引用格式: WANG Yixu, LI Yueheng, HUANG Ping, et al. Error Performance Analysis of Serial-relayed Underwater Wireless Optical Communication Systems over Generalized Gamma Distribution Weak Turbulence Environment with Pointing Error[J]. Acta Photonica Sinica, 2024, 53(2):0206002

王懿旭,李岳衡,黄平,等.广义Gamma分布弱湍流环境含指向误差串行中继水下无线光通信系统误码性能分析[J].光子学报,2024,53(2):0206002

# 广义Gamma分布弱湍流环境含指向误差串行 中继水下无线光通信系统误码性能分析

# 王懿旭,李岳衡,黄平,居美艳

(河海大学计算机与信息学院,南京 211100)

摘 要:鉴于目前普遍选用的水下弱湍流模型无法准确拟合实测数据的缺陷,选取经实验测试验证的 广义Gamma分布来表征海洋弱湍流,以期合理评估受湍流等因素影响的水下无线光通信系统的误码性 能。提出一种包含广义Gamma分布弱湍流、零/非零视轴指向误差以及无衰落信道冲激响应隐路径损 耗和多径效应的混合衰落信道模型,据此推导混合衰落串行中继无线光通信系统平均误码率的数学闭 型表达;通过数值仿真验证所推导的误码率理论表达式的准确性,并考察不同系统核心参数对误码率 的影响。研究结果表明:串行中继节点的引入可有效提高系统的误码性能,以零视轴指向误差、最终传 输距离达45m、误码率需求10<sup>-3</sup>为例,引入1至3个串行中继节点后,系统从一开始的无法工作,变为所 需的发射功率分别降低至24 dBm、12 dBm和6 dBm;而光源初始发散角增大导致的无衰落信道冲激响 应时延扩展,即符号间干扰,则会严重降低此性能改善。

关键词:水下无线光通信;串行中继;性能分析;误码率;广义Gamma分布

**中图分类号:**TN929.3 文献标识码:A

0 引言

海洋环境中普遍存在的吸收与散射效应,湍流衰落以及指向误差等都会对水下光信号的传输造成严重的衰减,进而大幅降低水下无线光通信(Underwater Wireless Optical Communication, UWOC)系统的有效 传输距离和通信质量<sup>[1-2]</sup>,故而有必要对这些因素尤其是其综合影响加以深入研究。

文献[3]采用纯蒙特卡罗(Monte Carlo, MC)数值仿真法研究了海洋环境吸收与散射效应对系统误码率的影响。文献[4]研究了UWOC在点对点(Point-to-Point, P2P)通信架构和大范围湍流环境中系统的平均误码率和中断概率。文献[5-6]则分别研究了在强、弱湍流情形下, P2P-UWOC的平均误码率和系统容量。 文献[7-11]将研究对象推广到多入-多出(Multi-Input Multi-Output, MIMO)模式的UWOC。不过,在这几 篇涉及湍流衰落的论文中,都通过简单移植大气自由空间光(Free Space Optical, FSO)环境的湍流模型来 描述UWOC的湍流效应,其中弱湍流普遍采用Lognormal分布、强湍流采用Gamma-Gamma分布。然而, 经过国外一些研究学者近年来开展的一系列有关水下环境湍流效应统计特性模拟的实验室测量和数据拟 合实验发现<sup>[12-14]</sup>,传统适用于大气FSO环境湍流效应的Lognormal分布和Gamma分布并不能很好 地拟合海洋环境中因温度、盐度、气泡等因素导致的湍流衰落,且存在较大误差。另外,上述文献所研究的 链路结构普遍采取的是点对点或者点对多点的直传形式,无法支持长距离通信。文献[15-16]研究了海洋 湍流环境中串行和并行中继UWOC系统的中断概率和误码性能。但是,文献[15]仍然采用Lognormal统计

doi:10.3788/gzxb20245302.0206002

基金项目:国家自然科学基金(Nos. U23B20144, 61832005),河海大学优秀硕士学位论文培育项目(No. 422003516)

