



·新型激光技术专题·

基于分数阶傅里叶变换的模式测控一体化方法*

文俊龙¹, 李 玮¹, 谭建昌¹, 郑世杰¹, 李筱薇¹, 罗 韵², 王建军², 冯国英¹

(1. 四川大学 电子信息学院, 激光微纳工程研究所, 成都 610065; 2. 中国工程物理研究院 激光聚变研究中心, 四川 绵阳 621900)

摘 要: 提出了一种基于分数阶傅里叶变换的模式测控一体化方法。利用分数阶傅里叶变换光路对光纤模式耦合态进行空间调制和相位调制, 以实现模式的有效分解。与双重傅里叶变换 (F^2) 法以及空间和频谱成像 (S^2) 法相比, 采用的分数阶傅里叶变换法, 通过改变分数阶参数, 控制模式的空间分布以及模式间的叠加状态, 更易于分解出高阶模式。基于分数阶傅里叶变换的模式测量方法可在更广泛空间, 研究模式的空间和相位叠加以及模式分解, 也可退化为 F^2 法和 S^2 法。

关键词: 模式测控; 分数阶傅里叶变换; 模式分解; 模式控制; 高阶模式

中图分类号: TN249

文献标志码: A

doi: 10.11884/HPLPB202133.210489

Integrated mode measurement and control method based on fractional Fourier transform

Wen Junlong¹, Li Wei¹, Tan Jianchang¹, Zheng Shijie¹, Li Xiaowei¹, Luo Yun², Wang Jianjun², Feng Guoying¹

(1. Institute of Laser and Micro/Nano Engineering, College of Electronics and Information Engineering, Sichuan University, Chengdu 610065, China;

2. Laser Fusion Research Center, CAEP, Mianyang 621900, China)

Abstract: In this paper, the integrated mode measurement and control method based on fractional Fourier transform is proposed. The fractional Fourier transform optical system is used to modulate the spatial and phase distributions of the fiber mode coupling states so that the mode decomposition can be realized effectively. Compared with dual Fourier transform (F^2) method as well as spatial and spectral imaging (S^2) method, the fractional Fourier transform method adopted in this system is easier to decompose high-order modes by changing fractional order parameters, and controlling the spatial distributions of modes as well as the superposition states between modes. The mode measurement method based on the fractional Fourier transform can be studied in the spatial and phase superposition of modes in a wider range of space, and it can also be degenerated to F^2 and S^2 methods.

Key words: mode measurement and control; fractional Fourier transform; modal decomposition; mode control; high order mode

在光纤中传输的光波以离散模式的形式传播, 每个模式都具有特定的功率、复振幅分布和传播常数。由于模式具有不同的传播常数, 它们在传输过程中相对相位差会发生改变, 这些模式耦合后形成的横向光强分布也在不断改变^[1]。在实际条件下, 由于纤维制造缺陷或外部扰动, 如微弯曲和宏观弯曲或任何其他类型的应力, 模式间还存在功率交换^[2-3], 引起了人们广泛的研究兴趣^[4-5]。模式耦合对光纤激光器的发展也至关重要。光纤激光器的模式不稳定性已被证明发生在一定的功率阈值下, 并被确定为限制功率进一步提升的主要限制因素^[6-8]。另一方面, 模式耦合已被证明是一种有价值的锁模机制^[9], 并可在光纤激光中实现波长可调谐^[10]。模式耦合可以通过多个输入、多个输出处理来控制, 通过优化光纤折射率轮廓设计可以实现模式耦合^[11-12]。光纤模式表征是目前的研究热点, 在多种表征方法中, 空间和频谱成像 (S^2) 法和双重傅里叶变换 (F^2) 法具有显著的优越性, 可不需要提前知道光纤的几何参数, 就可获得模场分布、模式功率占比、群时延等特性。 S^2 法对实验装置移动精度要求较高, F^2 法适合

* 收稿日期: 2021-10-15; 修订日期: 2021-11-10

基金项目: 等离子体物理重点实验室基金项目 (6142A04200210); 国家自然科学基金委员会-中国工程物理研究院联合基金项目 (U1730141)

联系方式: 文俊龙, 2645670798@qq.com。

通信作者: 冯国英, guoing_feng@scu.edu.cn;

