

基于激光雷达的垂直能见度反演算法及其误差评估*

宋海润, 王晓蕾, 李浩

(国防科技大学 气象海洋学院, 南京 210000)

摘 要: 针对大气垂直方向上消光系数分布不均匀难以用传统方法直接测量垂直能见度的问题, 提出了一种基于激光雷达探测垂直能见度的计算方法。根据大气辐射传输基本原理, 借助于辐射传输方程, 推导出了垂直能见度的计算公式; 然后利用激光雷达原理方程和 Klett 算法反演出大气垂直方向上的消光系数分布, 基于此提出了垂直能见度的迭代算法。最后, 利用灰色模型 GM(1,1) 和批统计算法, 对激光雷达反演得到的后向散射系数进行了评估, 给出了误差置信区间为 $(0.760 \pm 0.339) \times 10^{-4} (\text{srad} \cdot \text{km})^{-1}$ 。结果表明, 该方法是一种特别有效的计算垂直能见度的方法, 符合探测的基本需求, 且误差小精度高。

关键词: 激光雷达; 垂直能见度; 消光系数; 辐射传输方程; GM(1,1) 模型; 批统计

中图分类号: TN958.98

文献标志码: A

doi: 10.11884/HPLPB202032.190250

Inversion algorithm of vertical visibility based on lidar and its error evaluation

Song Hairun, Wang Xiaolei, Li Hao

(College of Meteorology and Oceanography, National University of Defense Technology, Nanjing 210000, China)

Abstract: To solve the problem that the non-uniform distribution of extinction coefficients in the vertical direction of the atmosphere makes it difficult to directly measure the vertical visibility by traditional methods, this paper presents a method for calculating the vertical visibility based on lidar detection. Firstly, according to the basic principle of atmospheric radiation transmission and radiation transfer equation, it deduces the calculation formula of vertical visibility, which solves the problem that there is no specific formula for calculating vertical visibility. Secondly, it inverts the extinction coefficient distribution in the vertical direction of the atmosphere by using the lidar equation and Klett algorithm. On this basis, it proposes an iterative algorithm for vertical visibility. Finally, it uses the gray model GM(1,1) and batch statistics algorithm to evaluate the backscattering coefficient obtained by laser radar inversion, and gives the error confidence interval $(0.760 \pm 0.339) \times 10^{-4} (\text{srad} \cdot \text{km})^{-1}$. The results show that the method is a particularly effective one for calculating vertical visibility, which meets the basic requirements of detection, with small error and high precision.

Key words: lidar; vertical visibility; extinction coefficient; radiative transfer equation; GM(1,1) model; batch statistics

大气能见度是气象观测的常规项目之一, 它不仅是表征大气透明度的一个重要参量, 还可以表示大气的光学状态^[1-2]。按照观测者与目标物的相对位置, 可把能见度分为水平能见度、垂直能见度和斜程能见度。能见度的好坏会对交通运输、环境检测、科技发展、军事活动、人们的工作生活等产生直接的影响^[3], 能见度的大小直接决定了飞机是否能够安全降落。能见度可以作为研究气团性质和空气污染的重要因素, 因而, 快速准确地测量不同方向的能见度具有十分重要的意义。

能见度的测量可分为目测和器测两种方法。目测主要是通过人眼感知不同距离上目标物发出的光来确定能见度。器测主要通过能见度仪进行测量, 常用的能见度仪有前向散射式、后向散射式和透射式, 且主要用于

* 收稿日期: 2019-07-01; 修订日期: 2019-11-05

基金项目: 国家自然科学基金项目(41575025)

作者简介: 宋海润(1996—), 男, 硕士研究生, 从事战场环境检测研究; songhairun1996@163.com。

通信作者: 王晓蕾(1964—), 女, 硕士, 教授, 从事测试计量技术与仪器研究工作; wangxiaolei0199@163.com。

水平能见度的测量。近年来,激光雷达逐渐被用于能见度的测量,成为了一种新型的能见度测量仪器。激光雷达不仅可以测量水平能见度,还可以测量垂直能见度和斜程能见度,具有测量范围广、抗干扰性强、分辨率高等优点^[4-5]。