第一作者:王懿旭,211607010135@hhu.edu.cn

通讯作者:李岳衡, yueheng\_li@hhu.edu.cn

收稿日期:2023-07-03;录用日期:2023-09-08

分布来模拟海洋湍流,且仿真中未能全面体现无衰落信道冲激响应(Fading Free Impulse Response, FFIR) 导致的符号间干扰(Inter-Symbol Interference, ISI)对系统性能的影响;文献[16]虽然采用比较合理的指数-广义Gamma(Exponential Generalized Gamma, EGG)模型,但基于该模型的性能分析会涉及多变量的高等 超越FoxH函数,导致相应的理论分析与数值计算都异常复杂。文献[17-18]分别分析了混合陆地射频 (Radio Frequency, RF)-UWOC的两跳中继系统的中断概率、误码率和信道容量,以及混合了 RF-FSO-UWOC 的三跳中继系统的中断概率和误码率性能,但同样没有考虑多径传输效应的影响。此外,在UWOC 这一方向中,现阶段综合考虑含指向误差和湍流效应的系统性能分析方面的研究较少,比如文献[19-20]分 别研究了零视轴指向误差下,P2P结构和MIMO-UWOC系统的信道容量与误码率,但它们仍然采用的是 Lognormal和Gamma-Gamma分布模型来模拟海洋中的弱、强湍流效应,且没有考虑多径效应引起的ISI的 影响。

本文建立一种综合考虑了 FFIR 隐路径损耗和多径效应、广义 Gamma 分布 (Generalized Gamma Distribution, GGD)弱湍流以及零/非零视轴指向误差的聚合衰落接收信道模型,基于此模型利用高等超越 Meijer-G/Whittaker函数推导出混合衰落串行中继 UWOC 系统平均误码率的理论闭型表达,随后利用 MC 数值仿真验证所得系统平均误码率理论表达式的准确性,并考察不同核心参数对系统性能的影响。

# 1 信道衰落及系统模型

#### 1.1 GGD 湍流衰落模型

大量实验测试数据表明<sup>[13-14]</sup>, 三参量的GGD模型特别适合模拟海水中由于存在温度和盐度的梯度而导致的弱湍流效应,可以有效克服传统诸如Lognormal分布、Gamma分布、Weibull分布等模型拟合实测的弱湍流衰落概率密度函数(Probability Density Function, PDF)统计特性不准确的缺点;此外,比较复杂的五参量EGG模型虽然也可以通过5个参量来模拟海洋弱湍流(根据文献[12]给出的拟合参数表格,需系统调整5个非零参变量来拟合测试数据,且基于EGG模型推导相关性能需涉及复杂的多变量FoxH函数<sup>[21]</sup>),但显然GGD模型具有更加简洁的参数表示形式和灵活度,将为后续的系统核心性能指标分析带来便利。因此, 拟采用GGD模型来模拟海洋环境的弱湍流效应,其概率密度函数表达式为<sup>[13]</sup>

$$f_{h_a}(h_a; a, b, c) = \frac{c \cdot h_a^{ac-1}}{b^{ac} \Gamma(a)} \exp\left[-\left(\frac{h_a}{b}\right)^c\right], h_a > 0; a, b, c > 0$$

$$\tag{1}$$

式中, $h_a$ 为链路所经历的GGD弱湍流衰落的随机损耗系数,a,c为形状参数,b为尺度参数, $\Gamma$ (•)代表伽马函数。为了方便后续参数计算和仿真,将湍流衰落系数归一化,即令 $E[h_a]=1$ ,则根据对接收光强闪烁指数的定义 $\sigma_1^2 = (E[h_a^2] - E^2[h_a])/E^2[h_a]$ ,以及归一化约束,不难获得GGD统计模型中a, b, c三个参数与闪烁指数 $\sigma_1^2$ 之间的计算关系为

