## 基于 PANDA 平台的光机部件随机振动响应分析

王柯颖, 范宣华, 陈学前, 牛红攀

(中国工程物理研究院总体工程研究所,四川绵阳 621999)

摘 要: 基于 PANDA 自主并行计算平台,采用模态叠加法开展了多点基础激励作用下的随机振动响应分 析算法设计和并行实现研究,构建了相应的并行求解模块。针对光机装置打靶样机中的六自由度平台结构,基 于自主研发的软件模块,分析了该结构的模态特性及结构在地脉动载荷下的微振动响应,并与试验结果及商业 软件分析结果进行了比对,在模态频率、振型和位移响应方面,都具有较好的一致性,验证了相关软件模块的 正确性和 PANDA 平台在实际工程结构分析中的可用性。

# Random vibration response analysis of Shenguang laser facility component based on PANDA platform

Wang Keying, Fan Xuanhua, Chen Xueqian, Niu Hongpan (Institute of Systems Engineering, CAEP, Mianyang 621999, China)

**Abstract:** Reliability design requirements for large and complex equipment pose new challenges to numerical simulation of structural dynamics. In this paper, based on self-developed parallel computing platform PANDA, the modal superposition method is used to calculate the random vibration response under multi-point foundation excitation. The algorithm design and parallel implementation are carried out, and the corresponding solving module is constructed. Taking the six-degree-of-freedom platform structure in the target positioning prototype of Shenguang facility as a numerical example, the modal and random vibration responses of the structure under ground fluctuating load are analyzed with our self-developed progress modules in PANDA platform. The analysis results are compared with the test results and commercial software analysis results. In terms of mode frequency, mode shape and displacement response, the results are consistent, which verifies the correctness of the relevant software and proves the feasibility of PANDA platform in actual engineering structural analysis. The correlative studies have important significance on solving dynamic analysis problems of complex equipments with autonomic software and breaking limitations of commercial finite element software.

**Key words:** PANDA platform; multi-point foundation excitation; random vibration; six-degree-offreedom platform; finite element analysis

近些年,逐渐发展起来的并行计算研究是解决大型复杂装备高效精细数值模拟的有效手段,通过构建底层并 行数据结构,为各类应用软件搭建并行计算框架和平台,从而实现各类应用的超大规模计算。近年来,并行计算技 术在许多领域都取得了一定进展,如,任健等人设计的多物理耦合程序的并行策略<sup>[1]</sup>,张锐等人提出大规模声学边 界元法的 GPU 并行计算<sup>[2]</sup>等。在动力学领域,国外比较有代表性的包括美国圣地亚实验室基于 SIERRA<sup>[3]</sup>框架基 础上的 Salinas 软件<sup>[4]</sup> 以及日本在地球模拟计划基础上形成的 TSV 系列软件等。中国工程物理研究院、中国科学 院等科研机构也在积极研发高性能力学分析并行软件平台,如 PANDA, PHG, PFEPG 等<sup>[5-7]</sup>。本文研究基于中国工 程物理研究院 JAUMIN 框架<sup>[8]</sup>,在自主 PANDA 平台上针对存在多个不同基础激励的多点随机振动分析,设计相应 求解算法和软件模块,实现多点基础激励求解功能,并在光机装置典型部件中开展相关应用验证研究。

<sup>\*</sup> 收稿日期:2019-07-19; 修订日期:2019-11-14

基金项目:国家重点研发计划项目 (2016YFB0201005),国家自然科学基金项目 (11872059),国防基础科研计划项目 (C1520110002) 作者简介:王柯颖(1985—),男,学士,工程师,主要从事结构动力学高性能计算软件研发;wangky@caep.cn。 通信作者:范宣华(1981—),男,博士,研究员,博士生导师,主要从事结构动力学研究;fanxh@caep.cn。

