: coarse tuning and fine tuning, which can effectively improve the pre-tuning speed of the 9-cell superconducting cavity.

Key words: 9-cell superconducting cavity, pre-tuning, field flatness, bead pull measurement

1.3 GHz 9-cell 超导腔是全世界加速器中数量最多、应用最广的超导腔, 也是国内外高重复频率自由电子激光装置和未来高能物理对撞机(如环形正负电子对撞机 CEPC、国际直线对撞机 ILC)的核心部件之一^[1-2]。场平坦度(field flatness, 简称场平)是超导腔的关键性能参数, 对加速效率和最高加速梯度等有较大影响。欧洲自由电子激光 XFEL^[3]、美国直线加速器相干光源二期 LCLS-II^[4] 和我国的上海硬 X 射线自由电子激光装置 SHINE^[5] 等项目对 9-cell 超导腔预调谐后的场平要求是 95%。

预调谐(包括对场平、频率、长度和同轴度的调节)旨在消除超导腔在制造和后处理过程中带来的微波和机械误差、提高场平度^[6-9], 是超导腔后处理耗时最多的工序之一, 常成为 9-cell 超导腔批量生产的瓶颈之一。目前世界上有两种主流的预调谐方法, 分别由德国 DESY 实验室^[10] 和美国 Cornell 大学^[11] 提出, 以下分别简称为 DESY 方法与 Cornell 方法。国外 9-cell 腔批量生产多使用 DESY 方法进行预调谐, 而国内研究单位普遍使用的是 Cornell 方

* 收稿日期: 2022-03-05; 修订日期: 2022-06-13

联系方式: 朱 航, zhuhang@ihep.ac.cn。

通信作者: 翟纪元, zhaijy@ihep.ac.cn。

法^[12-14]。尚未有文献报道比较过两种方法的精度和预调谐速度。随着我国高重复频率自由电子激光装置等大科学工程的预研和建设,未来五年将需要约 1000 只 9-cell 超导管,迫切需要找到最为快速的预调谐方法来提高研制和生产效率。

无论使用哪种方法,预调谐的过程都可以分为两步:测量与调谐。首先通过拉珠法,获得腔内的场分布,预调谐算法根据场分布计算调谐量,转换为对应的腔轴向长度变化,最后利用预调谐机进行调节。实际的调谐过程是测量、调节、再次测量、再次调节,反复循环、逐步收敛的过程。本文首先通过建模对现有两种方法的精度进行计算,分析其误差来源。然后,分别用两种方法进行 9-cell 腔的预调谐实验,对比实际预调谐速度。最后,综合考虑现实情况下的人工误差和环境因素等影响,给出了快速预调谐方案。

1 预调谐方法

9-cell 谐振腔可以等效为电容耦合的 LC 谐振电路,如图 1 所示。

在此模型中, L, C 分别为每个 cell 的等效电感与等效电容, C_k 为等效耦合电容, C_b 为等效束管电容。

用基尔霍夫电压求和定律,建立回路方程组,得到电路中电压、电感、电容、谐振频率的关系以及 9-cell 腔基模通带频率和电场幅值分布(即场分布)

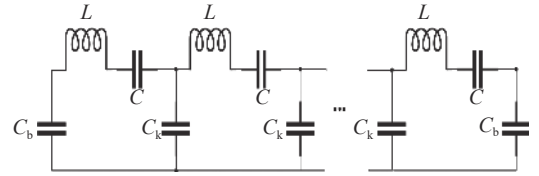


Fig. 1 Circuit model of multi-cell cavity

图 1 多 cell 超导管电路模型

$$A\mathbf{v} = \Omega\mathbf{v}$$

$$A \equiv \begin{pmatrix} 1+k+\gamma & -k & 0 & \cdots & 0 \\ -k & 1+2k & -k & & \\ 0 & & \ddots & & 0 \\ & & -k & 1+2k & -k \\ 0 & \cdots & 0 & -k & 1+k+\gamma \end{pmatrix} \quad (1)$$

式中: $k = C/C_k$; $\gamma = C/C_b$; $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ (cell 固有频率); $\Omega = \frac{\omega^2}{\omega_0^2}$ 为归一化 9-cell 腔基模通带频率(ω 为通带模式角频率); \mathbf{v} 为场分布(每个元素正比于 9-cell 腔一个 cell 中的电场幅值)。

