



·先进同步辐射物理及技术·

## 合肥先进光源储存环初步物理设计\*

白正贺, 刘刚文, 何天龙, 李伟伟, 杨鹏辉,  
李为民, 张善才, 王琳, 冯光耀

(中国科学技术大学 国家同步辐射实验室, 合肥 230029)

**摘 要:** 我国最近立项建设的合肥先进光源将是一台软 X 射线与真空紫外衍射极限储存环光源, 其电子束能量为 2.2 GeV, 周长为 480 m, 束流自然发射度为 86 pm·rad, 共有 20 个长直线节和 20 个短直线节。介绍了目前合肥先进光源储存环物理设计的进展情况, 包括磁聚焦结构设计与优化, 束流注入和集体效应的模拟与计算。

**关键词:** 合肥先进光源; 衍射极限储存环; 磁聚焦结构设计; 脉冲多极铁注入; 集体效应

中图分类号: TL54<sup>+</sup>4

文献标志码: A

doi: 10.11884/HPLPB202234.220137

## Preliminary physics design of the Hefei Advanced Light Facility storage ring

Bai Zhenghe, Liu Gangwen, He Tianlong, Li Weiwei, Yang Penghui,  
Li Weimin, Zhang Shancai, Wang Lin, Feng Guangyao

(National Synchrotron Radiation Laboratory, University of Science and Technology of China, Hefei 230029, China)

**Abstract:** The Hefei Advanced Light Facility (HALF) is a soft X-ray and VUV diffraction-limited storage ring light source, and the construction of HALF has just been approved by the Chinese government. The electron beam energy of the HALF storage ring is 2.2 GeV; the circumference is 480 m; the natural beam emittance is 86 pm·rad; and there are 20 long and 20 short straight sections in total. This paper will report the physics design progress of the HALF storage ring, including lattice design and optimization, simulation and calculation of beam injection and collective effects.

**Key words:** Hefei Advanced Light Facility, diffraction-limited storage ring, lattice design, multipole kicker injection, collective effects

目前世界上正开始大力发展第四代同步辐射光源——衍射极限储存环光源<sup>[1-2]</sup>, 其电子束流自然发射度低至 100 pm·rad、甚至 10 pm·rad 级水平, 达到所辐射的部分或主要波段光子束的衍射极限发射度, 极大地提高了插入元件辐射的亮度和横向相干性。国家同步辐射实验室在 20 世纪八九十年代建设了我国第一台专用同步辐射光源——合肥光源。2008 年, 国家同步辐射实验室又提出了合肥先进光源(Hefei Advanced Light Facility, HALF)的概念与设计<sup>[3-4]</sup>, 其概念为一台低能区的第四代储存环光源, 其设计为国内最早采用多弯铁消色散(multi-bend achromat, MBA)的磁聚焦结构(lattice)。后经合肥光源改造项目建设<sup>[5]</sup>, 2017 年底 HALF 预研项目启动, 目前 HALF 光源已得到国家批准立项建设。

HALF 光源的整体定位为具有世界先进水平的软 X 射线与 VUV 衍射极限储存环光源。目前的 HALF 光源装置由 2.2 GeV 的电子储存环、满能量直线加速器和传输线组成。目前设计的作为光源主体的储存环周长约为 480 m, 周期数为 20 个, 电子束自然发射度约为 86 pm·rad。自 2016 年开始, HALF 光源陆续提出了几种动力学性能较好的 lattice 新结构<sup>[6-12]</sup>。2019 年底, HALF 提出了一种变版 H6BA lattice 结构<sup>[12]</sup>, 其对加速器技术的要求相对适中, 并且直线节空间占比高, 已作为目前 HALF 储存环的 lattice。基于该 lattice, HALF 光源开展了其储存环物理设计研究及相关加速器技术研发。下面将对 HALF 储存环物理设计的研究进展进行介绍。

\* 收稿日期: 2022-05-02; 修订日期: 2022-06-14

基金项目: 国家自然科学基金项目(11875259, 12005226, 12105284)