$$b = \frac{\Gamma(a)}{\Gamma(a+1/c)} \tag{2}$$

$$\sigma_{\rm I}^2 = \frac{\Gamma(a)\Gamma(a+2/c)}{\Gamma(a+1/c)} - 1 \tag{3}$$

由式(2)~(3)可见,在预先固定形状参数c的前提下,可以通过确定表征湍流强度大小的闪烁指数 $\sigma_{\rm r}^2$ 的方式来获取GGD模型的其他两个参数a和b。

#### 1.2 系统模型

考虑一具有 N个中继节点的串行中继 UWOC 通信系统,其结构如图 1所示,其中 S代表源节点,D代表 目标节点, $R_i$ 代表第 i个串行中继节点。假设在多跳传输的过程中,当前节点只接收前一节点的传输信号, 且每个中继节点都采用译码-转发工作模式。又假设传输的信息采用简单的开-关键控(On-off Keying, OOK)调制方式,则第 i个中继节点处的传输数据序列为  $S^{(i)}(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} b_k^{(i)} P^{(i)}(t - kT_b)$ ,其中, $b_k^{(i)} \in \{0,1\}$ 为 第 i个节点处的第 k个时隙的 OOK 传输符号, $P(t) = 2P_b \cdot M(t)$ 为幅度值为  $2P_b$ 的脉冲成型波形, $P_b$ 为 OOK 符号的平均发射功率,M(t)为仅在区间[0, $T_b$ ]内取值的单位脉冲成型函数, $T_b$ 为OOK符号的符号宽度。因此,第i个中继节点处接收到的时域接收信号 $y^{(i)}(t)$ 可以表示为<sup>[22]</sup>

$$y^{(i)}(t) = S^{(i-1)}(t) * h^{(i)}(t) + n(t) = h^{(i)} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} b_k^{(i-1)} \Gamma^{(i)}(t-kT_{\rm b}) + n(t), \ 1 \le i \le N+1$$
(4)

式中, $h^{(i)}(t) = h^{(i)} \cdot h_0^{(i)}(t)$ 为对应第*i*跳路径上的复合信道冲激响应时域波形, $h_0^{(i)}(t)$ 为对应第*i*跳的无衰落 冲激响应(FFIR)函数, $h^{(i)}$ 为对应第*i*跳的复合衰落信道系数(包括湍流衰落效应和指向误差等);n(t)为加 性白高斯噪声过程,其每一时间采样点噪声的均值为0,方差为 $\sigma^2 = 4KTB/R_L, K, T, B, R_L$ 分别表示玻尔兹 曼常数、开尔文温度、滤波器带宽和系统的负载电阻值; $\Gamma^{(i)}(t) = P(t) * h_0^{(i)}(t), *$ 表示卷积算子。



图 1 串行中继 UWOC 系统结构示意图 Fig. 1 Schematic diagram of serial-relayed UWOC systems

不考虑干扰抵消技术而仅考虑匹配滤波处理,则节点*i*处接收机在第0时隙输出的积分电流*r*<sub>b</sub><sup>(*i*)</sup>可表示为

$$r_{b_{0}}^{(i)} = \int_{0}^{T_{b}} y^{(i)}(t) \cdot M(t) dt = b_{0}^{(i-1)} h^{(i)} \gamma_{i}^{(s)} + h^{(i)} \sum_{k=-L}^{-1} b_{k}^{(i-1)} \gamma_{i}^{(L,k)} + v_{T_{b}}$$
(5)