称 9 阶三对角方阵 A 为理想状态平场腔(场平 100%)的等效特征矩阵,可以唯一表示一只 9-cell 腔的状态,其特征值即通带频率,特征向量即场分布。若矩阵中元素发生变化,则约定失调腔(场平非 100% 的腔)的特征矩阵记为 A' 。

预调谐通过拉伸或挤压每个 cell 产生塑性形变,改变 cell 的等效电容。由于等效电容的变化对应通带频率变化,所以调谐算法需要计算通带频率变化量,从而指导预调谐。

1.1 Cornell 方法

Cornell 方法计算调谐量分为两步:

第一步是利用矩阵微扰法,计算在当前 π 模频率不变时,场分布调平所需每个 cell 的调谐量。腔特征矩阵的主对角元素对应着每个 cell 的等效电容,使用微扰法得到电容微扰与场分布(特征向量)变化关系矩阵。由于预调谐是根据拉场测量的场分布计算调谐量,为变化关系的反变换,故需将该矩阵求逆。但根据微扰法原理,微扰后的 π 模场分布变化是用平场时的其余 8 个模式场分布(线性无关的正交模式)表示的,变化关系矩阵为非满秩,所以需要将变化关系矩阵降阶以后再求逆。故先假定第 9 个 cell 无需调谐,其他 8 个 cell 向第 9 个 cell 的频率对齐。用实际测量的场分布计算每个 cell 的失谐量(即等效电容变化量)并补偿对齐引入的 π 模频率净变化,及对应的 9-cell 腔 π 模的失谐量,从而得到了调平所需的修正量。

第二步是补偿当前 π 模频率与目标频率之差。此时认为腔已经调平,所以将频率差均匀分给每个 cell,用于补偿。

Cornell 方法预调谐的步骤为:测量 π 模场分布,计算调谐量,调节 9 个 cell 后,再次测量、调节。按照以往调谐经验,对于初始场平较差的腔($< 70\%$),通常需要 2.5 轮次(调节 9 个 cell 为一轮)。

1.2 DESY 方法

DESY 方法同样从等效 LC 谐振回路出发,但计算调谐量的思想是“重建”调谐后的腔特征矩阵,通过“小珠”

拉场测量 9 个通带模式的频率和场分布, 计算出失调腔的特征矩阵, 由特征矩阵计算每个 cell 的频率和相邻 cell 的耦合系数。调谐的目标是平场, 也就是 π 模场分布符合 $\mathbf{v}^T = \frac{1}{\sqrt{9}}(1, -1, 1, \dots)^T$, 代入特征方程。认为耦合电容为调谐前后的不变量, 由特征方程求解调平后的 cell 频率和相邻 cell 的耦合系数。按照调谐顺序逐步替换特征矩阵中的相应 cell 的频率和耦合系数, 计算替换前后矩阵的特征值, 得到每一步的调谐量。理论上仅需一轮调谐即可完成场调平。

但 DESY 方法首先需要测量 9 个模式的场分布, 相较 Cornell 方法仅需测量 π 模场分布, 测量时间更长。

2 建模仿真和误差分析

2.1 预调谐微扰量计算

上述 Cornell 和 DESY 方法在预调谐方式上存在着差异。为了直接比较两种方法的计算精度, 我们首先建立一个平场的腔电路模型^[45], 人为随机添加特征矩阵对角线微扰量 e (即改变每个 cell 的电容) 使得腔失调 (失调场平为 80.4%)。把微扰量视作已知参考值, 分别使用两种方法计算失调腔调平所需修正量, 与参考值对比, 从而比较两种方法的精度。计算结果如表 1 所示。

9 个 cell 相对参考值的均方根误差分别为 $\eta_{\text{Cornell}} = 5.83 \times 10^{-5}$, $\eta_{\text{DESY}} = 3.32 \times 10^{-6}$ 。每个 cell 百分数误差 E 见表 2。

表 1 DESY 与 Cornell 预调谐方法微扰量计算结果对比

cell number	perturbation amount $e_{\text{ref}}/10^{-4}$	perturbation amount $e_{\text{DESY}}/10^{-4}$	perturbation amount $e_{\text{Cornell}}/10^{-4}$
1	5	4.96	6.21
2	4	3.93	4.18
3	-4	-4.03	-4.84
4	2	2.02	1.90
5	-3	-2.99	-2.70
6	2	2.03	1.97
7	-1	-0.99	-1.35
8	-4	-3.99	3.50
9	6	6.02	5.92