李 玮, weili@scu.edu.cn。

于表征高功率光纤激光的模场特性^[13-15]。文献 [16] 提出了一种分析少模光纤模式分布的方法,利用动态空间相位掩模将光纤模式映射到不同的频率,获得光纤模式分布。

本文基于实验室已经建立的 F^2 模式测量方法和 S^2 模式测量方法,利用分数阶傅里叶变换光路灵活可变、可以实现更多操作^[17-19]的特点,提出了改进的能实现模式测量与控制的分数阶傅里叶变换测量方法。该方法涵盖了 F^2 法和 S^2 法所处的整数阶傅里叶变换空间,在分数阶傅里叶变换的更广泛空间,研究模式的空间变换叠加和相位叠加以及模式分解,可有效分解出光纤中的高阶模式。

1 理论模型

1.1 光纤模式耦合

光纤中存在模式 1 和模式 2,它们的归一化电场分布分别为 $E_1(x,y)$ 和 $E_2(x,y)$,传播常数分别为 β_1 和 β_2 。在通过长度为 m 的光纤传输后,输出端面处的电场分布可以写成^[20]

$$E(x,y,m,t) = \left[\sqrt{1-M}E_1(x,y)\exp(j\beta_1 m) + \sqrt{M}E_2(x,y)\exp(j\beta_2 m) \right] \exp(-j\omega t) \quad (1)$$

式中: M 表示模式 2 的功率占比; ω 表示光波频率。

进一步整理可获得的电场分布为^[21]

$$E(x,y,m,t) = \left[\sqrt{1-M}E_1(x,y) + \sqrt{M}E_2(x,y)\exp(-j\Delta\varphi) \right] \exp(-j\omega t)\exp(-j\beta_1 m) \quad (2)$$

式中: $\Delta\varphi$ 表示模式 1 和模式 2 的模式间相位差。

光纤端面处耦合后的光强分布可以由下式计算^[20]

$$I(x,y,m,\omega) = (1-M)|E_1(x,y)|^2 + M|E_2(x,y)|^2 + 2\sqrt{M-M^2}\text{Re}\{E_1(x,y)E_2^*(x,y)\exp(j(\omega-1)\Delta\varphi)\} \quad (3)$$

输出光束的相对功率水平 (MPI) 与模式 2 功率占比的关系^[15]

$$P_{\text{MPI}} = 10\lg\left(\frac{M}{1-M}\right) \quad (4)$$

1.2 分数傅里叶变换光路

实现单透镜系统的分数傅里叶变换光路如图 1 所示。当输入面到透镜的距离 d_1 (发射距离) 和输出面到透镜的距离 d_2 (探测距离) 相等时,此时为文献^[17]所提到的第一种分数阶傅里叶变换光路。

输入场 $E_0(x,y)$ 经过 p 阶分数傅里叶变换可得输出场 $E_p(x_1,y_1)$, 从下式可得^[17]

$$E_p(x_1,y_1) = F^p\{E_0(x,y)\} = \iint E_0(x,y)\exp\left[j\pi\frac{x^2+x_1^2+y^2+y_1^2}{\lambda f_1 \tan\theta} - j2\pi\frac{xx_1+yy_1}{\lambda f_1 \sin\theta}\right] dx dy \quad (5)$$

式中: θ 为角度; λ 为光的波长; f_1 为标准焦距^[17]。

角度 θ 可由下式得到^[17]

$$\theta = p\pi/2 \quad (6)$$

标准焦距 f_1 可由下式得到^[17]

$$f_1 = f \sin\theta \quad (7)$$

式中: f 为透镜的焦距。

针对于分数阶傅里叶变换光路,发射距离与探测距离相等时,发射距离可由下式得到^[17]

$$d_1 = f_1 \tan(\theta/2) \quad (8)$$

当发射距离与探测距离不相等时,输出光场分布与发射距离以及探测距离的关系由下式可得^[22]

$$E_p(x_1,y_1) = j \frac{f \exp\left[j\frac{\pi}{\lambda(d_2-f)}(x_1^2+y_1^2)\right]}{\lambda(d_1d_2-d_1f-d_2f)} \iint E_0(x,y)\exp\left\{j\frac{\pi}{\lambda} \frac{d_2f}{d_1d_2-d_1f-d_2f} \left[\left(\frac{f}{f-d_2}x_1-x\right)^2 + \left(\frac{f}{f-d_2}y_1-y\right)^2\right]\right\} dx dy \quad (9)$$