联系方式: 白正贺, baizhe@ustc.edu.cn。

通信作者: 王琳, wanglin@ustc.edu.cn;

冯光耀, fenggy@ustc.edu.cn。

## 1 磁聚焦结构设计

为有效降低电子束流发射度,目前第四代储存环光源的设计均采用 MBA lattice 结构<sup>[13]</sup>。HALF 光源储存环对比研究了不同类型的 MBA lattice,包括分布式色品校正的常规型 MBA lattice 和集中式色品校正的混合型 MBA (hybrid MBA, HMBA) lattice。如果仅考虑束流自然发射度小于 100 pm·rad 的设计目标,HALF 储存环的 lattice 可以选择:1) 16 个周期的常规型 6BA lattice 和 14 个周期的常规型 7BA lattice,其弯铁单元具有相对较大的水平方向相移( $\sim 0.4 \times 2\pi$ ),储存环周长近 400 m;2) 20 个周期的 HMBA lattice,储存环周长 440~480 m。前一种类型 lattice 的动力学孔径相对较小,将其增加到 20 个周期以满足长直线节数目要求时,尽管自然发射度会变得更低,但束内散射效应导致的发射度增长会非常剧烈,而且非线性动力学效应会更加严重,同时储存环周长会超过 500 m。综合考虑动力学孔径、长直线节数目及相关加速器技术,基于 20 个 HMBA lattice 周期的方案对于 HALF 光源储存环设计是个相对更好的选择。

HMBA lattice 是由 ESRF-EBS 光源提出<sup>[14]</sup>,该 lattice 在弧区两端产生一对高色散区,且它们之间的线性传输映射近似为 $-I$ ,这样一方面可以明显降低放置于高色散区中的六极磁铁强度,另一方面可以非常有效地抵消这些六极磁铁产生的主要非线性动力学效应,从而可以显著增大动力学孔径。采用 ESRF-EBS 类型的 H7BA 进行 HALF 光源 20 个周期的设计,得到的自然发射度为 80 多 pm·rad,但自然阻尼时间较长(垂直方向为 50 多 ms),非常不利于抑制严重的束内散射效应。借鉴 APS-U 的设计<sup>[15]</sup>,在弧区中间引入一组反向偏转弯铁(reverse bend, RB),但高色散区不引入 RB,自然发射度可以降低到 70 多 pm·rad,垂直方向自然阻尼时间可以降低到 40 ms 多点。为进一步降低阻尼时间,HALF 研究发现将 HMBA lattice 中间的 3 个组合型弯铁单元改为 2 个 LGB/RB 弯铁单元<sup>[16]</sup>(LGB: longitudinal gradient bend, 纵向梯度弯铁),可以显著降低自然阻尼时间,而且自然发射度也比较低。进一步的非线性动力学研究表明,在 2 个 LGB/RB 弯铁单元中间加入一个短的直线节可以明显改善动量孔径,代价是会稍微增加发射度。于是,HALF 光源就提出了一种变版 H6BA lattice<sup>[12]</sup>。与同样具有长、短直线节的 Diamond-II 类型的变版 H6BA lattice<sup>[17]</sup>相比,HALF 的变版 H6BA lattice 可以得到更低的自然发射度和更短的自然阻尼时间。综合来说,HALF 光源提出的变版 H6BA lattice 结合了 ESRF-EBS 的 HMBA lattice, SLS-2 的 LGB/RB 单元 lattice 和 Diamond-II 的变版 H6BA lattice 的优点,具有增大动力学孔径、降低束流发射度和阻尼时间、增加直线节空间占比的综合优势。

