

# 超强频率梳激光场驱动下多光子共振谐波辐射的相位突变研究\*

陈春娟, 赵媛媛, 赵迪, 蒋臣威, 方爱平, 高韶燕, 李福利

(西安交通大学应用物理系, 西安 710049)

**摘要:** 本文从理论上研究了在双色频率梳激光场驱动下多光子谐波辐射光谱中的相位突变现象。我们利用 Floquet 理论非微扰地模拟了频率梳激光场与原子分子等量子系统的相互作用过程。谐波辐射信号是多光子偶极跃迁相干叠加的结果, 通过调节频率梳激光场间的相对相位, 可以相干地控制谐波辐射信号的强度。通过对谐波信号进行傅里叶变换, 可以提取不同跃迁路径的相对相位信息。我们通过改变频率梳组激光场的强度和频率组分实现多光子跃迁频率, 让其跨越共振跃迁频率时, 谐波相位会发生突变。从而可以观测超强激光场驱动下量子系统共振跃迁频率的斯塔克能移。

**关键词:** 相位突变; 高次谐波的产生; 斯塔克能移; 超强激光

中图分类号: O437

文献标志码: A

doi: 10.11884/HPLPB202032.190453

## Phase jump in multiphoton resonant harmonic emission driven by strong frequency-comb fields

Chen Chunjuan, Zhao Yuanyuan, Zhao Di, Jiang Chenwei, Fang Aiping, Gao Shaoyan, Li Fuli

(Department of Applied Physics, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

**Abstract:** This paper presents a theoretical investigation of the phase jump of multiphoton harmonic emission driven by two frequency-comb fields. The Floquet theorem is employed to provide a nonperturbative and exact treatment of the interaction between a quantum system and frequency-comb fields. Multiple multiphoton-transition paths for the harmonic emission are coherently summed. The phase information about paths can be extracted via the Fourier Transform analysis of the harmonic signals which oscillate as a function of the relative phase between two frequency-comb fields. Phase jumps were observed when harmonic emission was sweeping across the resonance by varying the frequency or intensity of two frequency-comb fields, which allows us to observe the Stark-shifted transition energy of resonant frequency of quantum system driven by strong laser fields.

**Key words:** phase jump; high-order harmonic generation; Stark-shifted transition energy; ultraintense laser

研究物质与激光场间相互作用机制, 并利用这些机制设计新型的量子器件, 是长期以来人们感兴趣的问题。激光场驱动的高次谐波辐射过程 (HHG) 提供了极紫外 (XUV) 相干超短脉冲源<sup>[1-4]</sup>。这使我们可以 在飞秒甚至阿秒的分辨率下研究激光场驱动下的原子或分子动力学<sup>[5-15]</sup>。例如, 光诱导态<sup>[8-9]</sup>, Autler-Townes 分裂效应<sup>[10]</sup>, 连续体中的极化<sup>[11]</sup>, Auger 衰变和隧穿电离<sup>[12]</sup>。从原子或分子中产生高次谐波的过程可以用半经典的三步模型来解释<sup>[16]</sup>: 一个电子首先被电离, 然后在激光场中加速, 最后回到母离子中的束缚态, 同时辐射出高能光子。到目前为止, 已经有多个方法证明了多光子共振激发可以极大地增强高次谐波能谱<sup>[17-28]</sup>。研究结果表明, 束缚态共振会影响 HHG 中<sup>[27-28]</sup>的电离过程, 束缚态-连续态共振可以通过自电离态增强谐波辐射能谱<sup>[25, 29]</sup>。例如, Beaulieu 等人研究了两种不同的共振在 HHG 中所起的作用, 并证明了这两种 XUV 辐射机制的时间特性<sup>[30]</sup>。

调节驱动光频率使谐波频率扫过束缚态共振跃迁频率时, 原子近共振吸收(辐射)谐波光子, 其波函数相位会发生  $\pi$  的突变, 进一步导致谐波辐射的振幅、相位发生突变。通过近共振谐波辐射的相位突变现象, 可以得到辐

\* 收稿日期: 2019-11-25; 修订日期: 2019-12-30

基金项目: 国家自然科学基金项目 (11504288, 11534008, 91536115, 11604257); 国家高技术发展计划项目

作者简介: 陈春娟 (1994—), 女, 硕士研究生, 研究方向为超强超快激光与原子相互作用动力学过程; 974080913@qq.com。

通信作者: 赵迪 (1983—), 男, 博士, 副教授, 研究方向为超强超快激光与原子相互作用动力学过程、量子光学; d.zhao@mail.xjtu.edu.cn。