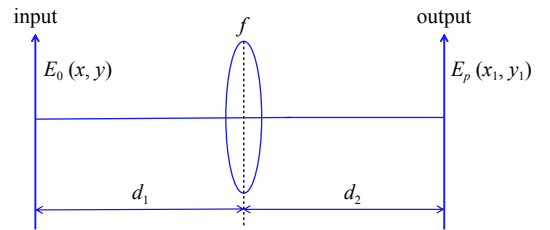


Fig. 1 Diagram of fractional Fourier transform optical path

图 1 分数阶傅里叶变换光路图

2 仿真分析

中心耦合与偏移耦合对应的横向光强分布如图2所示。图2(a)为LP₀₁模和LP₁₁模在不同功率占比 M 的情况下,按中心耦合后横向归一化光强分布曲线。图2(b)为LP₀₁模和LP₁₁模在不同功率占比 M 的情况下,按偏移耦合后横向归一化光强的分布曲线。LP₀₁模的峰值光强在 $x=-5\ \mu\text{m}$ 处,LP₁₁模的中心在 $x=0$ 处,两模式进行错位叠加,此种情况可能发生在弯曲、挤压、扭曲的光纤中,也可能在空间叠加。随着功率占比 M 的增加,耦合态中LP₀₁模的功率占比减小,LP₁₁模的功率占比增加,耦合光斑左峰峰会变窄,右峰峰值光强增大,此种情况是LP₀₁模和LP₁₁模耦合态峰值不对称形成的原因之一。

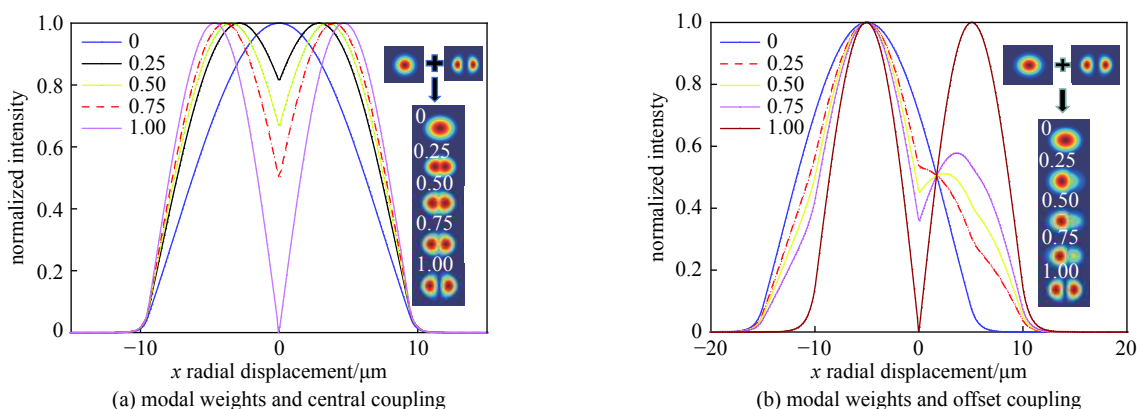


Fig. 2 Transverse light intensity distributions corresponding to the central coupling and the offset coupling

图2 中心耦合与偏移耦合对应的横向光强分布

LP₀₁模和LP₁₁模在不同功率占比 M ,中心耦合的情况下,随模式间相位差变化的横向光强分布如图3所示。模式叠加的光强分布随着模式间相位差的变化而变化,模式间相位差在0到 π 之间,会出现左右峰值不对称,模式间相位差为 $\pi/2$ 时,看到较为明显的LP₁₁模式的光强分布。

LP₀₁模式和LP₁₁模式在不同功率占比 M 、中心耦合的情况下,横向归一化强度分布随模式间相位差的变化如图4所示。可见,当LP₀₁模式的功率占比为0时,强度分布曲线为双峰结构,中间为暗点,是明显的LP₁₁模式;当LP₀₁模式的功率占比为1时,强度分布曲线为单峰结构,是明显的LP₀₁模式;当LP₀₁模式的功率占比取值在0~1之间时,虽然每个模式的强度分布曲线是对称的,但这些模式耦合后的强度分布曲线是非对称的。