随着惯性约束聚变(ICF)技术的发展及其物理实验的深入,光机装置的结构日趋复杂,且对结构的稳定性要求 也越来越高<sup>19</sup>,其中打靶系统作为光机关键部件,对稳定性要求更为苛刻。为了实现打靶系统高精度调节和定位, 了解打靶系统不同部位的振动响应情况以指导结构稳定性设计,需对打靶系统开展动力学建模与模拟。由于打靶 系统连接结构较多,需要对打靶系统进行分解,通过对各子结构开展基于结构模态试验结果的数值模拟。本文针 对某光机装置打靶系统原型样机中关键子结构——六自由度平台开展稳定性分析,并与某商业有限元软件分析 结果以及试验结果进行对比,对 PANDA 平台随机振动分析功能进行测试和验证。

### 1 多点随机振动相关理论

多点基础激励作用下的动力学运动方程可以表示为

$$\begin{bmatrix} M & M_{\rm C} \\ M_{\rm C}^{\rm T} & M_{\rm R} \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{c} \ddot{u} \\ \ddot{u}_{\rm R} \end{array} \right\} + \begin{bmatrix} C & C_{\rm C} \\ C_{\rm C}^{\rm T} & C_{\rm R} \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{c} \dot{u} \\ \dot{u}_{\rm R} \end{array} \right\} + \begin{bmatrix} K & K_{\rm C} \\ K_{\rm C}^{\rm T} & K_{\rm R} \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{c} u \\ u_{\rm R} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ R \end{array} \right\}$$
(1)

式中: *M*, *C*, *K* 是自由节点自由度对应的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵; *M*<sub>R</sub>, *C*<sub>R</sub>, *K*<sub>R</sub> 是有基础激励的支撑节点自由度对应的矩阵; *M*<sub>C</sub>, *C*<sub>C</sub>, *K*<sub>C</sub> 是自由节点和含基础激励约束节点自由度耦合部分对应的矩阵; *u* 是自由节点自由度对应的位移向量; *u*<sub>R</sub> 是含基础激励支撑节点自由度位移向量; *R* 是支撑反力。

式(1)中 u 可以分解成两部分:由基础运动引起的准静态位移 us 和结构的动态位移 ud,准静态位移

$$\boldsymbol{u}_{\mathrm{s}} = -\boldsymbol{K}^{-1}\boldsymbol{K}_{\mathrm{C}}\boldsymbol{u}_{\mathrm{R}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{u}_{\mathrm{R}} \tag{2}$$

式中: A为 u<sub>R</sub> 到 u<sub>s</sub> 的影响系数矩阵。将式 (2) 代入式 (1), 忽略较小的阻尼矩阵项和质量矩阵项, 可得

$$M\ddot{u}_{\rm d} + C\dot{u}_{\rm d} + Ku_{\rm d} = -M\ddot{u}_{\rm s} = -MA\ddot{u}_{\rm R} \tag{3}$$

式(3)为对应于动态部分的基本运动方程。对于该运动方程,关键在于如何确定影响系数矩阵 A。从式(2)的 表达式来看,需要求解自由节点对应刚度矩阵的逆矩阵,这对于大规模并行计算来说是需要尽量避免的。假定共 有 N个不同的基础激励作用于结构上,每个基础激励的作用位置和方向各不相同。准静态位移向量可以表示为 N个位移向量的和,可以得到

$$\boldsymbol{u}_{s} = \boldsymbol{A} \sum_{l=1}^{N} \boldsymbol{d}_{l} \boldsymbol{u}_{Rl} = \sum_{l=1}^{N} \boldsymbol{A} \boldsymbol{d}_{l} \boldsymbol{u}_{Rl} = \sum_{l=1}^{N} \tilde{\boldsymbol{A}}_{l} \boldsymbol{u}_{Rl}$$

$$\boldsymbol{M} \ddot{\boldsymbol{u}}_{d} + \boldsymbol{C} \dot{\boldsymbol{u}}_{d} + \boldsymbol{K} \boldsymbol{u}_{d} = -\sum_{l=1}^{N} \boldsymbol{M} \tilde{\boldsymbol{A}}_{l} \boldsymbol{u}_{Rl}$$
(4)