射系统的结构和动力学信息<sup>[31-32]</sup>。Haessler 等人的研究表明,共振跃迁可以改变等离子体辐射的相邻谐波之间的相对相位<sup>[31]</sup>。Ferré等人证明了一种可以识别和区分多原子分子中 HHG 中不同通道的方法<sup>[32]</sup>。该方法是通过近共振谐波辐射能谱中的相位突变来实现的。通过测量系统对附加控制参数的响应可以获取谐波辐射过程中的相位信息。上述两项工作均采用了“双光子跃迁干涉重建阿秒脉冲”(RABBIT)技术<sup>[33]</sup>,即利用产生的谐波辐射电离激发目标气体。我们可以利用不同辐射跃迁路径之间的干涉调节激光场之间的延迟去调控光电子能谱中的边带振荡现象。从耦合激光场驱动下的光电离能谱边带的振荡中,我们可以得到激光场的相位信息,进而得到研究物质的结构和动力学信息。除了电离电子能谱外,高次谐波能谱同样携带有动力学过程中的相位信息。

本文在理论上提出了一种频率梳激光场驱动下谐波辐射的相位测量方法。我们采用 Floquet 理论<sup>[34]</sup>对频率梳激光场与量子系统相互作用过程进行非微扰的数值模拟,精确计算了量子系统在双色频率梳激光场驱动下的谐波辐射谱。由于频率梳激光场之间的耦合,产生了多条多光子跃迁路径。我们发现,通过调节频率梳激光场间的相对相位,可以实现高次谐波能谱的相干调控。相应地,通过对高次谐波能谱进行傅里叶变换分析,可以提取出不同跃迁路径间的相对相位。我们的数值计算表明,通过改变频率梳激光场的强度和频率,当多光子路径能量扫过共振跃迁频率时,谐波辐射相位会发生突变。利用这一相位突变现象,我们将共振跃迁频率和驱动光场强度联系在一起,从而使我们能够观测超强激光场驱动下量子系统的斯塔克能移与驱动光场强度之间的关系。

## 1 理论方法

激光场驱动下的量子系统,其薛定谔方程在时域中可以表示为

$$\left[ \hat{H}(r,t) - i \frac{\partial}{\partial t} \right] \psi(r,t) = 0 \quad (1)$$

哈密顿量为

$$\hat{H}(r,t) = \hat{H}_0(r) - \hat{\mu}(r)E_0(t) \quad (2)$$

其中  $\hat{H}_0(r)$  是量子系统的非微扰哈密顿量,  $\hat{\mu}(r)$  是电偶极矩算符。两个频率梳激光场可以表示为  $E_0(t) = E(t) + E'(t)$ , 其中<sup>[35]</sup>

$$E(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} E_k e^{i\omega_k t} + c.c \quad (3)$$

$$E'(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} E'_k e^{i\Omega_k(t-\tau_d)} e^{i\varphi} + c.c \quad (4)$$

其中  $\varphi$  为相对载波相位,  $\tau_d$  为两场间相对包络延迟。两频率梳激光场的频率分别为

$$\omega_k = \omega_0 + k\omega_r, \quad \Omega_k = \Omega_0 + k\omega_r \quad (5)$$

其中的主角频率为

$$\begin{cases} \omega_0 = \left[ \frac{\omega_c - \omega_\delta}{\omega_r} \right] \omega_r + \omega_\delta \\ \Omega_0 = \left[ \frac{\Omega_c - \omega'_\delta}{\omega_r} \right] \omega_r + \omega'_\delta \end{cases} \quad (6)$$

其中  $[\ ]$  为取整函数,  $\omega_c$  和  $\Omega_c$  为载波频率,  $\omega_r$  为重复角频率,  $\omega_\delta (= \Delta\phi/\tau)$  和  $\omega'_\delta (= \Delta'\phi/\tau)$  为偏移角频率,  $\Delta\phi$  和  $\Delta'\phi$  分别为两个频率梳激光场的 CEP 相移。场的振幅可表示为

$$E_k = \frac{f_0 \sigma \omega_r}{\sqrt{2\pi}} e^{-\sigma^2(\omega_k - \omega_c + k\omega_r)/2} \quad (7)$$

$$E'_k = \frac{f'_0 \sigma \omega_r}{\sqrt{2\pi}} e^{-\sigma^2(\Omega_k - \Omega_c + k\omega_r)/2} \quad (8)$$

其中  $f_0$  和  $f'_0$  分别为振幅最大值,  $\sigma$  为高斯函数的标准差。

我们可以通过多模 Floquet 理论 (MMFT)<sup>[34-38]</sup> 来求解含时薛定谔方程。我们选用有相同重复角频率的两个频率梳激光场,其中有三个独立的频率  $\omega_0$ ,  $\Omega_0$  和  $\omega_r$ 。当两频率梳激光场的 CEP 相移满足匹配条件时就只剩下两个独