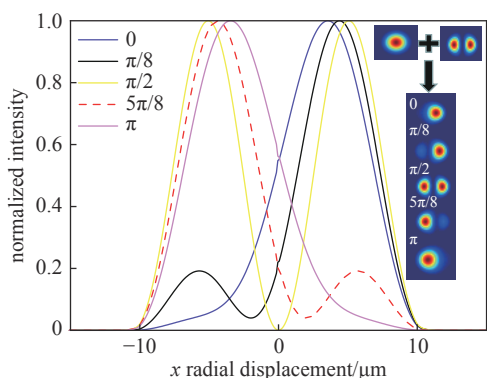


Fig. 3 Transverse light intensity distributions corresponding to different phase differences between modes

图3 光斑横向光强分布随模式间相位差变化的情况

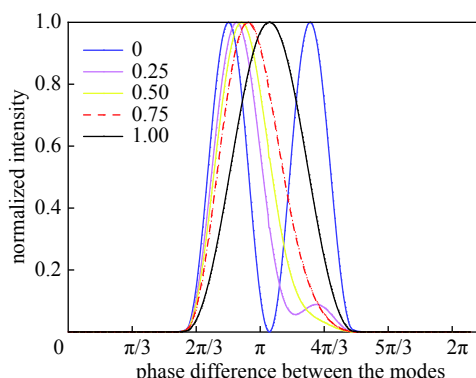


Fig. 4 Curve of the transverse intensity distributions at one point in the center of the coupling along with the phase difference between the modes

图4 耦合中心一点处横向强度分布随模式间相位差的变化曲线

3 实验结果

基于分数阶傅里叶变换实现光纤模式测量与控制的实验方案如图5所示。通过改变光纤发射端和透镜之间的距离以及透镜到光纤接收端的距离实现分数阶傅里叶变换。系统从左至右依次为:1064 nm的宽谱光源,待测光纤(FUT),光纤发射端,焦距为3 cm的凸透镜,偏振器,光纤接收端,光谱仪及计算机系统。图5所示的光学测控系统不仅可以实现分数阶傅里叶变换法的模式测量与控制,也可以实现 S^2 法和 F^2 法的模式测量与控制。分数阶

数为 1 时, 测量转变为 F^2 法; 分数阶数为 2 时, 测量转变为 S^2 法。当分数阶在变化时, 各个模式的空间尺寸发生变化, 相位也发生变化, 模式叠加形成的光斑强度分布也发生变化。通过调节发射距离和探测距离, 可以改变分数阶数, 从而控制模式的相对强度分布及相位分布, 即改变了模式的干涉状态, 从而可以实现模式的控制及分解。

分数傅里叶变换阶数与模式分解之间的关系如图 6 所示, 图 6(a) 为分数阶数分别为 1.05, 1.10, 1.15, 1.20, 1.25 和 1.30 时, 测量得到的群时延曲线。可以看出, 分数阶数对峰值形状影响较小, 主要影响相对功率的大小, 在峰值处可以确定模场分布。图 6(b) 为图 6(a) 标记的第二个尖峰处, 在分数阶数分别为 1.05, 1.10, 1.15, 1.20, 1.25 和 1.30 时所对应的模式光强分布。图 6(b) 中六幅图随着分数阶数的增加, 两个瓣的方向发生变化。这与文献 [17] 中分数阶数变化可以导致模式花样旋转的推论是一致的。