基于提出的变版 H6BA 所设计的 HALF 储存环 lattice 如图 1 所示,周期内的 6 块主弯铁全部为 LGB,中间 LGB 的两边为 2 组 RB。储存环主要参数列于表 1 中。从表 1 可以看到,束流自然发射度为 86 pm·rad,与采用 ESRF-EBS 类型的 H7BA lattice 得到的发射度差不多<sup>[18]</sup>;但垂直方向自然阻尼时间小于 40 ms,比借鉴 APS-U 在中间引入 RB 的设计还能得到更短的自然阻尼时间。所设计的工作点位于线性差共振上,以实现全耦合束流模式。HALF 储存环中共有 20 个 5.3 m 的长直线节和 20 个 2.2 m 的短直线节,直线节空间占比大于 30%,超过了目前世界上大部分的第四代储存环光源的设计值,达到了第三代储存环光源的平均水平,显著增强了 HALF 光源提供更多的高亮度插入件光束线站的能力。在 HALF 储存环 lattice 设计中,除了通过两个高色散区之间的 $-I$ 传输映射来在单周期内实现非常有效的非线性动力学抵消外,还通过将单个周期的水平与垂直方向频率(tune)设置在(2.4, 0.9)附近来进一步实现 5 个周期内的非线性动力学抵消,该抵消为多周期内的高阶消像差(higher-order

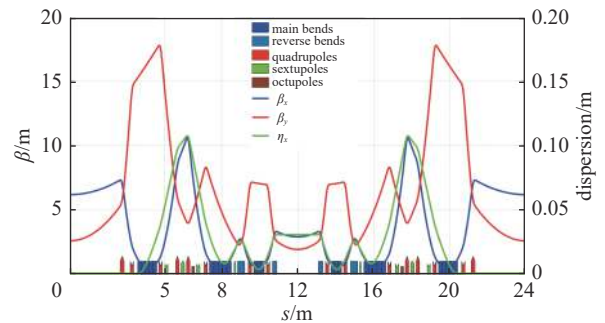


Fig. 1 Lattice of the HALF storage ring

图 1 HALF 储存环单个周期的 lattice

表 1 HALF 储存环主要参数

Table 1 Main parameters of the HALF storage ring

parameter	value
energy	2.2 GeV
circumference	479.86 m
number of cells	20
natural emittance	86.3 pm·rad
transverse tunes (H/V)	48.15/17.15
natural chromaticities (H/V)	-77/-57
momentum compaction factor	$9.0 \times 10^{-5}$
damping partition numbers (H/V/L)	1.39/1.00/1.61
natural damping times (H/V/L)	27.2/37.7/23.4 ms
energy loss per turn	186.7 keV
natural energy spread	$0.62 \times 10^{-3}$
total absolute bending angle	442.5°
number of straight sections	20 (long) + 20 (short)
harmonic number (500 MHz RF cavity)	800

achromat) 抵消。在 HALF 储存环 lattice 设计中, 还尽量考虑了优化集体效应相关的参数: 在降低自然阻尼时间的同时, 尽量控制动量紧缩因子的减小; 整体上控制磁铁最高强度, 尽量增大真空室横向尺寸。从表 1 中可以看到, 动量紧缩因子接近  $1 \times 10^{-4}$  水平。Lattice 中的四极磁铁最大梯度值约为 50 T/m, 两组基于偏心四极磁铁的 RB 磁场参数为: (0.257 T, 41.78 T/m) 和 (0.164 T, 47.06 T/m)。另外, LGB 的最高二极磁场约为 0.9 T。基于这些磁铁以及后面的非线性磁铁的参数, 确定 HALF 储存环的圆形主真空室的内径为 26 mm, 大于一代的第四代储存环光源的真空室尺寸。