立的频率 $\omega_0$ 和 $\omega_r$ 。我们把求解含时薛定谔方程转化为求解双模 Floquet 矩阵本征值问题。双模 Floquet 矩阵本征值方程可表示为<sup>[39]</sup>

$$\sum_{\beta} \sum_{l'} \sum_{m'} \langle \alpha l m | H_F | \beta l' m' \rangle \langle \beta l' m' | \lambda \rangle = \lambda \langle \alpha l m | \lambda \rangle \quad (9)$$

其中基向量 $|\alpha l m\rangle = |\alpha\rangle \otimes |l\rangle \otimes |m\rangle$ 。双模 Floquet 矩阵 $H_F$ 可表示为

$$\langle \alpha l m | H_F | \beta l' m' \rangle = H_{\alpha\beta}^{[l-l', m-m']} + (l\omega_0 + m\omega_r) \delta_{\alpha\beta} \delta_{l,l'} \delta_{m,m'} \quad (10)$$

$$H_{\alpha\beta}^{[l-l', m-m']} = \varepsilon_{\alpha} \delta_{\alpha\beta} \delta_{l,l'} \delta_{m,m'} + \sum_{k=-N}^N V_{\alpha\beta}^{(k)} (\delta_{l+1,l'} \delta_{m+k,m'} + \delta_{l-1,l'} \delta_{m-k,m'}) + \sum_{k=-N'}^{N'} U_{\alpha\beta}^{(k)} (\delta_{l+3,l'} \delta_{m+k,m'} e^{-i\Omega_k \tau_0} e^{i\varphi} + \delta_{l-3,l'} \delta_{m-k,m'} e^{i\Omega_k \tau_0} e^{-i\varphi}) \quad (11)$$

其中 $k' = k + m\delta$ ,  $\varepsilon_{\alpha} = \langle \alpha | \hat{H}_0 | \alpha \rangle$ ,  $V_{\alpha\beta}^{(k)} = -\frac{1}{2} E_k \langle \alpha | \mu_z | \beta \rangle$ , 和  $U_{\alpha\beta}^{(k)} = -\frac{1}{2} E'_k \langle \alpha | \mu_z | \beta \rangle$ 。  $H_F$ 结构的更多细节可以在参考文献 [39-40] 中找到。

通过 Floquet 矩阵(10)求解矩阵本征值问题(9), 我们可以得到一组满足正交性条件的准能量 $\lambda_{\gamma lm}$ 和相应的本征向量 $|\lambda_{\gamma lm}\rangle$ 。谐波能谱可以表示为

$$S(\omega_{l,m}) = \frac{4}{6\pi c^3} |d_{l,m}|^2 = \frac{4}{6\pi c^3} \left| \sum_{\alpha\beta} \sum_{l',m'} \langle \lambda_{\alpha,l-l',m'-m} | \mu_z | \lambda_{\beta,l',m'} \rangle \right|^2 \quad (12)$$

每一个谐波元素可以表示为 $\omega_{l,m} = l\omega_0 + m\omega_r$ 。

## 2 结果和讨论

在本节中, 我们将讨论氢原子在双色频率梳激光场驱动下的高次谐波辐射过程中, 多光子共振过程中的相位突变与频率梳激光场强度的关系。我们以氢原子  $1s \rightarrow 2p$  跃迁为例, CEP 相移在  $\Delta\phi/2\pi = 0.376 \sim 0.383$  之间变化, 驱动场强度在  $4 \times 10^{11} \text{ W/cm}^2 \sim 15 \times 10^{11} \text{ W/cm}^2$  之间变化。驱动场是由峰值强度为  $1 \times 10^{12} \text{ W/cm}^2$ , 重复角频率为 20 THz (对应于  $\omega_r = 3.03966 \times 10^{-3}$ ) 的半最大值全宽度 (FWHM) 为 20 fs 的高斯脉冲产生。控制场由峰值强度为  $1 \times 10^{11} \text{ W/cm}^2$ , 重复角频率为 20 THz (对应于  $\omega_r = 3.03966 \times 10^{-3} \text{ a.u.}$ ) 的 FWHM 为 20 fs 的高斯脉冲产生。两频率梳激光场的 CEP 相移满足匹配条件  $\Delta\phi/2\pi = \Delta\phi'/6\pi$ <sup>[39]</sup>。氢原子的  $1s \rightarrow 2p$  跃迁能对应于频率梳激光场的五光子共振区域 ( $5\omega_c \approx \omega_{\text{res}} = \lambda_{2p} - \lambda_{1s}$ )。根据 Floquet 计算, 准能量的准周期结构可表示为

$$\lambda_{\gamma mn} = \lambda_{\gamma} + n\omega_0 + m\omega_r \quad (13)$$

其中  $m$  和  $n$  均为整数,  $\lambda_{\gamma}$  是缀饰态能量。由于驱动场与控制场的耦合, 相同的准能态可以通过不同的偶极跃迁路径来实现。