垂直能见度既可表征气团的性质,也可以反映大气层垂直方向上粒子的运动状况。利用激光雷达测量垂直能见度,关键在于找到一种可靠的算法。本文主要基于激光雷达原理方程和 Klett 算法反演出大气垂直方向上的消光系数分布,利用辐射传输方程推导出垂直能见度的计算公式,提出了根据垂直方向上消光系数分布的垂直能见度迭代算法,并利用灰色模型 GM(1,1)和批统计算法评估了激光雷达反演后向散射系数的精度,给出了误差置信区间。

1 基于辐射传输方程的垂直能见度计算方法

目标物发出的光在大气中传播,其本质是一束辐射在介质中传播,将会与介质相互作用。假设辐射强度为 I_λ ,在它传播方向上经过 dz 厚度后,被介质吸收和散射减弱为 $I_\lambda + dI_\lambda^{(1)}$,则有

$$dI_\lambda^{(1)} = -I_\lambda k_\lambda \rho dz \quad (1)$$

式中: ρ 为介质密度; k_λ 为对辐射波长的质量消光截面。

除了受到介质的吸收和散射而减弱外,辐射强度也会因相同波长上介质的发射及多次散射得到增强,则有

$$dI_\lambda^{(2)} = J_\lambda k_\lambda \rho dz \quad (2)$$

式中: J_λ 为源函数。则辐射在其传播方向上经过 dz 厚度后的总变化为

$$dI_\lambda = dI_\lambda^{(1)} + dI_\lambda^{(2)} = (-I_\lambda + J_\lambda) k_\lambda \rho dz \quad (3)$$

则有

$$\frac{dI_\lambda}{k_\lambda \rho dz} = (-I_\lambda + J_\lambda) \quad (4)$$

式(4)为基本的辐射传输方程,当忽略多次发射和散射的增量贡献时,辐射传输方程可简化为

$$\frac{dI_\lambda}{k_\lambda \rho dz} = -I_\lambda \quad (5)$$

设在 $z=0$ 处的入射强度为 $I_\lambda(0)$,则在 z_1 处的出射强度通过对式(5)积分得到为

$$I_\lambda(z_1) = I_\lambda(0) e^{-\int_0^{z_1} k_\lambda \rho dz} \quad (6)$$

令消光系数 $\sigma(z) = k_\lambda \rho$,则有

$$I_\lambda(z_1) = I_\lambda(0) e^{-\int_0^{z_1} \sigma(z) dz} \quad (7)$$

水平方向上,可认为 $\sigma(z)$ 分布均匀与 z 无关,则有

$$I_\lambda(z_1) = I_\lambda(0) e^{-z_1 \sigma} \quad (8)$$

式中: z_1 即为需要获得的垂直能见度。此式就是著名的 Beer 定律,或称 Bouguer 定律,或称 Lambert 定律,通过此式可以得到水平能见度的计算公式。

然而,在垂直高度上, $\sigma(z)$ 分布不均匀,与距离 z 有关,则

$$C = \frac{I_\lambda(z_1)}{I_\lambda(0)} = e^{-\int_0^{z_1} \sigma(z) dz} \quad (9)$$

式中: C 为辐射经过距离 z 后的透射因子。在计算气象光学距离时,透射因子取 5%^[6-8]。对式(9)进一步化简得

$$\int_0^{z_1} \sigma(z) dz = 3 \quad (10)$$

式(10)即是反演垂直能见度的计算公式。

2 激光雷达的垂直能见度反演迭代算法

2.1 基于激光雷达和 Klett 算法的消光系数反演

激光雷达是利用大气气体分子和气溶胶对激光的散射、吸收特性来辨识和推断大气状况的探测仪器^[8-9]。激

光雷达主要是向大气中发射一束短的激光脉冲光,接收经过大气散射回的能量,通过发射的激光脉冲能量和接收到的激光脉冲能量来获得大气的基本物理属性。本文中采用型号为 CL51 型的激光雷达,其主要技术指标如表 1 所示。