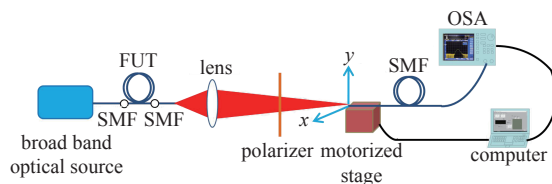
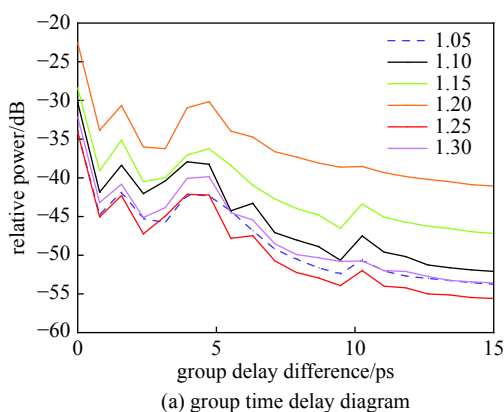
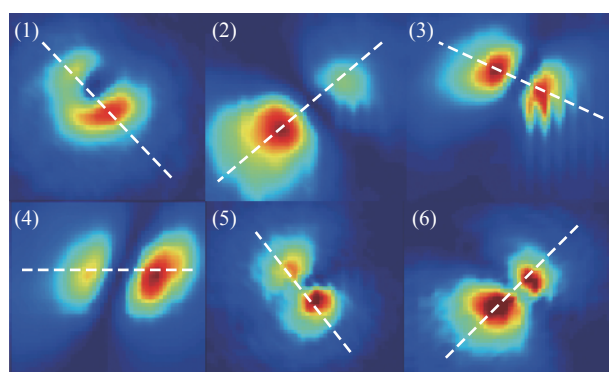


Fig. 5 Fractional Fourier modal integrated measurement and control system

图 5 分数阶傅里叶变换模式测控一体化系统



(a) group time delay diagram

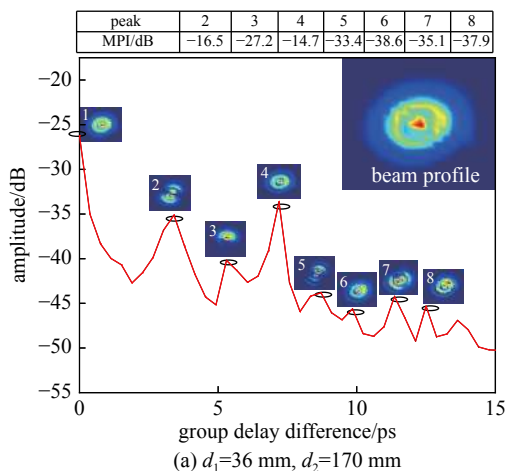


(b) modal diagram

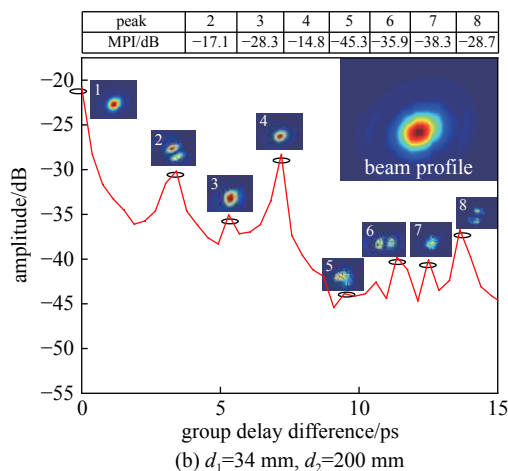
Fig. 6 Relation between the fractional Fourier transform order and the modal decomposition

图 6 分数傅里叶变换阶数与模式分解之间的关系

发射距离和探测距离与模场分布以及 MPI 值的关系如图 7 所示。图 (a), (b), (c), (d) 的基本模式含量分别为 94.208%, 93.858%, 94.664%, 94.875%, 图 7(a) 的原光斑呈现出强弱变化的阶梯环形光强分布, 此时可以激发出高阶模的轮廓, 如标号“2”, 可判断模式主要成分为 LP_{12} 模式, 内部两个瓣强度不均等的原因根据之前的结论可判断为模式耦合引起, 而图 (b), (c), (d) 没有激发出明显的高阶模式轮廓。由此, 可以判断分数傅里叶变换阶数改变, 会影响模式的耦合, 激发出更高阶模式, 提升更高阶模式的含量。值得注意的是, 图 7(b) 和图 7(d) 中, 标号“2”对应的模式是典型的 LP_{01} 模和 LP_{11} 模耦合造成的。图 7(c) 中, 标号“2”所表示的模式, 由图 2(a) 和图 3, 在共中心耦合情况下单纯改变模式功率占比和模式间相位差的方法是得不到的。由此可以根据图 2(b) 中的非共中心耦合方法来推断, 可以推断出该模式主要由 LP_{01} 和 LP_{11} 错位耦合造成。与此同时, 也可以说明改变发射距离和探测距离, 在合适的位置处可以引起模式的非共中心的错位耦合。