表 2 DESY 与 Cornell 预调谐方法微扰量计算结果百分比误差对比

cell number	percentage error $E_{\text{DESY}}/\%$	percentage error $E_{\text{Cornell}}/\%$
1	-0.84	24.14
2	-1.87	4.61
3	0.71	20.96
4	0.94	-4.94
5	-0.47	-9.98
6	1.41	-1.42
7	-1.46	35.15
8	-0.03	-12.49
9	0.25	-1.26

2.2 误差分析和比较

DESY 方法所计算的微扰量比 Cornell 方法明显更接近参考值, 但也存在小量误差, 其来源分析如下: 人为施加的微扰量仅在主对角线元素上, 次对角线没有改变。而使用 DESY 方法重建特征矩阵的前后, 主次对角线元素均受到超定方程计算方法的影响产生误差, 但主对角线的微扰量误差仅有 1% 左右, 精度可满足要求。

相比之下 Cornell 方法的微扰量误差要大很多, 最大达到 35.1%, 其误差来源有两部分。

首先, Cornell 方法计算的第一步, 一阶微扰法仅通过 π 模式场分布进行计算, 与 DESY 方法使用 9 个通带模式的场分布进行精确重建、求解超定方程的方法相比, 存在微扰法本身带来的较大误差。

其次, Cornell 方法的第二步是假设腔内场分布已经平坦的情况下, 将每个 cell 的微扰量转换为 9-cell 腔的 π 模频率变化量。因为此时腔处于失调状态 (场分布不平), 所以进一步引入误差。针对第二步可以做出修正, 提高计算精度。

预调谐过程中, 调节 cell 轴向长度基本不改变 cell 等效电感, 仅改变等效电容。一个 cell 的电容变化量 e_i 是小量, 微扰后的电容记为 $C'_i = C_i/(1 + e_i)$, 可以得到 cell 微扰量与 cell 频率变化量的关系

$$\Delta\omega_i = \omega'_i - \omega_i = \frac{1}{\sqrt{LC'_i}} - \frac{1}{\sqrt{LC_i}} \approx \frac{1}{2}e_i\omega_i \quad (2)$$

Cornell 方法此时做出平场假设, 认为腔内储能分布均匀, 则调节一个 cell 导致的 9-cell 腔 π 模频率变化是该 cell 频率变化的 1/9, 即

$$\Delta\omega^\pi = \frac{1}{9}\Delta\omega_i = \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{2} e_i v_i^\pi \quad (3)$$

但实际腔内场分布并不平坦。由 Slater 微扰理论^[16], 可以根据 cell 储能所占比来计算 9-cell 腔 π 模频率变化。由于每个 cell 的电场储能与等效电容成正比, 而电场储能的时间平均值等于磁场储能的时间平均值, 都是总储能时间平均值的一半, 且每个 cell 的储能正比于归一化场分布的平方 v_j^2 , 易知每个 cell 的储能变化正比于 $\frac{1}{2} e_i v_j^2$, 于是得

$$\Delta\omega^\pi = \frac{\Delta u_j}{\sum u_j} \omega^\pi = \frac{\frac{1}{2} e_i v_j^2}{\sum v_j^2} \omega^\pi = \frac{1}{2} e_i v_j^2 \omega^\pi \quad (4)$$

式中: u_j 代表第 j 个 cell 的储能; Δu_j 代表第 j 个 cell 的储能变化。

当场平为 100% 时, 式(4)与式(3)相同。该修正公式计算的调谐量与理论建模基本一致。

3 调谐实验和快速预调谐方法

实验采用一个实际的 9-cell 超导腔(N005), 用 DESY 方法进行调谐。调谐前的 π 模频率为 1 297.172 MHz, 场平为 72%。计划调谐目标频率与调谐前相同, 场平目标为 95%。

使用 DESY 方法预调谐一轮(调节 9 个 cell), 把场平从 72% 调至 91.6%。根据以往经验, 在这种情况下使用 Cornell 方法调谐, 需要两轮左右。然而, 实验发现, 包括该腔在内的多个 9-cell 腔在使用 DESY 方法进行第二轮乃至第三轮预调谐后, 仍很难超过 95% 的目标值。主要来自两个方面的原因: 一方面因为调谐时, 人工操作调谐机使 cell 产生塑性形变达到每一步的调谐目标频率, 过程中不可避免出现“回弹”产生误差, 且误差会因为顺序调谐而累积; 另一方面调谐持续约 6 h, 环境温湿度变化也会影响实测到的 π 模频率。最终导致每一步的调谐误差在 5 kHz 左右, 对应的 cell 频率误差约为 45 kHz, 该误差将导致场平由 100% 降为 95% 以下。