表 1 CL51 型激光雷达主要技术指标
Table 1 The main technical indicators of CL51 lidar

laser wavelength/nm	operating mode	pulse energy/ μ Ws	repetition rate/kHz	optics focus/mm	effective lens diameter/mm	measurement range/km	range resolution/m	measurement interval/s	field-of-view divergence/mrad
910	pulsed	3.0	6.5	450	148	0~15.4	10	6	0.56

设激光雷达发射激光脉冲能量为 E_0 , 接收到距离 z 处的大气散射回的能量为 $P_r(z)$, 则由激光雷达方程给出

$$P_r(z) = E_0 \frac{c A}{2 z^2} \beta(z) \cdot e^{-2 \int_0^z \sigma(\tau) d\tau} \quad (11)$$

式中: c 为光速; A 为有效接收面积; $\beta(z)$ 为距离为 z 位置的大气后向散射系数; $e^{-2 \int_0^z \sigma(\tau) d\tau}$ 为双向大气透射率。

由 Klett 反演算法^[10-11] 知, 在忽略分子散射的浑浊大气中, 大气消光系数和后向散射系数存在以下关系

$$\beta(z) = C_0 \sigma(z)^B \quad (12)$$

式中, C_0 是常数; B 的取值范围为 $0.67 \sim 1$, 与激光波长和气溶胶的性质有关。结合激光雷达的技术指标和当地的大气状况, 本文 C_0 取 0.03 , B 值取 1 。

通过联立式(11)和式(12)便可求得大气距离激光雷达 z 处的大气消光系数和大气后向散射系数。

2.2 垂直能见度的反演迭代算法

本文采用的激光雷达在垂直方向上发射波长为 910 nm 的激光脉冲, 每 67 ns 重复进行采样一次, 提供从地面到 15.4 km 高空 10 m 空间分辨率的数据。按照式(10)进行垂直能见度的计算, 具体流程如图 1 所示。

首先获取激光雷达垂直测量的原始回波信号, 根据激光雷达方程和 Klett 算法反演得到大气消光系数的垂直分布。由于得到的消光系数是以 10 m 为空间分辨率分布的, 便可假设在垂直高度上每 10 m 高度的大气是分布均匀的, 取其代表整 10 倍高度上的消光系数作为此最近 10 m 高度上消光系数的代表值。然后对其在一定高度上积分, 当在一定高度上对消光系数的积分 S 等于 3 时, 该高度便可认为是此时刻的垂直能见度。若在激光雷达的探测范围内, 对消光系数的积分依然满足小于 3 , 则取激光雷达的探测上限 15.4 km 为此时刻的垂直能见度。

2.3 垂直能见度迭代算法的应用

激光雷达架设于南京市南京南站附近, 按以上流程计算 2019 年 5 月 2 日的垂直能见度分布。利用激光雷达方程和 Klett 算法得到 2019 年 5 月 2 日 00 时 00 分的大气消光系数廓线, 如图 2 所示。