(a) $d_1=36$ mm, $d_2=170$ mm



(b) $d_1=34$ mm, $d_2=200$ mm

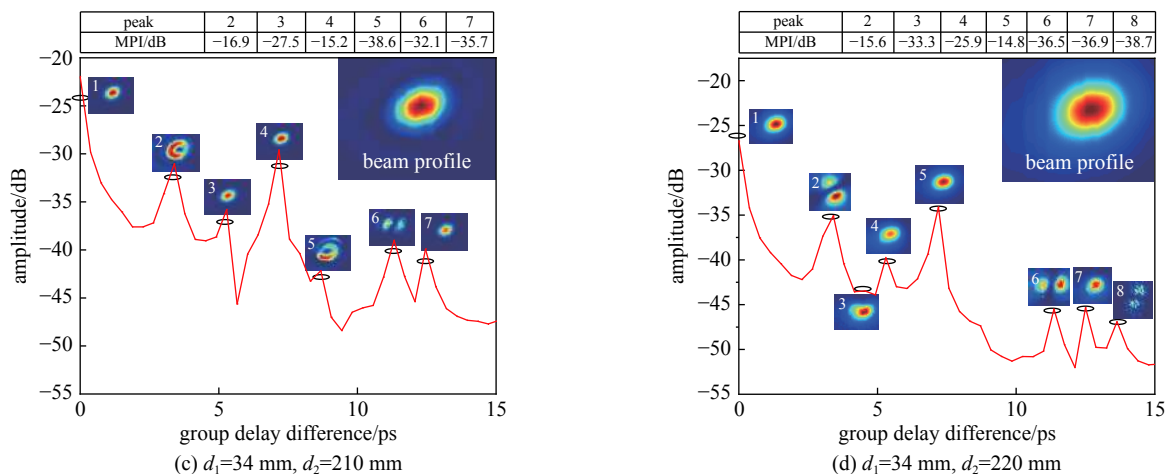


Fig. 7 Influence of the emission distance and the detection distance on the mode field distributions and the MPI

图 7 发射距离和探测距离对模场分布以及 MPI 的影响

在图 7(d) 中对应的模式光强的横向与纵向分布曲线如图 8 所示。图 8(a) 为光强的横向分布曲线，图 8(b) 为光强的纵向分布曲线。从图 8 中可以看出，在不同群时延下，模式的形状相近或相似，并不代表这就是单一模式，模场分布存在差异就说明存在模式的耦合。

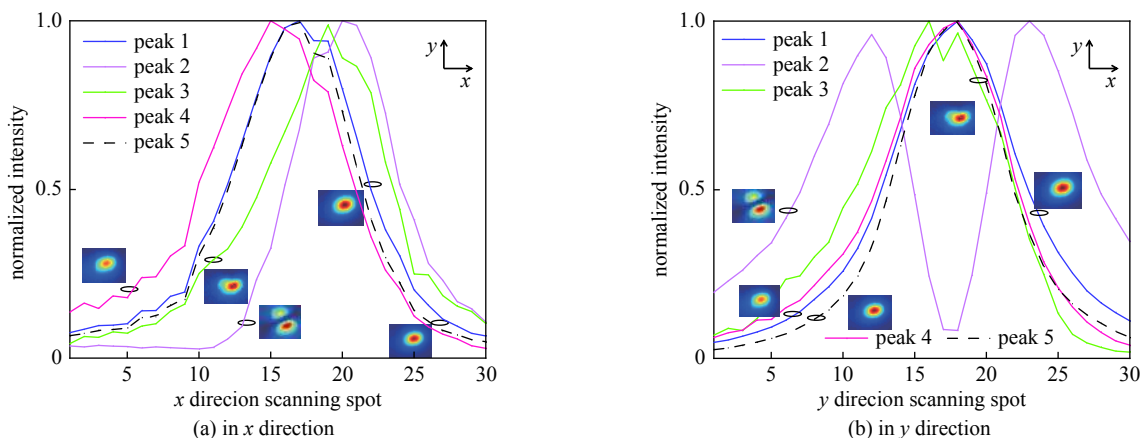


Fig. 8 Mode intensity distributions in x direction and y direction corresponding to spikes in Fig. 7(d)