式中: *A*<sub>1</sub>是第1处单位基础位移引起的自由节点自由度的位移向量。通过式(4),将求解影响系数矩阵 *A* 转换成求 解 *N* 个单位基础激励引发的 *N* 个位移向量。程序实现时,对每个基础激励施加单位位移,其他激励处保持约束状态,求解结构的静态位移响应,得到一系列 *A*<sub>1</sub>。对于单点一致基础激励, *N*=1, *A*<sub>1</sub>将变成相应的单位方向向量组合 而成的向量(一致基础激励引起的结构位移与基础激励位移相同)。

采用模态叠加法进行解耦,对于第j个模态坐标,有

$$\ddot{\eta}_{j} + 2\omega_{j}\xi_{j}\dot{\eta}_{j} + \omega_{j}^{2}\eta_{j} = -\sum_{l=1}^{N}\gamma_{lj}\ddot{u}_{Rl}$$

$$\gamma_{lj} = \boldsymbol{\phi}_{j}^{T}\boldsymbol{M}\tilde{\boldsymbol{A}}_{l}$$
(5)

式中: $\eta_j$ 是模态坐标; $\omega_j$ 是模态频率; $\xi_j$ 是模态阻尼; $\gamma_{ij}$ 是第 l处基础激励对应的第 j阶模态参与系数。对于式 (5), 在频域内的解可以写成

$$\Pi_{j}(\omega) = -H_{j}(\omega) \left(\sum_{l=1}^{N} \gamma_{lj} \ddot{u}_{Rl}\right)$$

$$H_{j}(\omega) = \frac{1}{\omega_{j}^{2} - \omega^{2} + i(2\xi_{j}\omega\omega_{j})}$$
(6)

式中: $\Pi_{j}(\omega)$ 表示在频率  $\omega$  处第 j 阶模态的解; $H_{j}(\omega)$ 是第 j 阶模态对应的频响函数。根据模态功率谱的定义,第 k 个自由度总位移对应的自功率谱密度可以分解成动态、准静态和交叉项等三部分

$$S_{k}(\omega) = S_{dk}(\omega) + S_{sk}(\omega) + S_{sdk}(\omega)$$
<sup>(7)</sup>

对于 N 个基础激励,用 S<sub>lm</sub>(ω)表示各个激励的自谱和互谱,其中 l 和 m 是小于等于 N 的自然数。当 l=m 时, 表示第 l 个激励的自功率谱密度;当 l≠m 时,表示第 l 和第 m 个激励的互功率谱密度。动态位移部分对应的自功率 谱密度表达式为

$$S_{dk}(\omega) = \sum_{l=1}^{N} \sum_{m=1}^{N} \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{M} \phi_{ik} \phi_{jk} \gamma_{li} \gamma_{mj} H_i(\omega) H_j^*(\omega) S_{lm}(\omega)$$
(8)

准静态位移对应的自功率谱密度表达式为

$$S_{sk}(\omega) = \frac{1}{\omega^4} \sum_{l=1}^{N} \sum_{m=1}^{N} \tilde{A}_{lk} \tilde{A}_{mk} S_{lm}(\omega)$$
(9)

交叉项对应的自功率谱密度达式为

$$S_{\rm sdk}(\omega) = \frac{2}{\omega^2} \sum_{j=1}^{M} \sum_{l=1}^{N} \sum_{m=1}^{N} \phi_{jk} \bar{A}_{lk} \gamma_{mj} (H_j(\omega) S_{lm}(\omega))|_{\rm Re}$$
(10)

速度、加速度功率谱密度和位移功率谱密度之间的关系如为

$$S_{\dot{x}_{k}}(\omega) = \omega^{2} S_{k}(\omega)$$

$$S_{\ddot{x}_{k}}(\omega) = \omega^{4} S_{k}(\omega)$$
(11)

第 k个自由度对应的位移(或速度、加速度)均方根值可以表示为

$$\sigma_{k} = \operatorname{sqrt}(\int_{\omega_{i}}^{\omega_{i}} S_{k}(\omega) d\omega) \approx \operatorname{sqrt}(\sum \left[S_{k}(\omega + \Delta\omega) + S_{k}(\omega)\right) \Delta\omega/2\right]$$
(12)