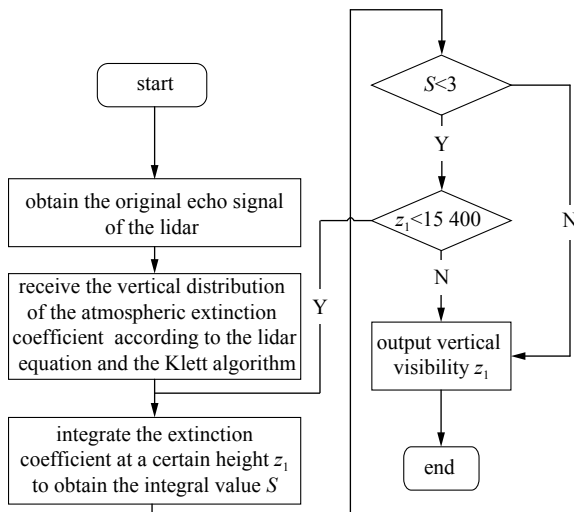


Fig. 1 The inversion flow chart of vertical visibility

图 1 垂直能见度反演流程图

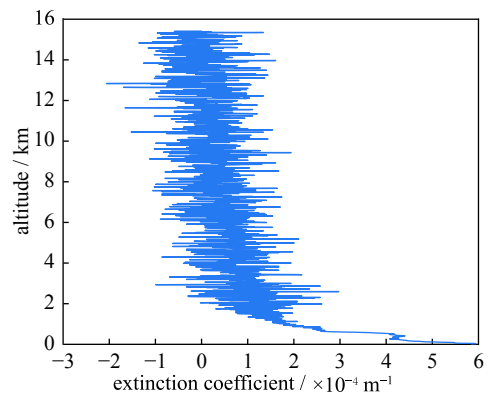


Fig. 2 Atmospheric extinction coefficient profile at 00:00 on May 2, 2019

图 2 2019 年 5 月 2 日 00 时 00 分大气的消光系数廓线

由大气消光系数的分布廓线可知, 其大小是随高度而减小的, 且呈分层结构。在 $0 \sim 2 \text{ km}$ 的高度上, 消光系数是指数衰减的; 在 $2 \sim 15 \text{ km}$ 的高度上, 消光系数也是随高度衰减的, 但其衰减率逐渐变小, 从而说明大气层中大部

分的颗粒、气溶胶等主要分布在 0~2 km 的高空中,但 2~15 km 的高空仍有少量的颗粒和气溶胶粒子。

基于某一时刻大气消光系数的分布廓线,可以得到此时刻的垂直能见度,将一天 24 h 内的大气消光系数分布廓线分别积分,便得到了如图 3 所示的 24 h 内的垂直能见度分布曲线。

从 2019 年 5 月 2 日垂直能见度变化曲线可看出,全天垂直能见度大于 4 km,大约有 5/8 时间段的垂直能见度大于激光雷达的工作范围(15.4 km),说明该时间段内大气颗粒较少,空气较为纯净;有 1/4 时间段的垂直能见度为 5 000 m 左右,说明该时间段内有中云在激光雷达上空运动;有 1/8 时间段的垂直能见度为 8 000 m 左右,说明该时间段内有高云从激光雷达上空掠过。从以上分析中,可以看出,5 月 2 日全天垂直能见度较好,天空中无低云,处于晴天状态。

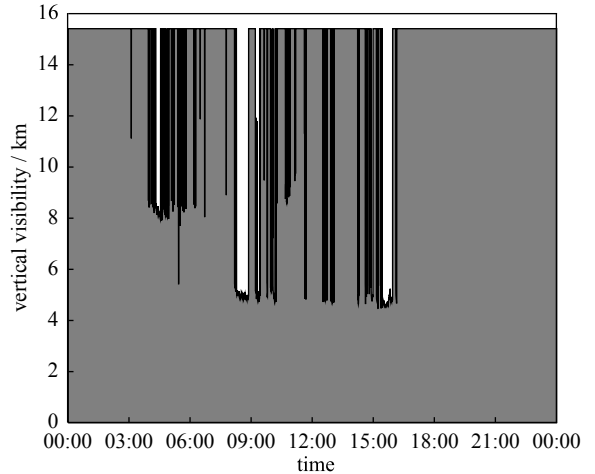


Fig. 3 Vertical visibility curve on May 2, 2019

图 3 2019 年 5 月 2 日垂直能见度变化曲线

3 基于 GM (1,1) 模型的激光雷达测量误差评估

利用激光雷达方程和 Klett 算法反演得到的后向散射系数,作为初始数据,选取某一高度上的后向散射系数进行数据处理。由于某一高度上的后向散射系数是一个随时间变化的被测量,有一定的变化规律,故其属于动态测量过程。动态测量过程受到各种随机因素的影响,具有不确定性、动态性、随机性等特征^[12-14]。在对动态测量数据处理的过程中,灰色系统理论^[15-16]、批统计^[17]等算法表现出明显的优势。