HALF 储存环 lattice 使用 4 组六极磁铁 (3 组位于高色散区中, 1 组位于 RB 旁边) 和 1 组八极磁铁优化非线性动力学。水平与垂直方向色品校正到 (3, 3)。RB 旁边的薄六极磁铁的主要作用是优化控制随振幅变化的 tune 以及兼做慢校正磁铁 (附加线圈)。优化得到的动力学孔径如图 2 所示, 考虑加入高频腔与误差效应的水平正方向 (束流注入方向) 的动力学孔径约为 7 mm, 可以满足采用离轴注入的要求。图 3(a) 为随水平方向振幅变化的 tune。在束流全耦合运行中进行离轴注入时, 为了避免注入束流的初始水平方向大振幅运动耦合到垂直方向上, 从而丢失在垂直孔径较小的插入元件上, 需要将水平与垂直两个方向 tune 的小数部分在较大水平振幅上适当分开。图 3(b) 为随能量变化的 tune ( $\delta$  为相对能量偏差)。在跟踪考虑误差效应的动量孔径后, 计算得到采用高次谐波腔将束团长度拉伸 4 倍, 横向耦合度按照偏保守的 10%, 以及单团电荷量 1 nC (对应 80% 填充模式的 400 mA 流强) 情况下的束流 Touschek 寿命的平均值为 6.8 h。Lattice 中所使用的六极磁铁最高梯度小于  $2000 \text{ T/m}^2$ , RB 旁边的薄六极磁铁的梯度仅约为  $60 \text{ T/m}^2$ , 八极磁铁梯度小于  $1 \times 10^5 \text{ T/m}^3$ 。