#### 2 算法设计与并行实现

#### 2.1 算法设计

结合目前 JAUMIN 框架和 PANDA 平台的数据结构, 形成多点基础激励随机振动分析的算法设计如下:

(1)有限元建模和矩阵离散。根据多点激励约束结构特点和各载荷作用分布区域,构建基本的有限元模型,进行离散生成质量矩阵 *M* 和刚度矩阵 *K*,通过对每个基础激励施加单位位移,构建方向向量 *d*;

(2)基于质量矩阵 *M* 和刚度矩阵 *K* 的广义特征值问题, 开展模态分析并行求解, 获取分析频段内的各阶模态 频率和关于质量矩阵 *M* 正交归一化的模态振型;

(3)根据位移影响向量、总体质量矩阵和各阶模态振型,计算不同激励对应的各阶模态参与系数 γ<sub>lj</sub>(二维数组);

(4)对每个基础激励,计算其位移影响向量 *A*<sub>l</sub>。根据结构基础数量的不同 *A*<sub>l</sub>的计算方法也不同;对于只有一个基础的结构, *A*<sub>l</sub>为基础自由度上的单位量,对于有多个基础的情况,通过假定其他基础激励保持约束状态下计 算单位基础位移作用下的结构静力学分析,获得对应的 *A*<sub>l</sub>;

(5)以关注节点的自由度为循环开展响应计算,对于每个自由度,根据给定激励曲线的离散频率,采用式 (8)~(10)计算各个激励谱线对响应的贡献,每个离散频率下的响应计算如下:

 ① 根据曲线离散频率和各阶模态对应的模态阻尼比,构建模态坐标系下的解耦方程,分别计算各阶模态对应 的频响函数;

② 按照模态坐标系下的离散频率点对应的频响函数值以及模态参与系数,计算各阶模态坐标下稳态响应;

③进行模态叠加,分别计算关注自由度的动态位移稳态响应和绝对位移稳态响应;

(6)累加所有激励谱线对响应的贡献,分别输出各关注节点的响应曲线。

在以上算法设计中,输入参数的描述包括主要求解频段范围、模态分析和模态扩展的个数、模态阻尼比以及 各基础激励的描述,基础激励的描述又包括频域曲线、激励方向和激励作用的位置等。

#### 2.2 并行实现简介

PANDA 是笔者所在团队基于 JAUMIN 框架数据结构研发的结构力学有限元并行分析软件平台,最初从2007年开始研发,后来逐步在 JAUMIN 框架下进行移植。PANDA 平台基本架构以及 JAUMIN 框架之间的关系如图 1 所示。目前整个 PANDA 平台包括静力学、模态和振动、冲击动力学等多类有限元分析软件,主要采用 C++和

#### 强激光与粒子束



Fig. 1 The basic configuration of PANDA platform 图 1 PANDA 基本结构

MPI 编写,包含代码 100 000 余行。本文的随机振动响应分析是模态和振动分析软件中的一个具体求解模块。 对于复杂工程结构, JAUMIN 框架结合前处理软件,完成结构的有限元建模和网格区域分解, PANDA 平台则 根据结构材料属性和外载荷条件等完成矩阵并行组装和求解。

根据 PANDA 平台模块化编程的思想,兼顾代码复用 和效率提升,多点基础激励随机振动响应分析的实现由多 个基本功能组合形成,如图 2 所示。可以看到,软件通过 PANDA 模态分析求出约束系统的固有频率和模态振型, 分别提供给模态叠加过程和随机振动响应计算过程。谱 线管理器处理输入激励,包括多个基础的自功率谱密度 (自谱)和它们之间的互功率谱密度曲线(互谱)。自谱为 实数曲线,互谱为复数曲线。结构对于每个基础激励都有 对应的准静态位移和模态参与系数;通过直接构建或者求 解静力问题得到准静态位移,在此基础上形成各阶模态参 与系数。随机响应分析求解中根据模态参与系数、频响 函数、各阶模态振型以及输入的功率谱密度计算指定节 点自由度自功率谱密度,分为相对位移自功率谱密度、地 基准静态自功率谱密度以及它们的相关项三个部分分别