谐波辐射可以理解为准能态之间的偶极跃迁, 谐波辐射能谱对相对相位 $\phi$ 的依赖关系可以通过多光子跃迁路径的相干叠加来理解。谐波辐射能谱可以表示为

$$S(\omega_{l,0}) \propto \left| \sum_n d_{l,0}^n \right|^2 = \left| \sum_n |d_{l,0}^n| e^{i\phi_n + i\phi_0 + i\varphi_n} \right|^2 \quad (14)$$

其中 $d_{l,0}^n$ 为多光子跃迁几率振幅,  $n$ 为多光子跃迁路径中频率梳激光场的光子数目。谐波辐射的相位由两部分构成: 参与多光子跃迁路径的 $\varphi_n^l$ 项和频率梳激光场的相对相位项 $\phi = \phi_c - \phi_d$ 。我们从谐波信号中可以得到跃迁路径的相位信息以及原子共振跃迁频率信息。我们可以通过改变两场之间的相对相位 $\phi$ 实现对高次谐波能谱的相干调控<sup>[39]</sup>。计算结果表明, 同一谐波中不同频率组分随参数变化的相位特性一致。为了便于讨论, 我们把辐射谐波中强度最强的组分, 即 $S(\omega_{l,0})$ , 作为例子来讨论整个谐波辐射谱的相干特性。

图 1(a) 和 (b) 分别给出了当驱动场的强度  $I_d = 1 \times 10^{12} \text{ W/cm}^2$  时, 在两个不同 CEP 相移  $\Delta\phi = 0.3760 \times 2\pi$  和  $\Delta\phi = 0.3796 \times 2\pi$  下, HHG 能谱作为两频率梳场之间相对相位的函数。结果显示, 所有谐波峰值都随相对相位 $\phi$ 剧烈振荡。我们在下文的讨论中将驱动场的相位 $\phi_d$ 设为零。另一方面,  $\varphi_n^l$ 对驱动光频率的依赖性不大, 但多光子跃迁频率扫过共振态  $2p$  时,  $\varphi_n^l$ 会发生 $\pi$ 的相位突变。因此, 通过对谐波辐射信号进行傅里叶级数分解, 我们可以得到

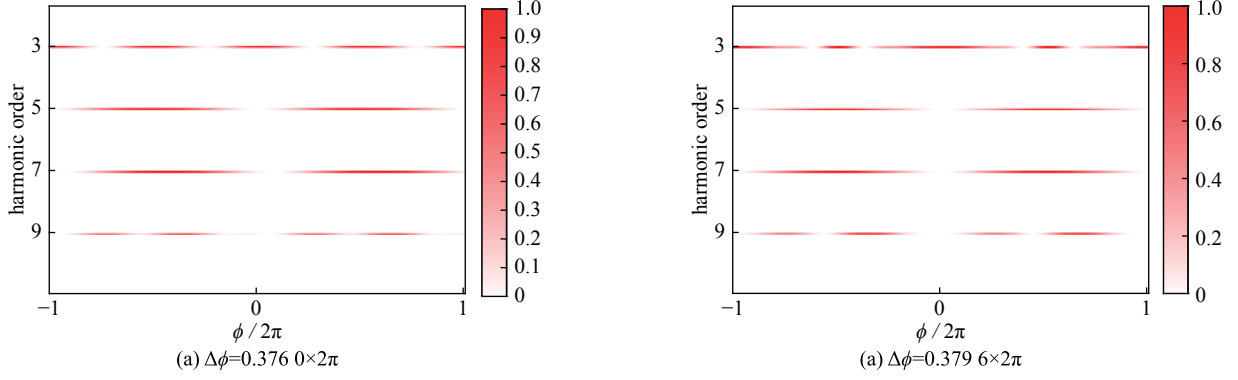


Fig. 1 High order harmonic generation (HHG) spectra as a function of the relative phase