在测量数据概率分布未知的情况下,灰色模型 GM(1,1)的预测机制比较完善,可以准确评估动态测量过程中测量点的瞬时值大小,但是无法估计其置信区间,因而无法评估在给定置信区间下的动态测量不确定度^[18-19];批统计算法可以在 GM(1,1)评估测量点瞬时值大小的情况下,计算得到测量点误差,给出动态测量数据的置信区间^[20]。综上所述,批统计算法和灰色模型 GM(1,1)均无法对后向散射系数做出准确的评估。为此,本节结合灰色系统理论和批统计算法进行数据处理,主要是利用灰色模型 GM(1,1)得到各个测量点的误差,然后进行批统计处理获得测量数据的置信区间。

3.1 GM (1,1) 模型

灰色模型 GM(1,1)是由我国学者邓聚龙于 20 世纪 80 年代初创立的,其研究对象是一个对于系统结构和参数含有部分“贫信息”的不确定系统。GM(1,1)预测模型是由一个变量的一阶微分方程构成的灰色模型,预测后向散射系数的基本流程为:首先对随时间变化的后向散射系数测量序列进行累加以及对邻近的后向散射系数求均值获得该灰色系统理论的算子,利用算子得到 GM(1,1)模型对应的灰微分方程,并通过最小二乘法进行求解得到 GM(1,1)预测模型中两个评估参数,即可得 GM(1,1)预测模型^[21]。

设 $X^{(0)}$ 为非负后向散射系数的测量数据序列,即

$$X^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(n)) \quad (13)$$

式中: n 为测量数据序列的次数。令累加生成算子为 $x^{(1)}(i) = \sum_{k=1}^i x^{(0)}(k) (k = 1, 2, \dots, n)$, 生成新的数据序列(1-AGO), 即

$$X^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), x^{(1)}(3), \dots, x^{(1)}(n)) \quad (14)$$

令最小二乘法算子为 $z^{(1)}(k) = \frac{1}{2}(x^{(1)}(k) + x^{(1)}(k-1)) (k = 1, 2, \dots, n)$, 生成二乘法像序列,即

$$Z^{(1)} = (z^{(1)}(1), z^{(1)}(2), z^{(1)}(3), \dots, z^{(1)}(n)) \quad (15)$$

GM(1,1)的灰微分方程为

$$x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b \quad (16)$$

使累加生成算子和最小二乘法算子通过最小二乘法线性求解式(16)可解得参数 a 和 b 的值,同时,可得到

GM(1,1) 的白化方程为

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = b \quad (17)$$

解得白化方程为后向散射系数数据序列的时间响应函数, 为

$$x^{(1)}(t) = \left(x^{(1)}(1) - \frac{b}{a}\right)e^{-at} + \frac{b}{a} \quad (18)$$

则有对应的时间响应序列, 即后向散射系数的预测模型为

$$\bar{x}^{(1)}(k+1) = \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a}\right)e^{-ak} + \frac{b}{a}, k = 1, 2, \dots, n \quad (19)$$

还原值得到的后向散射系数预测序列为

$$x^{(0)}(k+1) = \bar{x}^{(1)}(k+1) - \bar{x}^{(1)}(k) = (1 - e^{-a})\left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a}\right)e^{-ak}, k = 1, 2, \dots, n \quad (20)$$

3.2 批统计算法

批统计算法流程: 以所有后向散射系数测量数据序列每一次测量所得的差值作为整个测量范围的一个样本, 计算其系统误差和标准偏差, 即可得到后向散射系数测量数据的误差区间^[20]。