计算,也可以计算全场的均方根响应。响应计算结果以响应曲线或云纹图的形式输出。

在以上过程中,主要的并行环节包括模型区域分解和矩阵组装阶段、模态分析、输入激励的解析和处理、准静态位移与模态参与系数计算、功率谱曲线计算和全场均方根响应计算等。其中 JAUMIN 框架通过模型区域分解和负载平衡处理,将有限元模型信息均匀分配到各个计算节点。在各个计算节点,PANDA 平台结合模型参数信息并行生成质量矩阵和刚度矩阵;通过 JAUMIN 框架集成的 Krylov-Schur 算法或 Jacobi-Davidson 算法完成模态分析并行求解<sup>[5,10]</sup>,获得模态固有频率和分布式的模态振型信息,相关特征值算法具体实现细节及以上两种特征值算法的详细对比情况可参见文献[5]。随机振动响应分析的一些实现细节在文献[11] 中也有介绍。

#### 3 光机装置部组件响应分析

### 3.1 模型介绍

研究围绕光机装置中的典型部件六自由度平台开展。该平台由动平台、运动支链和静平台三个部分组成,如 图 3 所示。

为分析六自由度平台的动力学特性,在其动平台端设计圆筒形配重以模拟结构中前端负载,同时,便于试验研究,在其静平台端部设计试验夹具以便形成固支边界。通过有限元建模过程中的简化处理,包含配重及试验夹具的有限元分析模型如图4所示。稳定性分析的过程首先是对结构进行模态分析,然后基于模态叠加方法,开展六自由度平台结构在实测基础位移 PSD 载荷作用下的随机激励响应分析,随机振动分析中的模态阻尼比根据结构





Fig. 4FE model of six DOF platform图 4六自由度平台有限元模型

的模态试验结果取值。

在结构的夹具底座的节点上施加三个方向的固支约束。建模过程中,采用六面体实体单元进行网格划分, PANDA中的网格单元与商业有限元软件中的网格单元保持一致。

### 3.2 模态分析

采用 PANDA 计算得到的前七阶模态频率计算结果见表 1,表中同时给出了试验测试结果及某商业有限元软件 计算结果的对比情况。因为在实验测量中只测试了前 5 阶模态,没有第 6,7 阶固有频率的实验结果。从表 1 可以 看出,基于 PANDA 和商业软件对结构的模态计算结果高度吻合,相对误差最大为 0.53%。前五阶模态计算结果与 试验结果仅第三阶模态频率差别在 5% 左右,其他阶次模态频率差别均小于 2%,其中第一、第二和第五阶差别小 于 0.3%。考虑到第三阶模态振型表现为六自由度平台与前段配重的扭转,其在地脉动环境下对结构响应贡献很小。

rable 1 The comparison of hist rive natural in equencies between simulation and test										
rank	experimentation frequency/Hz	PANDA		commercial	software	error between PAND and				
		frequency/Hz	error/%	frequency/Hz	error/%	commercial software/%				
1	16.52	16.49	-0.18	16.53	0.06	-0.24				
2	20.26	20.21	-0.25	20.24	-0.10	-0.15				
3	44.20	41.97	-5.05	42.05	-4.86	-0.19				
4	53.66	54.42	1.42	54.47	1.51	-0.09				
5	57.45	57.55	0.17	57.59	0.24	-0.16				
6	_	71.17	-	71.46	-	-0.41				
7	_	88.01	_	88.48	_	-0.53				

表 1 结构前七阶固有频率比较 Table 1 The comparison of first five natural frequencies between simulation and test