图 1 HHG 能谱随相对相位的变化

不同跃迁路径间的相对相位。进一步的,利用相位突变现象,调节驱动光场参数,如强度,CEP相移等,我们可以获得共振跃迁频率与驱动光场参数的依赖关系。

下面以辐射的三次谐波和五次谐波为例进行讨论。三次谐波辐射能谱可以表示为

$$\begin{aligned}
 S(\omega_{3,0}) \propto & |d_{3,0}^0|e^{i\varphi_3^0} + |d_{3,0}^1|e^{i\varphi_3^1+i\phi} + |d_{3,0}^2|e^{-i\varphi_3^2+i2\phi}|^2 \propto \\
 & |d_{3,0}^0|^2 + |d_{3,0}^1|^2 + |d_{3,0}^2|^2 + 2|d_{3,0}^0d_{3,0}^2|\cos\left[2\left(\frac{\varphi_3^0+\varphi_3^2}{2}-\phi\right)\right] + \\
 & 2|d_{3,0}^0d_{3,0}^1|\cos(\varphi_3^0-\varphi_3^1-\phi) + 2|d_{3,0}^1d_{3,0}^2|\cos(\varphi_3^1+\varphi_3^2-\phi), \quad (15)
 \end{aligned}$$

其中 $\varphi_3^n$ 为路径 $d_{3,0}^n$ 中的相位项。 $d_{3,0}^n$ 表示从控制场吸收 $n$ 个光子的路径。其中, $d_{3,0}^2$ 表示从控制场吸收2个光子同时从驱动场辐射3个光子的路径,由于辐射光子频率等于驱动场频率,所以 $\varphi_3^2$ 项带有负号。频率梳激光场的梳频率为 $\omega = m\omega_r + \omega_\delta$ 。1s-2p间的 $n$ 光子共振激发条件为 $\omega_{\text{res}} = n(m\omega_r + \omega_\delta)$ 。通过调节 CEP 相移 $\Delta\phi$ 来改变偏移角频率 $\omega_\delta$ 。当一个梳频率满足多光子共振条件时,就可以实现多光子共振。由式(15)可知,高次谐波辐射谱强度是频率梳激光场之间相对相位的函数。通过对高次谐波能谱进行傅里叶变换分析,可以提取出各次谐波不同跃迁路径间的相对相位。例如,对三次谐波信号进行傅里叶变换分析后,三次谐波的一阶傅里叶分量对应于式(15)的最后两项之和,即 $d_{3,0}^0$ 路径与 $d_{3,0}^1$ 路径之间的相对相位和 $d_{3,0}^1$ 路径与 $d_{3,0}^2$ 路径之间的相对相位之和;二阶傅里叶分量对应于式(15)的第四项,即 $d_{3,0}^0$ 路径与 $d_{3,0}^2$ 路径之间的相对相位。图 2(a)展示了在驱动场强度 $I_d = 1 \times 10^{12} \text{ W/cm}^2$ 下,三次谐波二阶傅里叶分量随 CEP 相移的变化规律。在共振 CEP 相移 $\Delta\phi/2\pi = 0.3796$ 附近发生了相位突变,对应于 1s 和 2p 态之间的跃迁能量。另一方面,五次谐波辐射能谱可以表示为

$$\begin{aligned}
 S(\omega_{5,0}) \propto & |d_{5,0}^0|e^{i\varphi_5^0} + |d_{5,0}^1|e^{i\varphi_5^1+i\phi} + |d_{5,0}^2|e^{-i\varphi_5^2+i2\phi}|^2 \propto \\
 & |d_{5,0}^0|^2 + |d_{5,0}^1|^2 + |d_{5,0}^2|^2 + 2|d_{5,0}^0d_{5,0}^2|\cos(\varphi_5^0-\varphi_5^2-\phi) + \\
 & 2|d_{5,0}^1d_{5,0}^2|\cos(\varphi_5^1+\varphi_5^2-\phi) + 2|d_{5,0}^0d_{5,0}^1|\cos\left[2\left(\frac{\varphi_5^0+\varphi_5^2}{2}-\phi\right)\right] \quad (16)
 \end{aligned}$$