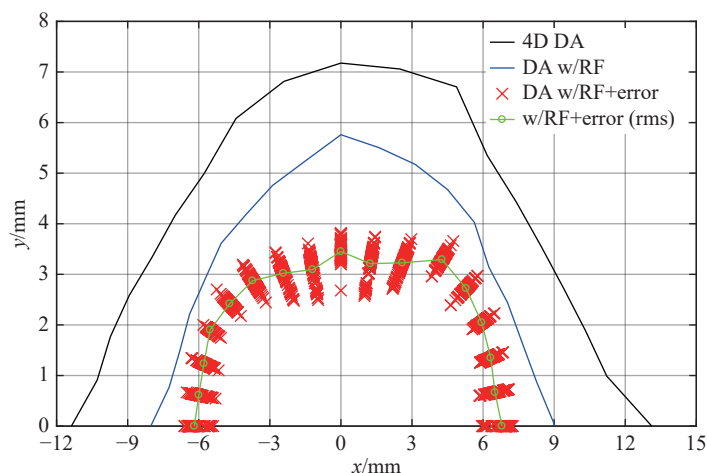


Fig. 2 Dynamic aperture of the HALF storage ring

图 2 HALF 储存环的动力学孔径

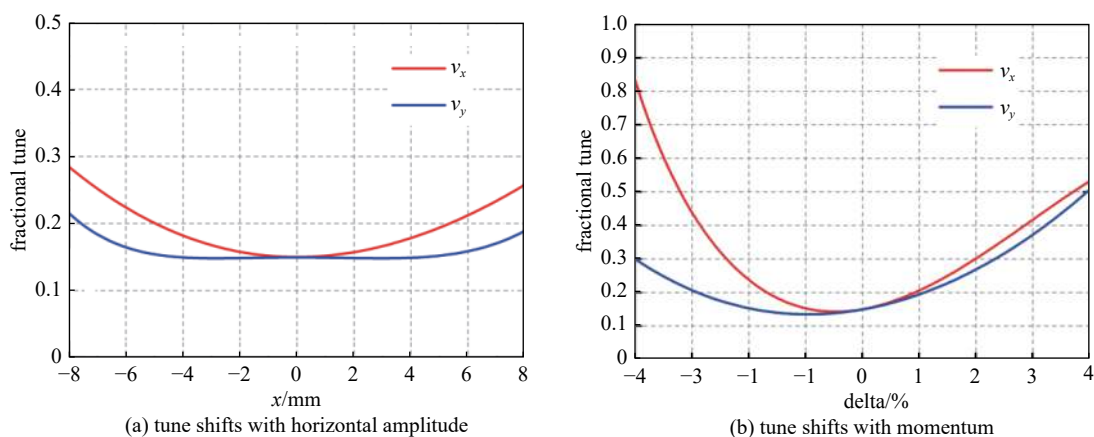


Fig. 3 Tune shifts with horizontal amplitude and momentum

图 3 随水平方向振幅和能量变化的频率

## 2 束流注入模拟

由于 HALF 储存环具有相对较大的动力学孔径, 并且脉冲多极铁 (或脉冲非线性磁铁) 注入<sup>[19]</sup> 具有对储存束流

扰动小的优点, HALF 储存环的束流注入将优先采用脉冲多极铁注入方式。采用脉冲多极铁注入需要合理地安排注入系统的整体布局, 通过切割磁铁(septum)和脉冲非线性磁铁(pulsed nonlinear magnet, PNM)的完美配合, 把注入束流注入到储存环的接受度中。为此, 我们采用了一种基于粒子跟踪的接受度分析方法, 对脉冲多极铁注入方案进行了优化设计, 最终选取了一种最优的注入系统布局方案, 如图 4 所示。考虑到 HALF 储存环的动力学孔径在水平正方向上更大, 可以为注入束流提供更大的接受度, 我们将采用水平方向环外注入方案。考虑到储存环初期调试, 该方案同时包含两种注入系统布局。脉冲多极铁注入系统由切割磁铁和脉冲非线性磁铁组成, 注入束流的运动轨迹如图 4 红色实线所示; 而切割磁铁和冲击磁铁(kicker)组成主要用于储存环初期调试的在轴注入系统, 注入束流的运动轨迹如图 4 蓝色虚线所示。两个注入系统可以相互切换, 而不需要改变整体的布局, 从而可以非常方便地应对储存环调试工作。

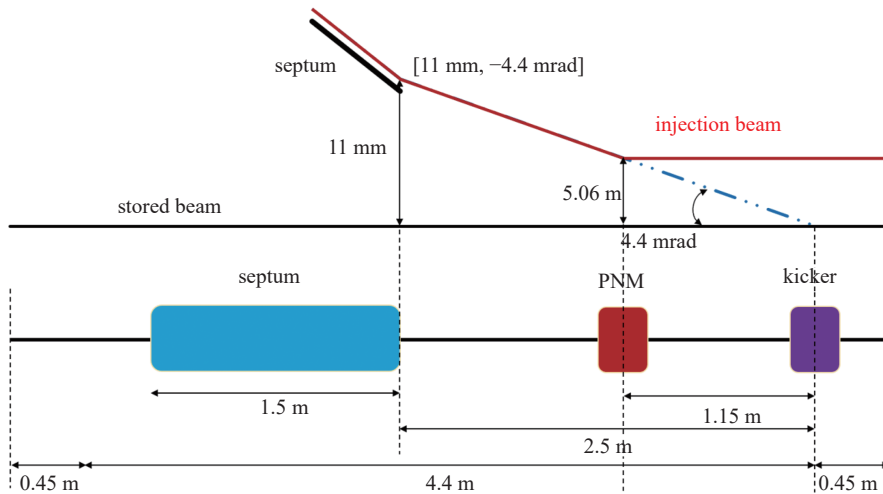


Fig. 4 Schematic of the layout of the HALF injection system

图 4 HALF 注入系统布局示意图

根据图 4 所示的注入系统布局方案, 对束流注入过程进行了详细的跟踪模拟分析, 其结果如图 5 所示。在跟踪模拟中, 注入束流发射度为  $1 \text{ nm}\cdot\text{rad}$ , 能散为  $0.1\%$ , 束团长度为  $2 \text{ mm}$ , 粒子数为  $1000$ 。图 5(a) 显示了束流注入过程前 5 圈的相空间位置, 黑色竖线为切割板, 黑色椭圆为储存环的注入接受度, 数字分别代表了对应的圈数。图 5(b) 进一步展示了注入束流累积过程的相空间位置分布, 在 60000 圈的时候, 注入束流基本上已经和储存束流融合在一起了。从分析结果可知, 束流注入过程中, 注入束流都处于储存环的注入接受度中, 注入效率可以达到  $100\%$ 。