基于 PANDA 与商业有限元软件计算得到结构模态振型也高度一致,限于篇幅,本文仅给出前四阶模态振型的对比情况,如图 5~图 8 所示。



Fig. 5 The first order mode deform contour of six DOF platform

图 5 结构第一阶模态振型





#### 3.3 响应分析

根据六自由度平台的微振动试验状态及测试结果,基础激励随机振动分析中,施加在结构基础 x, y, z 三个方向的位移功率谱密度(PSD)曲线如图 9 所示。

在上述基础激励的作用下,计算结构基础随机激励响应,取前七阶模态进行叠加。根据模态试验结果,系统前 七阶阻尼比分别设置 0.005, 0.005, 0.01, 0.015, 0.005, 0.005。取 5 个观测点,分析各观测点位移响应均方根值 并与试验结果比较。观测点在结构中的位置如图 10 所示。





Fig. 10 Location of test points 图 10 观测点位置图

基于 PANDA 和商业有限元软件计算结果的基础随机激励响应,五个观测点合位移均方根计算结果以及与试验结果的对比如表 2 所示。可以看出,基于 PANDA 与商业软件的五个测点位移均方根计算结果均落在测试结果 区间内。基于商业软件的计算结果中有三个测点合位移与试验均值的差别绝对值在 10% 左右,其他两测点合位 移差别分别小于 5%。基于 PANDA 的计算结果中全部五个测点的合位移与试验均值的差别绝对值也是三个测点 在 10% 以内,其他两个测点在 5% 以内。PANDA 与商业软件的位移计算结果有四个测点的差别都在 1% 以内,另一个测点的差别为 1.11%。两种软件对结构基础随机激励计算结果的比较结果说明了 PANDA 平台模态与振动软件随机振动分析功能的正确性。

表 2 结构测点合位移计算结果与试验结果比较

Table 2         The comparison of deform response between simulation and test										
point d	experimen	experimentation		PANDA		oftware	error between PANDA and			
	deform response range/10 <sup>-2</sup> μm	mean value/ 10 <sup>-2</sup> μm	deform response/ 10 <sup>-2</sup> µm	error/%	deform response/ 10 <sup>-2</sup> μm	error/%	commercial software/%			
1	[2.07, 2.47]	2.25	2.35	4.44	2.34	4.00	0.43			
2	[2.03, 2.61]	2.30	2.56	11.30	2.58	12.17	-0.78			
3	[2.16, 2.75]	2.44	2.66	9.02	2.69	10.16	-1.11			
4	[2.99, 4.32]	3.73	4.03	8.04	4.07	9.06	-0.98			
5	[4.66, 6.96]	5.99	6.01	0.33	6.02	0.57	-0.17			

基于 PANDA 和商业软件计算的结构位移均方根响应云图分别如图 11 和图 12 所示。从图 11 和图 12 中可以 看到, PANDA 与商业软件给出的结构位移响应计算结果在云纹分布上是一致的。PANDA 和商业软件给出的最大 值分别为 0.052 57 μm 和 0.052 5 μm, 相差 0.13%; 最小值分别为 0.019 56 μm 和 0.019 5 μm, 相差 0.31%。这进一步说 明了 PANDA 平台模态与振动软件随机振动分析功能的正确性。



图 11 PANDA 的位移响应云图



#### 4 结 论

本文从基本动力学方程入手,系统推导了多点基础激励随机振动响应分析的理论公式,设计了相应的求解算法,并在 PANDA 平台上进行了实现。针对主机装置打靶系统样机中的子结构六自由度平台,开展了 PANDA 平台的对比测试研究,包括结构的模态分析以及实测地脉动载荷作用下的随机振动响应分析计算。计算分析结果表明:(1)在模态分析中,PANDA 给出的计算结果,前七阶模态频率与商业软件的结果相比最大误差为 0.53%,前五阶与试验结果差别最大为 5.05% 和 1.42%,其余三阶差别均小于 0.3%;模态振型云纹分布与商业软件结果一致,最大值的差别小于 0.2%;(2)在地脉动载荷的随机振动分析中,PANDA 给出的结构 5 个测点位移均方根计算结果均落在测试结果区间内;与试验均值的差别绝对值有 3 个点在 10% 左右,另外 2 个测点差别在 5% 以内;PANDA 与商业软件位移计算结果有四个测点的差别均在 1% 以内,另一个测点的差别为 1.11%;基于 PANDA 与商业软件的