另外, 在 DESY 方法使用通带频率和场分布建立腔的特征矩阵时, 由于实际腔的非相邻 cell 之间存在耦合, 所以其非主、次对角线元素不为 0, 而该算法在重建计算过程中仅考虑了主、次对角线, 导致预调谐前腔频率的测量值与调谐计算的初始频率之间产生偏差, 如 9-cell 腔 N005 的初始 π 模频率偏差约 38 kHz。我们尝试在第一个 cell 调谐时完全补偿这个初始频率偏差, 并在后续 cell 的调谐过程中补偿前一个 cell 的频率偏差量, 以使腔最终尽可能接近预调谐目标频率。初始频率偏差是否有更好的补偿方法(比如, 把这个偏差平均到每个 cell 的调谐过程中), 有待进一步研究。

根据 Cornell 方法的计算原理, 其精度将随着场平的增加而增加。因此, 我们提出采用 DESY 和 Cornell 方法相结合的快速预调谐方法, 将预调谐分为粗调和微调两步, 用 DESY 方法进行粗调, 用 Cornell 方法进行微调, 将比单独使用 Cornell 方法更大幅度提高预调谐速度。在使用 DESY 方法进行第一轮预调谐后, 对该腔用 Cornell 方法调整 3~5 个 cell, 场平即达到 95%, 见图 2。

为了验证 Cornell 方法的精度随着场平的变化关系, 在腔的电路模型中随机微扰使场平分别为 60%, 70%、80%, 90%, 并分别用 Cornell 和 DESY 方法计算微扰量的均方根误差, 结果如表 3 所示, 可以明显地看出 Cornell 算法精度随着场平提升大幅改善。

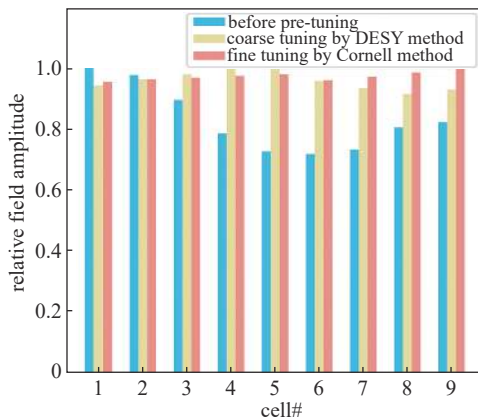


Fig. 2 9-cell cavity N005 field flatness tuning

图 2 9-cell 腔 N005 调谐前后场分布对比

表 3 DESY 和 Cornell 方法计算微扰量的均方根误差随场分布变化趋势

Table 3 Perturbation RMS error of DESY and Cornell method with different field flatness

field flatness/%	RMSE $\eta_{desy}/10^{-4}$	RMSE $\eta_{Cornell}/10^{-4}$
60	0.055	2.11
70	0.076	2.74
80	0.033	0.96
90	0.015	0.45

综上所述, DESY 方法仅通过一轮调谐就可以将场平调整到 90% 左右, 但由于算法本身的限制, 很难超过 95%。考虑到 Cornell 方法对场平更高的腔具有更好的精度, 快速预调谐方法应是两种方法结合的方案: 场平小于 90% 时采用 DESY 的重建算法进行粗调, 场平大于 90% 时采用 Cornell 的微扰算法进行微调。使用三只 9-cell 腔进行的预调谐对比实验表明: 仅使用 Cornell 方法需要约两轮半(约 22 个 cell, 包括同轴度调节共需约 6.8 h)。而综合两种方法大约需要一轮半(调谐约 13 个 cell, 包括同轴度调节需约 4.8 h), 与 Cornell 方法相比节省了近一轮的调谐时间(见表 4)。

表 4 场平调节至 95% 时不同方法调谐时间对比
Table 4 Pre-tuning time of different methods for 95% field flatness (FF)

method	number of cells tuned	measure time/h	tuning time/h	total time/h
Cornell only	22 (FF > 95%)	0.2	6.6	6.8
DESY only	9 (FF < 90%)	0.6	2.7	3.3
combined method	13 (FF > 95%)	0.9	3.9	4.8