设测量序列的差值为 $x(k) = x^{(0)}(k) - x^{(0)}(k)$, 则有

$$X = (x(1), x(2), x(3), \dots, x(n)) \quad (21)$$

以公式(22)计算系统误差, 以公式(23)计算标准偏差, 则测量数据序列的误差区间为 $(\bar{X} - KS, \bar{X} + KS)$, K 为置信系数。

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x(i)}{n} \quad (22)$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x(i) - \bar{X})^2}{n-1}} \quad (23)$$

式中: $x(i)$ 为第 i 次测量的差值; \bar{X} 为测量序列的系统误差; S 为测量序列差值的标准偏差。

3.3 结果

选取 2019 年 5 月 2 日和 5 月 3 日高度为 0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100 m 的后向散射系数数据, 建立 GM(1,1) 预测模型, 得到各个测量点数据的偏差如图 4 所示。

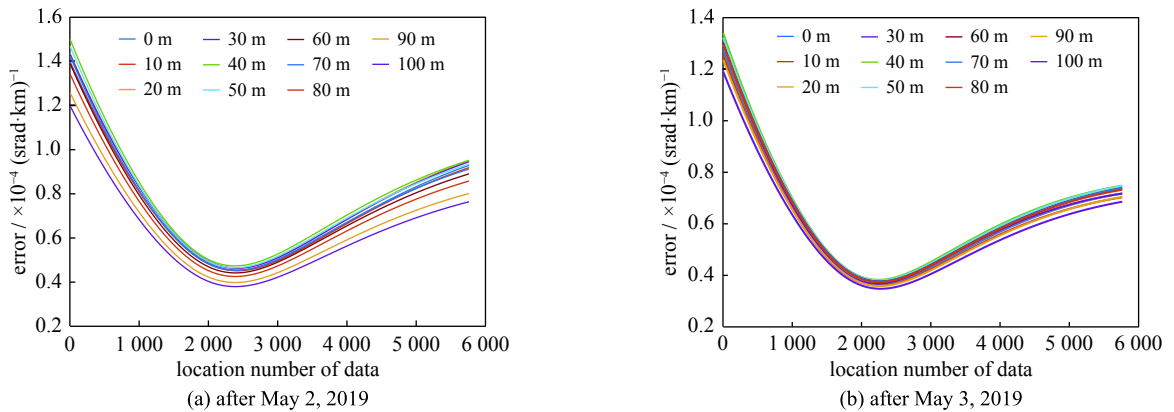


Fig. 4 Error distribution curves of backscattering coefficient

图 4 后向散射系数偏差曲线

由图 4 可知, 后向散射系数偏差曲线服从反正弦分布, 则置信系数 K 取 $\sqrt{2}$, 对其偏差进行批处理, 结果见表 2 所示。

表 2 后向散射系数的批统计结果分析表

Table 2 Backscattering coefficient deviation result analysis by batch statistics

date	altitude/m	mean of error/ $10^{-4}(\text{srad}\cdot\text{km})^{-1}$	standard deviation of error/ $10^{-4}(\text{srad}\cdot\text{km})^{-1}$	confidence interval/ $10^{-4}(\text{srad}\cdot\text{km})^{-1}$
2019-05-02	0	0.726	0.225	0.726 ± 0.318
	10	0.721	0.223	0.721 ± 0.316
	20	0.743	0.231	0.743 ± 0.327
	30	0.741	0.230	0.741 ± 0.326
	40	0.760	0.240	0.760 ± 0.339
	50	0.746	0.235	0.746 ± 0.332
	60	0.708	0.223	0.708 ± 0.223
	70	0.726	0.228	0.726 ± 0.322
	80	0.683	0.215	0.683 ± 0.304
	90	0.639	0.201	0.639 ± 0.284
2019-05-03	100	0.609	0.192	0.609 ± 0.192
	0	0.604	0.203	0.604 ± 0.287
	10	0.593	0.200	0.593 ± 0.282
	20	0.608	0.206	0.608 ± 0.292
	30	0.608	0.207	0.608 ± 0.292
	40	0.632	0.213	0.632 ± 0.302
	50	0.628	0.211	0.628 ± 0.298
	60	0.619	0.207	0.619 ± 0.293
	70	0.618	0.207	0.617 ± 0.292
	80	0.615	0.207	0.615 ± 0.292
	90	0.590	0.197	0.590 ± 0.279
	100	0.571	0.190	0.571 ± 0.269