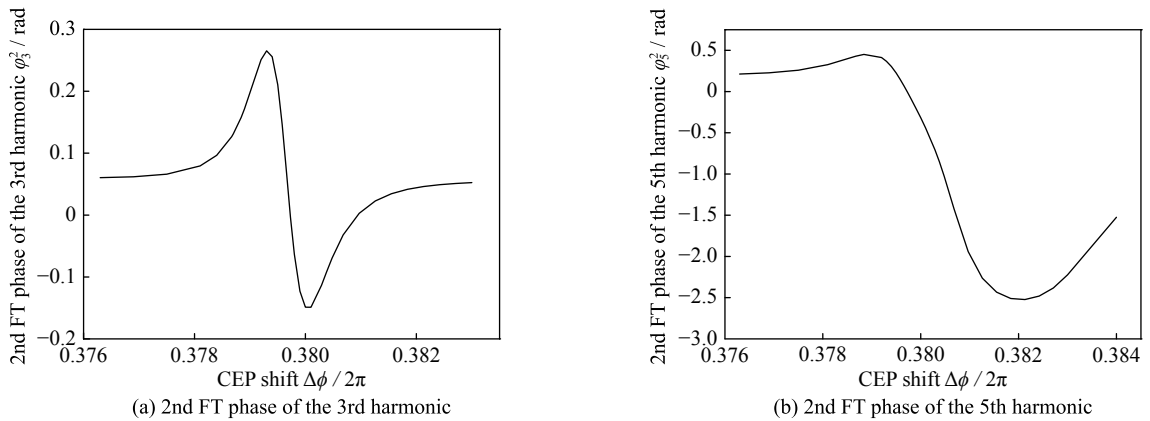


Fig. 2 Phase of HHG spectra as a function of carrier envelope phase (CEP) shift

 图 2 不同谐波信号的相位  $\phi$  随 CEP 相移变化的关系图

其中 $\varphi_3^0$ 为路径 $d_{5,0}^0$ 中的相位项。 $d_{5,0}^0$ 表示从驱动场吸收5个光子,不从控制场吸收光子的偶极跃迁路径。 $d_{5,0}^1$ 表示从控制场吸收1个光子同时从驱动场吸收2个光子的路径。 $d_{5,0}^2$ 表示从控制场吸收2个光子同时从驱动场辐射1个光子的路径。由于辐射光子频率等于驱动场频率,所以 $\varphi_3^2$ 项带有负号。图2(b)展示了在驱动场强度 $I_d = 1 \times 10^{12} \text{ W/cm}^2$ 下,五次谐波二阶傅里叶分量随 CEP 相移的变化规律。式(16)的最后一项对应于五次谐波信号在共振中的半周期振荡,其相位为 $\frac{\varphi_3^0 + \varphi_3^2}{2}$ 。因此,所有的路径 $d_{5,0}^n$ 都是通过2p共振态实现的,故让多光子跃迁路径频率超过共振跃迁频率时, $\varphi_3^0$ 改变了 $\pi$ ,与图2(b)结果一致。

我们知道,随着激光场强度的增大,原子能级会发生斯塔克能移。在固定的 CEP 相移下,当调节激光场的强度时,如果原子能级与激光场频率实现了多光子共振,我们就可以看到相位突变,即1s-2p实现了多光子共振。图3(a)和(b)为驱动场 CEP 相移 $\Delta\phi = 0.3786 \times 2\pi$ 时, $\Phi_3^1$ 和 $\Phi_3^2$ 与驱动场强度的关系。相位在 $I_d = 9.8 \times 10^{11} \text{ W/cm}^2$ 左右发生 $\pi$ 的突变,说明1s和2p态之间发生了多光子共振。

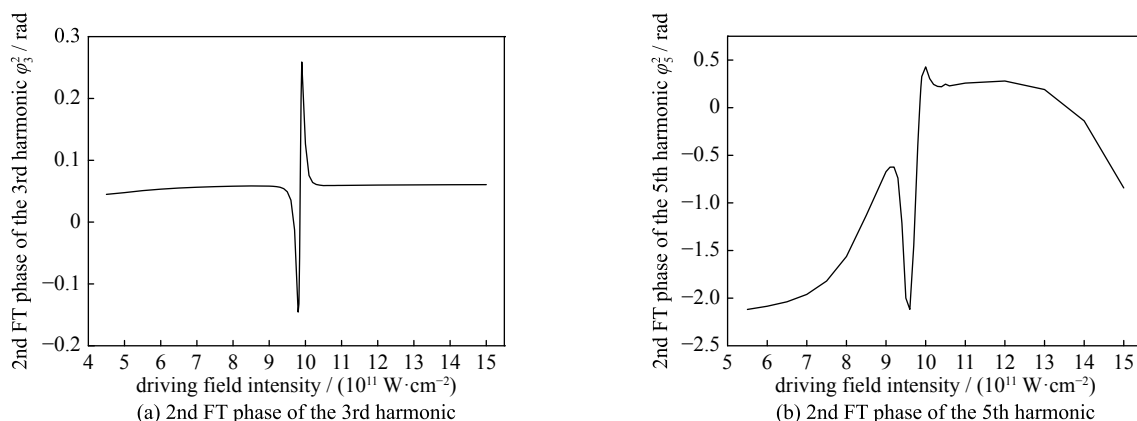


Fig. 3 Phase of HHG spectra as a function of intensity of the driving field

图3 不同谐波信号的相位 $\varphi$ 随驱动场强度变化的关系图

从图2可知,跃迁路径相位是驱动场 CEP 相移的函数,同时从图3可知,跃迁路径相位是驱动场强度的函数。由此,我们以跃迁路径相位为媒介,可以建立共振跃迁频率与驱动场强度的关系,即原子能级斯塔克能移。在不同的激光场强度下,调节驱动场 CEP 相移,记录发生相位突变的 CEP 相移值,我们可以绘制出斯塔克能移和驱动场强度的关系。目前相关工作正在计算中。