式中, $b_k^{(i-1)} \in \{0,1\}, k=0,-1,\dots,-L$ 为对应0时隙发送符号 $b_0^{(i-1)}$ 的前L个干扰符号,L是信道记忆长度;  $\gamma_i^{(s)} = R \int_0^{T_b} \Gamma^{(i)}(t) dt$ 是匹配滤波器输出的电流波形信号,R是光电探测器的响应度 $R = \eta q/hf, \eta, q, h, f$ 分别为光电探测器量子效率、电子电荷、普朗克常数和水中光频率; $\gamma_i^{(L,k)} = R \int_{-kT_b}^{-(k-1)T_b} \Gamma^{(i)}(t) dt$ 表示由信道时间色散引起的符号间干扰; $v_{T_b}$ 是接收机的积分噪声,其均值为0,方差为 $\sigma_{T_b}^2 = T_b \cdot \sigma^2$ 。需要注意的是, $\gamma_i^{(s)}$ 项包含了由无衰落信道冲激响应所体现的路径损耗部分,即信道的路径损耗是以隐性的形式体现在FFIR中。另外,在后续有关点对点单跳链路性能分析的数学推导过程中,为了令符号描述简洁,在不引起歧义的情形下省略了一些符号,比如 $h^{(i)}, \gamma_i^{(s)}, \gamma_i^{(L,k)}, b_k^{(i-1)}, r_{b_0}^{(i)}$ 等中表示节点信息的上下标符*i*。

# 2 湍流环境含视轴指向误差串行中继UWOC系统误码率分析

## 2.1 点对点单跳链路混合衰落信道 PDF 推导

2.1.1 GGD弱湍流环境含零视轴指向误差混合衰落PDF推导

建立一种适合于UWOC的混合衰落信道模型,该模型综合考虑了海洋环境因存在吸收与散射效应引起的多径传播路径损耗*h*<sub>1</sub>、发射机与接收机之间由于错位现象导致的指向误差*h*<sub>p</sub>,以及受温度、盐度等随机变化导致的湍流损耗*h*<sub>a</sub>。其中,路径损耗*h*<sub>1</sub>以隐性的方式体现在匹配滤波器的积分项γ<sup>(s)</sup>和γ<sup>(L,k)</sup>中,可用MC方法模拟获得的FFIR计算获得。因此,只需考虑湍流损耗*h*<sub>a</sub>以及零视轴指向误差*h*<sub>p</sub>引起的衰落*h*,即

$$h = h_{a}h_{p} \tag{6}$$

式中,*h*。即为GGD弱湍流衰落的随机损耗系数,其PDF由式(1)获得。而入射光波在距离光源Z处、径向位移为r的接收器处收集的功率可近似为<sup>[19]</sup>

$$h_{\rm p} = A_0 \exp\left(-\frac{2r^2}{w_{\rm zeq}^2}\right) \tag{7}$$

式中, $A_0 = \left[ \operatorname{erf}(v) \right]^2$ 表示径向位移r = 0时的收集功率比例,v是孔半径与光束宽度比值, $\operatorname{erf}(\cdot)$ 为误差函数, $w_{\operatorname{req}}^2$ 为等效光束宽度, $w_z$ 为距离Z处的光束腰。由于径向位移的水平位移与垂直位移两个分量均可视为独立的正态分布随机变量,故径向位移误差r的统计特性可由Rayleigh分布来模拟,经推导与计算可得 $h_p$ 的概率密度函数PDF为<sup>[19]</sup>

$$f_{h_{p}}(h_{p}) = \frac{\gamma^{2}}{A_{0}\gamma^{2}} h_{p}\gamma^{2-1}, 0 \leq h_{p} \leq A_{0}$$
(8)