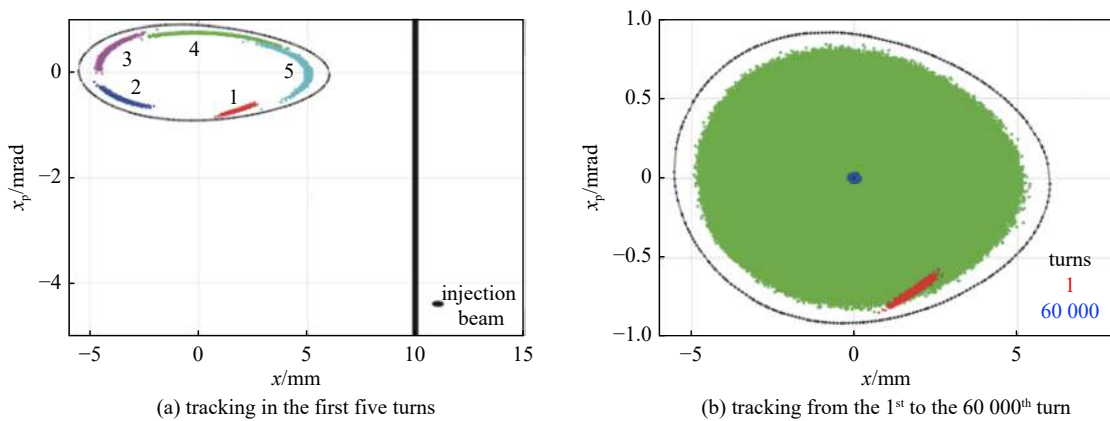


Fig. 5 Phase space tracking of injected bunch with the multipole kicker injection

图 5 脉冲多极铁束流注入过程的相空间跟踪

### 3 集体效应模拟计算

尽管在 HALF 储存环的 lattice 设计中尽量考虑了降低自然阻尼时间, 但由于 HALF 能量较低并且周期数相对较多, 其自然阻尼时间仍较长。为降低阻尼时间, HALF 将在储存环的两个长直线节上安装阻尼扭摆器(damping wiggler, DW), 这样一方面可以抑制严重的束内散射效应, 另一方面也利于抑制束流不稳定性。在使用 DW 以及单



束团电荷量为 1 nC 时, 计算了自然束团长度(RMS 长度 2 mm)和采用高次谐波腔拉伸 4 倍(RMS 长度 8 mm), 10% 和 100% 横向耦合度的不同情况下束内散射效应导致的束流发射度和能散的增加, 如表 2 所示。可以看到, HALF 储存环的束内散射效应是相当严重的, 采用高次谐波腔拉伸束团以及全耦合束流模式可以显著抑制束内散射效应, 在束团拉伸 4 倍及 100% 横向耦合情况下的束流发射度为 68 pm·rad。

表 2 考虑束内散射效应的束流水平方向发射度和能散

Table 2 Beam horizontal emittance and energy spread with intra-beam scattering

bunch length/mm	coupling ratio/%	horizontal emittance/(pm·rad)	energy spread
2	10	240	$9.79 \times 10^{-4}$
2	100	103	$9.07 \times 10^{-4}$
8	10	153	$8.74 \times 10^{-4}$
8	100	68	$8.26 \times 10^{-4}$

采用高次谐波腔拉伸束团长度对于有效抑制 HALF 储存环的各种集体效应是非常有必要的。由于 HALF 的束团个数较多, 并且需要对多组参数进行计算, 为此开发了一款基于 GPU 并行的用于快速计算考虑高频腔长程尾场和短程尾场共同作用下的耦合多束团纵向束流不稳定性的粒子跟踪模拟程序<sup>[20]</sup>。研究结果<sup>[21]</sup>表明谐波腔的  $R/Q$  参数对束团拉伸及稳定性影响较大, 较高的  $R/Q$  可能会导致周期瞬态束流负载效应, 为了获得较好的拉伸效果(4 倍以上的拉伸量), 需要限制谐波腔的  $R/Q$  值, 对于 HALF 需要  $R/Q$  小于 45  $\Omega$ 。