为能够表征激光雷达在动态测量全范围内获取后向散射系数的准确度,选取偏差均值最大值作为激光雷达动态测量中的误差,置信区间为 $(0.760\pm 0.339)\times 10^{-4}(\text{srad}\cdot\text{km})^{-1}$ 。

4 结 论

大气垂直方向上的能见度既可以反映大气层的稳定程度,也可作为判定气团性质和研究大气污染的重要因子。垂直能见度的精确测量对大气科学研究和军事交通都有着十分重要的意义。但是,精确测量垂直能见度却不是一件容易的事情,其主要面对两个难题:一是垂直方向上消光系数分布不均匀,无法用传统的能见度计算公式进行测量;二是无用于垂直能见度测量的仪器。本文结合大气辐射传输的基本原理,推导出了垂直能见度的计算公式;结合计算公式给出了垂直能见度的迭代反演算法,利用激光雷达探测得到的消光系数作为算法的输入,最后得到垂直能见度的大小。探测反演个例表明,计算结果和实际天气状况相符。为验证激光雷达反演数据的可靠性,选取两天共 22 组探测数据,利用灰色模型 GM(1,1)和批统计算法,得到反演后的后向散射系数误差的置信区间为 $(0.760\pm 0.339)\times 10^{-4}(\text{srad}\cdot\text{km})^{-1}$,精度较高,符合大气探测的基本需要。基于激光雷达的垂直能见度算法是一种有效的计算方法,为进一步探测垂直能见度提供了一种新思路。

参考文献:

- [1] 中国气象局. 地面气象观测规范[M]. 北京: 气象出版社, 2003. (China Meteorological Administration. Ground weather observation criterion. Beijing: China Meteorological Press, 2003)
- [2] 冯帅, 蒋立辉, 熊兴隆, 等. 含有突变信号的激光雷达能见度反演[J]. 红外与激光工程, 2017, 46(3): 222-228. (Feng Shuai, Jiang Lihui, Xiong Xinglong, et al. Lidar visibility inversion with breakpoint signal[J]. Infrared and Laser Engineering, 2017, 46(3): 222-228)
- [3] 熊兴隆, 闫朴, 蒋立辉, 等. 测风激光雷达应用于机场能见度及云底高探测[J]. 激光与红外, 2010, 40(8): 817-820. (Xiong Xinglong, Yan Pu, Jiang Lihui, et al. Application of wind lidar in detection of the airport's visibility and cloud base height[J]. Laser and Infrared, 2010, 40(8): 817-820)
- [4] 吕炜煜, 苑克娥, 魏旭, 等. 对流层气溶胶和水汽的车载激光雷达系统的探测[J]. 红外与激光工程, 2016, 45(3): 200-206. (Lü Weiyu, Yuan Ke'e, Wei Xu, et al. A mobile lidar system for aerosol and water vapor detection in troposphere with mobile lidar[J]. Infrared and Laser Engineering, 2016, 45(3): 200-206)