式中, $\gamma = w_{z_{s}}/2\sigma_{s}, \sigma_{s}$ 为接收机的抖动离差。

因此,混合衰落信道的联合概率密度函数可以表示为

$$f_{h}(h) = \int_{0}^{\infty} f_{h|h_{a}}(h|h_{a}) f_{h_{a}}(h_{a}) dh_{a} = \int_{\frac{h}{A_{0}}}^{\infty} \frac{\gamma^{2}}{(A_{0}h_{a})^{\gamma^{2}}} h^{\gamma^{2}-1} \frac{c \cdot h_{a}^{ac-1}}{b^{ac} \Gamma(a)} \exp\left[-\left(\frac{h_{a}}{b}\right)^{c}\right] dh_{a} = \frac{\gamma^{2}}{A_{0}^{\gamma^{2}}} h^{\gamma^{2}-1} \frac{c}{b^{ac} \Gamma(a)} \int_{\frac{h}{A_{0}}}^{\infty} h^{ac-1-\gamma^{2}} \exp\left[-\left(\frac{h_{a}}{b}\right)^{c}\right] dh_{a}$$
(9)

根据公式  $e^{-x} = G_{0,1}^{1,0} \left[ x \Big|_{0}^{-} \right]$  (式 8.4.3.1<sup>[21]</sup>),式(9)可以写成

$$f_{h}(h) = \frac{\gamma^{2}}{A_{0}^{p^{2}}} h^{p^{2}-1} \frac{c}{b^{ac} \Gamma(a)} \int_{\frac{h}{A_{0}}}^{\infty} h_{a}^{ac-1-\gamma^{2}} G_{0,1}^{1,0} \left[ \left( \frac{h_{a}}{b} \right)^{c} \right]_{0}^{-1} dh_{a}$$
(10)

式中, G<sup>m,n</sup><sub>p,q</sub>[•]为参数为m、n、p、q的Meijer-G函数(式8.2.1.1<sup>[21]</sup>)。

进一步根据公式(式2.24.2.3<sup>[21]</sup>),对照参数进行计算,式(10)可简化为

$$f_{h}(h) = \frac{c\gamma^{2} \cdot h^{\gamma^{z_{-1}}} \cdot \sqrt{k_{1}} \cdot h^{ac-\gamma^{z}}}{l_{1} \cdot (A_{0}b)^{ac} \cdot \Gamma(a) \cdot (2\pi)^{\frac{k_{1}-1}{2}}} \cdot G^{k_{1}+l_{1},0}_{l_{1},k_{1}+l_{1}} \left[ \left(\frac{1}{k_{1}b^{c}}\right)^{k_{1}} \cdot \left(\frac{h}{A_{0}}\right)^{l_{1}} \right] \mathbf{\Delta}(l_{1},\gamma^{2}-ac), \mathbf{\Delta}(k_{1},0) \right]$$
(11)

式中,整数因子 $l_1$ 和 $k_1$ 满足 $l_1/k_1 = c(c$ 为GGD分布的形状参数),  $\mathbf{\Delta}(k', a') = \left\lfloor \frac{a'}{k'}, \frac{a'+1}{k'}, ..., \frac{a'+k'-1}{k'} \right\rfloor$ 表

示 k'维矢量。令  $C_1 = \frac{c\gamma^2 \cdot \sqrt{k_1}}{l_1 \cdot (A_0 b)^{ac} \cdot \Gamma(a) \cdot (2\pi)^{\frac{k_1-1}{2}}}, C_2 = \left(\frac{1}{k_1 b^c}\right)^{k_1} \cdot \left(\frac{1}{A_0}\right)^{l_1}, 以简化式(11), 则 GGD 弱湍流环境$ 

含零视轴指向误差混合衰落信道的联合概率密度函数可最终表示为

$$f_{h}(h) = C_{1} \cdot h^{ac-1} G_{l_{1}, k_{1}+l_{1}}^{k_{1}+l_{1}, 0} \left[ C_{2} \cdot h^{l_{1}} \left| \frac{\boldsymbol{\Delta}(l_{1}, 1-ac+\gamma^{2})}{\boldsymbol{\Delta}(l_{1}, \gamma^{2}-ac), \boldsymbol{\Delta}(k_{1}, 0)} \right]$$
(12)