### 3 结论

本文从理论上研究了氢原子在基频和三次谐波频率梳激光场共同驱动下谐波辐射的相位突变。用 Floquet 理论精确地求解了氢原子与双频率梳激光场的相互作用。频率梳激光场之间的耦合产生多条多光子跃迁路径,通过调节频率梳激光场间的相对相位可以控制跃迁路径间的干涉,同时实现高次谐波能谱的相干调控。通过对谐波信号进行傅里叶变换,我们得到了路径之间的相对相位。当改变基频场的 CEP 相移和强度时,我们观察到了共振频率附近的相位突变现象。利用这一相位突变现象,我们将共振跃迁频率和驱动光场强度联系在一起,从而使我们能够观测超强激光场驱动下量子系统的斯塔克能移与驱动光场强度之间的关系,进而确定量子系统在强激光场驱动下能级跃迁的斯塔克能移。

### 参考文献:

- [1] L'Huillier A, Balcou P. High-order harmonic generation in rare gases with a 1-ps 1053-nm laser[J]. *Phys Rev Lett*, 1993, 70(6): 774-777.
- [2] Ravasio A, Gauthier D, Maia F R N C, et al. Single-shot diffractive imaging with a table-top femtosecond soft X-ray laser-harmonics source[J]. *Phys Rev Lett*, 2009, 103: 028104.
- [3] Winterfeldt C, Spielmann C, Gerber G. Colloquium: Optimal control of high-harmonic generation[J]. *Rev Mod Phys*, 2008, 80: 117.
- [4] Kapteyn H C, Murnane M M, Christov I P. Extreme nonlinear optics: Coherent X rays from lasers[J]. *Physics Today*, 2005, 58: 39.
- [5] Schultze M, Fieß M, Karpowicz N, et al. Delay in photoemission[J]. *Science*, 2010, 328: 1658.
- [6] Klünder K, Dahlström J M, Gisselbrecht M, et al. Probing single-photon ionization on the attosecond time scale[J]. *Phys Rev Lett*, 2011, 106: 143002.
- [7] Wang He, Chini M, Chen Shouyuan, et al. Attosecond time-resolved autoionization of argon[J]. *Phys Rev Lett*, 2010, 105: 143002.
- [8] Chini M, Wang Xiaowei, Cheng Yan, et al. Sub-cycle oscillations in virtual states brought to light[J]. *Sci Rep*, 2013, 3: 1105.