- [5] 熊兴隆, 蒋立辉, 冯帅. Mie散射激光雷达回波信号处理方法[J]. *红外与激光工程*, 2012, 41(1): 89-95. (Xiong Xinglong, Jiang Lihui, Feng Shuai. Return signals processing method of Mie scattering lidar[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, 41(1): 89-95)
- [6] Kyung W K. The comparison of visibility measurement between image-based visual range, human eye-based visual range, and meteorological optical range[J]. *Atmospheric Environment*, 2018, 190: 74-86.
- [7] 李浩, 孙学金, 单陈华, 等. 关于气象能见度理论与观测的讨论[J]. *解放军理工大学学报(自然科学版)*, 2013, 14(3): 297-302. (Li Hao, Sun Xuejin, Shan Chenhua, et al. Basis theory and observation of meteorological visibility[J]. *Journal of PLA University of Science and Technology(Natural Science Edition)*, 2013, 14(3): 297-302)
- [8] 孙学金, 王晓蕾, 李浩, 等. 大气探测学[M]. 北京: 气象出版社, 2009: 362-367. (Sun Xuejin, Wang Xiaolei, Li Hao, et al. Atmospheric detection theory. Beijing: China Meteorological Press, 2009: 362-367)
- [9] Cai Y, Korotkova O, Eyyuboğlu H T, et al. Active laser radar systems with stochastic electromagnetic beams in turbulent atmosphere[J]. *Optics Express*, 2008, 16(20): 15834-15846.
- [10] Ji Hongzhu, Chen Siying, Zhang Yinchao, et al. Calibration method for the reference parameter in Fernald and Klett inversion combining Raman and Elastic return[J]. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 2017, 188: 71-79.
- [11] 田鹏飞, 张镭, 曹贤洁, 等. 基于Fernald和Klett方法确定气溶胶消光系数边界值[J]. *量子电子学报*, 2013, 30(1): 57-65. (Tian Pengfei, Zhang Lei, Cao Xianjie, et al. A novel approach based on Fernald's and Klett's method to determine the atmospheric extinction coefficient boundary value[J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 2013, 30(1): 57-65)
- [12] 林洪桦. 测量误差与不确定度评估[M]. 北京: 机械工业出版社, 2009: 384-397. (Lin Honghua. Measurement error and uncertainty assessment. Beijing: China Machine Press, 2009: 384-397)
- [13] Hessling J P. Propagation of dynamic measurement uncertainty[J]. *Measurement Science and Technology*, 2011, 22(10): 105-117.
- [14] Engel R, Baade H. Quantifying impacts on the measurement uncertainty in flow calibration arising from dynamic flow effects[J]. *Flow Measurement and Instrumentation*, 2014, 44(8): 51-60.
- [15] Xia X, Meng Y, Shi B J, et al. Bootstrap forecasting method of uncertainty for rolling bearing vibration performance based on GM(1,1)[J]. *Journal of Grey System*, 2015, 27(2): 78-92.
- [16] Tang D, Peng J. Evaluation about measurement uncertainty of vertical metal oil tank based on grey system theory[C]//IEEE International Conference on Cognitive Informatics and Cognitive Computing. 2011: 235-239.
- [17] Reese S E, Archer K J, Therneau T M, et al. A new statistic for identifying batch effects in high-throughput genomic data that uses guided principal component analysis[J]. *Bioinformatic*, 2013, 29(22): 2877-2883.
- [18] 汪启跃, 王中宇, 王岩庆, 等. 乏信息空间机械臂随机振动信号的灰自助评估[J]. *北京航空航天大学学报*, 2016, 42(4): 858-864. (Wang Qiyue, Wang Zhongyu, Wang Yanqing, et al. Estimation of space manipulator random vibration signals with poor information based on grey bootstrap method[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2016, 42(4): 858-864)
- [19] Wang Y, Wang Z, Sun J, et al. Dynamic uncertainty analysis for random vibration signals in flight test[J]. *Journal of Aircraft*, 2014, 51(6): 1966-1972.
- [20] Zhang H, Tian X, Deng X, et al. Multiphase batch process with transitions monitoring based on global preserving statistics slow feature analysis[J]. *Neurocomputing*, 2018, 293: 64-86.
- [21] 王丰效. 基于合作对策的非等距灰色组合预测模型[J]. *沈阳理工大学学报*, 2006, 25(6): 35-38. (Wang Fengxiao. Unequal interval gray combination forecasting model based on cooperative game[J]. *Transactions of Shenyang Ligong University*, 2006, 25(6): 35-38)