4 结 论

本文比较了两种常用的 9-cell 腔预调谐算法, 根据两种算法的不同原理和预调谐步骤, 首次深入分析了算法本身的误差来源, 并通过建模证明了 DESY 方法计算的微扰量精度高于 Cornell 方法, 同时指出 Cornell 方法的调谐量计算误差来自平场假设, 并给予了修正。

在实际的预调谐实验中, 综合比较了两种方法的收敛速度以及精度后, 认为结合使用两种调谐方法是最佳选择。结合两种方法所需的总预调谐时间比仅用 Cornell 方法节省将近 30%。该快速预调谐算法将对批量 9-cell 超导腔的预调谐效率提升起到重要作用。

参考文献:

- [1] The CEPC Study Group. CEPC conceptual design report: volume 1—accelerator[R]. IHEP-AC-2018-01, 2018: 88-94.
- [2] Bambade P, Barklow T, Behnke T, et al. The international linear collider: a global project[R]. DESY 19-037, 2019: 8-12.
- [3] Singer W, Brinkmann A, Brinkmann R, et al. Production of superconducting 1.3-GHz cavities for the European X-ray Free Electron Laser[J]. *Physical Review Accelerators and Beams*, 2016, 19: 092001.
- [4] Marhauser F, Daly E F, Fitzpatrick J A, et al. Status of the LCLS-II accelerating cavity production[C]//Proceedings of IPAC 2017. 2017: 1164-1166.
- [5] Huang Nanshun, Deng Haixiao, Liu Bo, et al. Features and futures of X-ray free-electron lasers[J]. *The Innovation*, 2021, 2: 100097.
- [6] 李波, 刘华昌, 王云, 等. CSNS-II 超导椭圆腔形变电场平坦度仿真分析[J]. *强激光与粒子束*, 2021, 33: 034001. (Li Bo, Liu Huachang, Wang Yun, et al. Simulating analysis on electric field flatness of deformed superconducting elliptical cavity for CSNS-II linac[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2021, 33: 034001)
- [7] Shishido T, Kako E, Noguchi S, et al. Frequency tuning of an accelerating mode in STF baseline SC cavities[C]//Proceedings of the 3rd Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan and the 31th Linear Accelerator Meeting in Japan. 2006: 865-867.
- [8] Shishido T, Kako E, Noguchi S. Development of pre-tuning system for 972 MHz 9-cell superconducting cavities[C]//Proceedings of the 11th Workshop on RF Superconductivity. 2003: 425-428.
- [9] Tajima T, Furuya T, Suzuki T, et al. Pre-tuning of TRISTAN superconducting RF cavities[C]//Proceedings of the Fourth Workshop on RF Superconductivity. 1989: 821-847.
- [10] Sekutowicz J, Chen Yinghua, Wei Yixiang. A different tuning method for accelerating cavities[C]//Proceedings of the Fourth Workshop on RF Superconductivity. 1989: 849-857.
- [11] Padamsee H, Knobloch J, Hays T. RF superconductivity for accelerators[M]. New York: Wiley, 1998: 129-143.
- [12] Liu Yang, He Feisi, Xu Wencan, et al. Tuning for the first 9-cell TESLA cavity of PKU[J]. *Chinese Physics C*, 2010, 34(4): 496-498.
- [13] 郭志达, 李中泉, 翟纪元, 等. 1.3 GHz 9单元Ichiro型模型铜腔的预调谐[J]. *强激光与粒子束*, 2011, 23(1): 175-178. (Guo Zhida, Li Zhongquan, Zhai Jiyuan, et al. Pretuning of 1.3 GHz 9-cell Ichiro copper cavity[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2011, 23(1): 175-178)
- [14] Tang Zhengbo, Ma Zhenyu, Hou Hongtao, et al. Frequency control and pre-tuning of a large aperture 500 MHz 5-cell superconducting RF cavity[J]. *Nuclear Science and Techniques*, 2014, 25: 030102.
- [15] Arnold A, Buettig H, Janssen D, et al. Field reconstruction by passband frequency measurement at the Rossendorf SRF-gun cavity[C]//Proceedings of SRF 2007. 2007: 689-691.
- [16] Slater J C. Microwave electronics[J]. *Reviews of Modern Physics*, 1946, 18(4): 441-512.