- [9] Chini M, Zhao Baozhen, Wang He, et al. Subcycle ac Stark shift of helium excited states probed with isolated attosecond pulses[J]. *Phys Rev Lett*, 2012, 109: 073601.
- [10] Wu M, Chen S, Gaarde M B, et al. Time-domain perspective on Autler-Townes splitting in attosecond transient absorption of laser-dressed helium atoms[J]. *Phys Rev A*, 2013, 88: 043416.
- [11] Li X, Haxton D J, Gaarde M B, et al. Direct extraction of intense-field-induced polarization in the continuum on the attosecond time scale from transient absorption[J]. *Phys. Rev. A*, 2016, 93: 023401.
- [12] Chew A, Douguet N, Cariker C, et al. Attosecond transient absorption spectrum of argon at the L<sub>2,3</sub> edge[J]. *Phys Rev A*, 2018, 97: 031407(R).
- [13] Chen Shaohao, Wu Mengxi, Gaarde M B, et al. Laser-imposed phase in resonant absorption of an isolated attosecond pulse[J]. *Phys Rev A*, 2013, 88: 033409.
- [14] Ott C, Kaldun A, Raith P, et al. Lorentz meets Fano in spectral line shapes: A universal phase and its laser control[J]. *Science*, 2013, 340: 716.
- [15] Stooß V, Cavalletto S M, Donsa S, et al. Real-time reconstruction of the strong-field-driven dipole response[J]. *Phys Rev Lett*, 2018, 121: 173005.
- [16] Corkum P B. Plasma perspective on strong-field multiphoton ionization[J]. *Phys Rev Lett*, 1993, 71: 1994.
- [17] Watson J B, Sanpera A, Chen X, et al. Harmonic generation from a coherent superposition of states[J]. *Phys Rev A*, 1996, 53: R1962.
- [18] Sanpera A, Watson J B, Lewenstein M, et al. Harmonic-generation control[J]. *Phys Rev A*, 1996, 54: 4320.
- [19] Chen Jing, Zeng Bin, Liu X, et al. Wavelength scaling of high-order harmonic yield from an optically prepared excited state atom[J]. *New J. Phys.*, 2009, 11: 113021.
- [20] Ivanov I A, Kheifets A S. Resonant enhancement of generation of harmonics[J]. *Phys Rev A*, 2008, 78: 053406.
- [21] Ivanov I A, Kheifets A S. High harmonics generation from excited states of atomic lithium[J]. *J Phys B: At Mol Opt Phys*, 2008, 41: 115603.
- [22] Milošević D B. Theoretical analysis of high-order harmonic generation from a coherent superposition of states[J]. *J Opt Soc Am B*, 2006, 23: 308.
- [23] Chen Jigen, Wang Ruqiang, Zhai Zhen, et al. Frequency-selected enhancement of high-order-harmonic generation by interference of degenerate Rydberg states in a few-cycle laser pulse[J]. *Phys Rev A*, 2012, 86: 033417.
- [24] Swoboda M, Fordell T, Klünder K, et al. Phase measurement of resonant two-photon ionization in helium[J]. *Phys Rev Lett*, 2010, 104: 103003.
- [25] Rothhardt J, Hädrich S, Demmler S, et al. Enhancing the macroscopic yield of narrow-band high-order harmonic generation by Fano resonances[J]. *Phys Rev Lett*, 2014, 112: 233002.
- [26] Chini M, Wang Xiaowei, Cheng Yan, et al. Coherent phase-matched VUV generation by field-controlled bound states[J]. *Nat. Photon*, 2014, 8: 437.
- [27] Taïeb R, Vénier V, Wassaf J, et al. Roles of resonances and recollisions in strong-field atomic phenomena[J]. *Phys Rev A*, 2003, 68: 033403.
- [28] Ngoko Djiokap J M, Starace A F. Resonant enhancement of the harmonic-generation spectrum of beryllium[J]. *Phys Rev A*, 2013, 88: 053412.
- [29] Strelkov V. Role of autoionizing state in resonant high-order harmonic generation and attosecond pulse production[J]. *Phys Rev Lett*, 2010, 104: 123901.
- [30] Beaulieu S. Role of excited states in high-order harmonic generation[J]. *Phys Rev Lett*, 2016, 117: 203001.
- [31] Haessler S, Strelkov V, Elouga Bom L B, et al. Phase distortions of attosecond pulses produced by resonance-enhanced high harmonic generation[J]. *New J Phys*, 2013, 15: 013051.
- [32] Ferré A, Boguslavskiy A E, Dagan M, et al. Multi-channel electronic and vibrational dynamics in polyatomic resonant high-order harmonic generation[J]. *Nat Commun*, 2015, 6: 5952.
- [33] Paul P M. Observation of a train of attosecond pulses from high harmonic generation[J]. *Science*, 2001, 292: 1689.
- [34] Chu S I, Telnov D A. Beyond the Floquet theorem: generalized Floquet formalisms and quasienergy methods for atomic and molecular multiphoton processes in intense laser fields[J]. *Phys Rep*, 2004, 390: 1.
- [35] Ho T S, Chu S I, Tietz J V. Semiclassical many-mode Floquet theory[J]. *Chem Phys Lett*, 1983, 96: 464.
- [36] Ho T S, Chu S I. Semiclassical many-mode Floquet theory. II. Nonlinear multiphoton dynamics of a two-level system in a strong bichromatic field[J]. *J Phys B*, 1984, 17: 2101.
- [37] Ho T S, Chu S I. Semiclassical many-mode Floquet theory. IV. Coherent population trapping and SU(3) dynamical evolution of dissipative three-level systems in intense bichromatic fields[J]. *Phys Rev A*, 1985, 32: 377.
- [38] Ho T S, Chu S I. Semiclassical many-mode Floquet theory. III. SU(3) dynamical evolution of three-level systems in intense bichromatic fields[J]. *Phys Rev A*, 1985, 31: 659.
- [39] Zhao Di, Jiang Chenwei, Li Fuli. Coherent control of multiphoton resonance dynamics in high-order-harmonic generation driven by two frequency-comb fields[J]. *Phys Rev A*, 2015, 92: 043413.
- [40] Son S K, Chu S I. Many-mode Floquet theoretical approach for coherent control of multiphoton dynamics driven by intense frequency-comb laser fields[J]. *Phys Rev A*, 2008, 77: 063406.