为了研究宽带阻抗(或短程尾场)引起的单束团不稳定性, 需要计算和优化各种真空阻抗。采用 IW2D 程序计算了电阻壁阻抗, CST 和 ABCI 计算了多种元件的几何结构阻抗, 包括过渡段、BPM、波纹管、挡光块、高频腔等, 此外还计算了相干同步辐射(CSR)阻抗, 最终初步得到了全环阻抗。在束团 RMS 长度为 2 mm(8 mm)时, 能量损失因子为 36.5(2.4) V/pC, 水平横向的踢力因子为 7980(2780)  $V \cdot m^{-1} \cdot pC^{-1}$ , 以及垂直横向为 6460(2340)  $V \cdot m^{-1} \cdot pC^{-1}$ 。其中电阻壁阻抗贡献占比最大, 尤其是在束长 8 mm 时, 其占比约为 50%。之后采用粒子跟踪模拟对纵向和横向的单束团不稳定性进行了研究, 模拟结果表明: 当无谐波腔拉伸时, CSR 阻抗影响较大, 纵向微波不稳定性的发生阈值约为 0.5 mA, 而在使用谐波腔拉伸束团后, 其阈值超过 1.5 mA, 预计可以避免纵向微波不稳定性的发生; 在色品等于 0 及自然束团长度下, 横向单束团电荷量阈值为 1.6 nC, 而在色品调为 3 及束团长度拉伸至 4 倍时的单束团电荷量为 10 nC。此外, 采用横向逐束团反馈系统可以抑制高阶头尾模式不稳定, 进一步提高横向单束团不稳定性阈值。

长程尾场将导致耦合多束团不稳定性, 从而限制束流总流强。通过解析理论和粒子跟踪模拟计算, 结果表明当色品为 0 时的电阻壁不稳定性增长时间约为 1 ms, 可以通过横向逐束团反馈系统抑制。HALF 储存环的双高频系统均使用超导腔方案, 通过腔体结构的优化设计再辅以高次模耦合器吸收阻尼, 超导腔的高次模特征阻抗通常可以做得比较低。在实际运行时, 可通过调变腔体的谐振频率, 使束流频谱远离高次模频率。此外, 使用高次谐波腔拉伸束团长度以及优化束团填充模式也可以适当抑制高频的高次模不稳定性。

残余气体引起的离子效应也是需要重点研究的因素。将连续的束团分割为一些长的束团串, 相邻的束团串之间留有一定的空隙, 可以有效避免离子俘获效应。计算结果表明, 全环留有 20% 的空隙时, 可以较好地抑制离子俘获。为了评估快离子效应的影响, 将全环平均真空度等效为  $1.33 \times 10^{-7}$  的 CO 气体, 使用 FASTION 模拟程序的计算结果表明, 等分至 8(16) 个束团串时, 不稳定性增长时间为 0.43(0.83) ms, 远小于同步辐射阻尼时间, 因此有必要采用横向反馈系统进行抑制。此外, 较大的色品对该不稳定性也有一定的抑制作用。

## 4 结 论

HALF 光源将是我国具有世界先进水平的软 X 射线与 VUV 衍射极限储存环光源, 其束流能量为 2.2 GeV。HALF 提出并采用了一种具有长、短直线节的变版 H6BA lattice, 其具有增大动力学孔径、降低束流发射度和阻尼时间、增加直线节空间占比的综合优势。采用该 lattice 设计的 HALF 储存环自然发射度为 86 pm·rad, 长、短直线节数目为 40 个。由于具有相对较大的动力学孔径, HALF 储存环的束流注入采用离轴的脉冲多极铁注入方式。HALF 储存环的束内散射效应相当严重, 采用高次谐波腔拉伸束团以及全耦合束流模式可以显著抑制束内散射效应。根据初步建立的 HALF 储存环的全环阻抗, 模拟计算了各种束流不稳定性, 预计通过采用相关措施可以抑制这些束流不稳定性。