通过对六自由度平台子结构开展的对比测试,结果验证了 PANDA 平台模态与振动软件相关功能的正确性, 证明了 PANDA 平台在实际工程结构分析中的可用性。此外,由于 PANDA 平台是基于并行数据结构开发的有限 元分析软件,其计算能力可达数亿自由度以上,远超出国内在用的商业有限元软件计算能力<sup>[12]</sup>,在光机装置相关计 算分析中将更为有利。相关研究对于突破商业有限元分析软件的限制、提升光机装置的数值计算能力具有重要 意义。

#### 参考文献:

- [1] 任健, 武林平, 申卫东. 基于JASMIN框架多物理耦合程序的性能优化及分析[J]. 计算物理, 2015, 32(4): 431-436. (Ren Jian, Wu Linping, Shen Weidong. Performance optimization and analysis of multi-physics composition program on JASMIN[J]. Chinese Journal of Computational Physics, 2015, 32(4): 431-436.)
- [2] 张锐, 文立华, 校金友. 大规模声学边界元法的GPU并行计算[J]. 计算物理, 2015, 32(3): 299-309. (Zhang Rui, Wen Lihua, Xiao Jinyou. GPU-accelerated boundary element method for large-scale problems in acoustics[J]. Chinese Journal of Computational Physics, 2015, 32(3): 299-309)
- [3] Edwards C, Stewart J R. SIERRA: A software environment for developing complex multi-physics applications [C]//Proceedings of the 1st MIT Conference on Computational Fluid and Solid Mechanics. 2001.
- [4] Reese G M, Walsh T F, Bhardwaj M K. Salinas-theory manual [R]. SAND2011-8272, 2011.
- [5] 范宣华. 基于PANDA框架的大规模有限元模态分析并行计算及应用[D]. 北京: 北京大学, 2013. (Fan Xuanhua. Parallel computation and applications of large-scale finite element modal analysis based on PANDA framework. Beijing: Peking University, 2013)
- [6] 成杰, 张林波. 三维结构分析并行自适应有限元软件PHG-Solid[J]. 计算机科学, 2012, 39(5): 278-281. (Cheng Jie, Zhang Linbo. PHG-Solid: A parallel adaptive FEM software for 3D structural analysis[J]. Computer Science, 2012, 39(5): 278-281)
- [7] 梁国平. 有限元语言[M]. 北京: 科学出版社, 2009. (Liang Guoping. Finite element programming. Beijing: Science Press, 2009)
- [8] Liu Qingkai, Zhao Weibo, Cheng Jie, et al. A programming framework for large scale numerical simulations on unstructured mesh[C]//IEEE 2nd International Conference on High Performance and Smart Computing. 2016: 310-315.
- [9] Moses E I. Introduction to the National Ignition Facility [R]. UCRL-CONF-154962, 2004.
- [10] 范宣华, 陈璞, 吴瑞安, 等. 基于Jacobi-Davidson算法的大规模模态分析并行计算研究[J]. 振动与冲击, 2014, 33(1): 203-208. (Fan Xuanhua, Chen Pu, Wu Ruian, et al. Parallel computing of large-scale modal analysis based on Jacobi-Davidson algorithm[J]. Journal of Vibration and Shock, 2014, 33(1): 203-208)
- [11] 范宣华, 于晨阳, 王柯颖, 等. 大规模单点基础激励随机振动分析及并行计算[J]. 重庆理工大学学报(自然科学), 2017, 31(10): 56-61. (Fan Xuanhua, Yu Chenyang, Wan Keying, et al. Parallel computation of large-scale random vibration analysis under single-point motion-based excitation[J]. Journal of Chongqing University of Technology: Natural Science, 2017, 31(10): 56-61.)
- [12] 范宣华,肖世富,陈璞,等. 大规模结构动力学并行计算与软件研发进展[J]. 力学季刊, 2016, 3(1): 421-432. (Fan Xuanhua, Xiao Shifu, Chen Pu, et al. Advances in the parallel computation and software development of large-scale structural dynamics[J]. Chinese Quarterly of Mechanics, 2016, 3(1): 421-432)