图 8 在图 7(d) 中对应尖峰的模式沿 x 方向和 y 方向的光强分布

当改变透镜到探测光纤的距离 d_2 时，光斑横向光强分布随探测距离变化的关系如图 9 所示。通过改变探测距离，改变了测控系统的分数阶数，也改变了模式间的叠加状态。由于低阶模式发散小，高阶模式发散大，选择合适的探测距离，高阶模式更易显现，也更易被分解。

分数傅里叶变换法和 S^2 法测量得到的模式光强分布如图 10 所示，其中 (a)~(d) 为分数傅里叶变换法测量得到的模式，(e)~(h) 为采用 S^2 法测量得到的模式光强分布图。分数阶傅里叶变换模式测控一体化方法，具有较好的模式分解功能，可以通过改变发射距离和探测距离逐步分离出单一模式。另外， S^2 法在光纤端面的成像点位置扫描，由于像点尺寸太小扫描精度不够，难以测量得到高阶模式的模场分布。

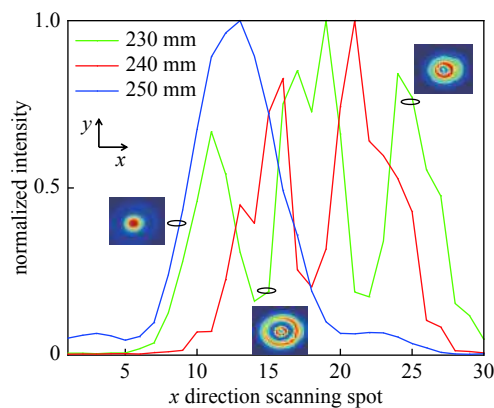


Fig. 9 Relation of intensity distributions of the primary light spot in x direction with the detection distance

图 9 原光斑在 x 方向的光强分布与探测距离的关系

4 结论

本文提出分数阶傅里叶变换模式测控一体化方法，通过设置光学系统的傅里叶变换分数阶数，改变模式间相

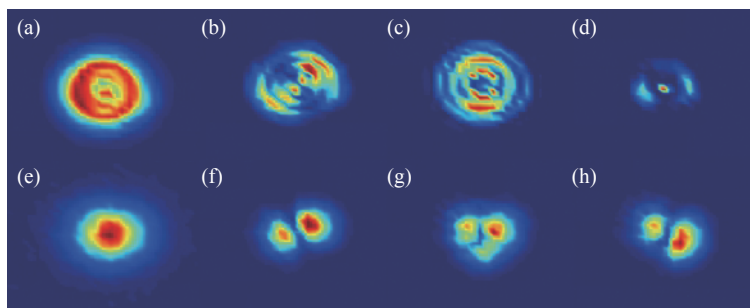


Fig. 10 Modes measured by the fractional Fourier transform method ((a)-(d)) and S^2 method ((e)-(h))

图 10 采用分数阶傅里叶变换法和 S^2 法测量得到的模式

位差、模式耦合权重、模式耦合空间位置, 以此实现模式测量与控制。该方法的优点在于通过设置分数阶数改变模式的耦合状态, 更容易测出高阶模式。当分数阶数为 1 时, 可转变为 F^2 法; 当分数阶数为 2 时, 可转变为 S^2 法。

参考文献:

- [1] Zhao Yongliang, Su Delong, Li Yongxi. A multi-parameter sensor based on cascaded photonic crystal cavities filled with magnetic fluid[J]. *Optics and Photonics Journal*, 2020, 10(7): 183-196.
- [2] Schulze C, Brüning R, Schröter S, et al. Mode coupling in few-mode fibers induced by mechanical stress[J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2015, 33(21): 4488-4496.
- [3] Randel S, Ryf R, Sierra A, et al. 6×56-Gb/s mode-division multiplexed transmission over 33-km few-mode fiber enabled by 6×6 MIMO equalization[J]. *Optics Express*, 2011, 19(17): 16697-16707.
- [4] Willner A E, Huang H, Yan Y, et al. Optical communications using orbital angular momentum beams[J]. *Advances in Optics and Photonics*, 2015, 7(1): 66-106.
- [5] Li Guifang, Bai Neng, Zhao Ningbo, et al. Space-division multiplexing: the next frontier in optical communication[J]. *Advances in Optics and Photonics*, 2014, 6(4): 413-487.
- [6] Hansen K R, Alkeskjold T T, Broeng J, et al. Theoretical analysis of mode instability in high-power fiber amplifiers[J]. *Optics Express*, 2013, 21(2): 1944-1971.
- [7] Eidam T, Wirth C, Jauregui C, et al. Experimental observations of the threshold-like onset of mode instabilities in high power fiber amplifiers[J]. *Optics Express*, 2011, 19(14): 13218-13224.
- [8] Jauregui C, Eidam T, Otto H J, et al. Physical origin of mode instabilities in high-power fiber laser systems[J]. *Optics Express*, 2012, 20(12): 12912-12925.
- [9] Proctor J, Kutz J N. Nonlinear mode-coupling for passive mode-locking: application of waveguide arrays, dual-core fibers, and/or fiber arrays[J]. *Optics Express*, 2005, 13(22): 8933-8950.
- [10] Yun S H, Hwang I K, Kim B Y. All-fiber tunable filter and laser based on two-mode fiber[J]. *Optics Letters*, 1996, 21(1): 27-29.
- [11] Gruner-Nielsen L, Sun Yi, Nicholson J W, et al. Few mode transmission fiber with low DGD, low mode coupling, and low loss[J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2012, 30(23): 3693-3698.
- [12] Yan Wei, Xu Xiaojun, Wang Jianguo. Modal decomposition for few mode fibers using the fractional Fourier system[J]. *Optics Express*, 2019, 27(10): 13871-13883.
- [13] 张澍霖, 冯国英, 周寿桓. 基于空间域和频率域傅里叶变换 F^2 的光纤模式成分分析[J]. *物理学报*, 2016, 65: 154202. (Zhang Shulin, Feng Guoying, Zhou Shouhuan. Fiber modal content analysis based on spatial and spectral Fourier transform[J]. *Acta Physica Sinica*, 2016, 65: 154202)
- [14] 冯国英, 郑世杰, 谭建昌, 等. 光纤激光模场及表征技术进展[J]. *强激光与粒子束*, 2021, 33: 031001. (Feng Guoying, Zheng Shijie, Tan Jianchang, et al. Progress on mode field distribution and characterization technology of the optical fiber laser[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2021, 33: 031001)
- [15] Nicholson J W, Yablon A D, Ramachandran S, et al. Spatially and spectrally resolved imaging of modal content in large-mode-area fibers[J]. *Optics Express*, 2008, 16(10): 7233-7243.
- [16] Zhou Hailong, Zhu Qiuchi, Liang Wenhai, et al. Mode measurement of few-mode fibers by mode-frequency mapping[J]. *Optics Letters*, 2018, 43(7): 1435-1438.
- [17] Lohmann A W. Image rotation, Wigner rotation, and the fractional Fourier transform[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 1993, 10(10): 2181-2186.
- [18] 吴平, 李波, 陈天禄, 等. 分数傅里叶变换面上余弦-高斯光束的变换特性[J]. *强激光与粒子束*, 2005, 17(12): 1787-1790. (Wu Ping, Li Bo, Chen Tianlu, et al. Transformation properties of a Cosine-Gaussian beam in fractional Fourier transform plane[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2005, 17(12): 1787-1790)
- [19] Dai Z P, Wang Y B, Zeng Q, et al. Propagation and transformation of four-petal Gaussian vortex beams in fractional Fourier transform optical system[J]. *Optik - International Journal for Light and Electron Optics*, 2021, 167644: 1-9.
- [20] Wang Chongxi, Pan Chen, Xu Jinsheng, et al. Analysis of misalignment, twist, and bend in few-mode fibers using spatially and spectrally resolved imaging[J]. *Optical Fiber Technology*, 2020, 56: 102205.
- [21] Wielandy S. Implications of higher-order mode content in large mode area fibers with good beam quality[J]. *Optics Express*, 2007, 15(23): 15402-15409.
- [22] 文亮. 分数傅里叶变换及其应用[D]. 重庆: 重庆大学, 2008: 1-40 (Wen Liang. Fractional Fourier transform and its application[J]. Chongqing: Chongqing University, 2008: 1-40)