## 参考文献:

- [1] Bei M, Borland M, Cai Y, et al. The potential of an ultimate storage ring for future light sources[J]. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 2010, 622(3): 518-535.
- [2] Hettel R. DLSR design and plans: an international overview[J]. *Journal of Synchrotron Radiation*, 2014, 21(Pt 5): 843-855.
- [3] Li Weimin, Wang Lin, Feng Guangyao, et al. The concept of Hefei Advanced Light Source (HALS)[C]//Proceedings of EPAC08. 2008: 2136-2138.
- [4] Wang Lin, Feng Guangyao, Zhang Shancai, et al. The lattice design of Hefei advanced light source (HALS) storage ring[C]//Proceedings of EPAC08. 2008: 2142-2144.
- [5] Wang Lin, Li Weimin, Feng Guangyao, et al. The upgrade project of Hefei light source (HLS)[C]//Proceedings of IPAC'10. 2010: 2588-2590.
- [6] Bai Zhenghe, Yang Penghui, Li Weimin, et al. Design study for the first version of the HALS lattice[C]//Proceedings of IPAC2017. 2017: 2713-2715.
- [7] Bai Zhenghe, Wang Lin. Study of multi-bend achromat lattices for the HALS diffraction-limited storage ring[C]//60th ICFA Advanced Beam Dynamics Workshop on Future Light Sources. 2018: 25-27.
- [8] Bai Zhenghe, Yang Penghui, Yang Zihui, et al. Design of the second version of the HALS storage ring lattice[C]//9th International Particle Accelerator Conference. 2018: 4601-4604.
- [9] Bai Zhenghe, Wang Lin. Super-period multi-bend achromat lattice with interleaved dispersion bumps for the HALS storage ring[C]//9th International Particle Accelerator Conference. 2018: 3597-3599.
- [10] Bai Zhenghe, Li Wei, Liu Gangwen, et al. Study of seven-bend achromat lattices with interleaved dispersion bumps for HALS[C]//10th International Particle Accelerator Conference. 2019: 1495-1497.
- [11] Bai Zhenghe, Liu Gangwen, Li Wei, et al. Super-period locally symmetric lattices for designing diffraction-limited storage rings[C]//10th International Particle Accelerator Conference. 2019: 1498-1500.
- [12] Bai Zhenghe, Liu Gangwen, He Tianlong, et al. A modified hybrid 6BA lattice for the HALS storage ring[C]//12th International Particle Accelerator Conference. 2021: 407-409.
- [13] Einfeld D, Plesko M, Schaper J. First multi-bend achromat lattice consideration[J]. *Journal of Synchrotron Radiation*, 2014, 21(Pt 5): 856-861.
- [14] Farvacque L, Carmignani N, Chavanne J, et al. A low-emittance lattice for the E. S. R. F. [C]//Proceedings of IPAC2013. 2013: 79-81.
- [15] Borland M, Sun Y, Sajaev V, et al. Lower emittance lattice for the advanced photon source upgrade using reverse bending magnets[C]//Proceedings of NAPAC2016. 2016: 877-880.
- [16] Riemann B, Streun A. Low emittance lattice design from first principles: reverse bending and longitudinal gradient bends[J]. *Physical Review Accelerators and Beams*, 2019, 22: 021601.
- [17] Alekou A, Bartolini R, Carmignani N, et al. Study of a double triple bend achromat (DTBA) lattice for a 3 GeV light source[C]//Proceedings of IPAC2016. 2016: 407-409.
- [18] Xu Jianhao, Yang Penghui, Liu Gangwen, et al. Constraint handling in constrained optimization of a storage ring multi-bend-achromat lattice[J]. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 2021, 988: 164890.
- [19] Takaki H, Nakamura N, Kobayashi Y, et al. Beam injection with a pulsed sextupole magnet in an electron storage ring[J]. *Physical Review Special Topics-Accelerators and Beams*, 2010, 13: 020705.
- [20] He Tianlong, Bai Zhenghe. Graphics-processing-unit-accelerated simulation for longitudinal beam dynamics of arbitrary bunch trains in electron storage rings[J]. *Physical Review Accelerators and Beams*, 2021, 24: 104401.
- [21] He Tianlong, Li Weiwei, Bai Zhenghe, et al. Periodic transient beam loading effect with passive harmonic cavities in electron storage rings[J]. *Physical Review Accelerators and Beams*, 2022, 25: 024401.