2.1.2 GGD弱湍流环境含非零视轴指向误差混合衰落 PDF 推导

在传统零视轴指向误差的基础上,文献<sup>[23]</sup>给出了一种更加复杂的非零视轴指向误差数学模型,其物理 含义为:光源除了以相等的概率在垂直于光束传播方向的平面内左右和上下方向摇摆外,还存在一个初始 的指向偏差,即一开始的发射机发射光束并没有准确指向接收机,落在接收机平面内的初始光斑距接收机 原点存在一固定偏差值s,则接收端径向位移误差r的PDF可由Rice分布来进行建模,即

$$f_r(r) = \frac{r}{\sigma_s^2} \exp\left[-\frac{\left(r^2 + s^2\right)}{2\sigma_s^2}\right] I_0\left(\frac{rs}{\sigma_s^2}\right), r > 0$$
(13)

式中,s为初始视轴位移, $I_0(\cdot)$ 为第一类零阶修正贝塞尔函数。

根据式(7)和(13),可得GGD湍流环境中含非零视轴指向误差的衰落系数h<sub>p</sub>的PDF为

$$f_{h_{p}}(h_{p}) = f_{r}(r)|_{r=f(h_{p})} \cdot \left| \frac{\partial r}{\partial h_{p}} \right| = \frac{\gamma^{2}}{A_{0}^{\gamma^{2}}} \cdot h_{p}^{\gamma^{2}-1} \cdot \exp\left(-\frac{s^{2}}{2\sigma_{s}^{2}}\right) \cdot I_{0}\left[\frac{s}{\sigma_{s}^{2}}\sqrt{-\frac{w_{zeq}^{2}}{2}\ln\left(\frac{h_{p}}{A_{0}}\right)}\right], 0 \leqslant h_{p} \leqslant A_{0}$$
(14)

式中,  $\gamma = w_{zeq}/2\sigma_s$ , 为等效波束宽度和抖动方差之间的比率, 通常作为衡量指向误差效应严重程度的标准。

根据式(1)和(14)不难得出 GGD 湍流环境下含非零视轴指向误差的混合衰落信道系数 h 的联合 PDF 为

$$f_{h}(h) = \int_{0}^{\infty} f_{h|h_{a}}(h|h_{a}) f_{h_{a}}(h_{a}) dh_{a} = \int_{\frac{h}{A_{0}}}^{\infty} \frac{1}{h_{a}} \cdot \frac{\gamma^{2}}{A_{0}^{r^{2}}} \cdot \left(\frac{h}{h_{a}}\right)^{\gamma^{2}-1} \cdot \exp\left(-\frac{s^{2}}{2\sigma_{s}^{2}}\right) \cdot I_{0}\left[\frac{s}{\sigma_{s}^{2}}\sqrt{-\frac{w_{zeq}^{2}}{2}\ln\left(\frac{h}{h_{a}A_{0}}\right)}\right] \cdot \frac{ch_{a}^{ac-1}}{b^{ac}\Gamma(a)} \cdot \exp\left(-\frac{h}{A_{0}^{r^{2}}}\right) \cdot \exp\left(-\frac{s^{2}}{2\sigma_{s}^{2}}\right) \frac{c}{b^{ac}\Gamma(a)} \int_{\frac{h}{A_{0}}}^{\infty} h_{a}^{ac-1-\gamma^{2}} \cdot I_{0}\left[\frac{s}{\sigma_{s}^{2}}\sqrt{-\frac{w_{zeq}^{2}}{2}\ln\left(\frac{h}{h_{a}A_{0}}\right)}\right] \cdot (15)$$

$$\exp\left[-\left(\frac{h}{h_{a}}\right)^{c}\right] dh_{a}$$

$$\Leftrightarrow C_{3} = \frac{\gamma^{2}h^{\gamma^{2}-1}}{A_{0}^{\gamma^{2}}} \cdot \exp\left(-\frac{s^{2}}{2\sigma_{s}^{2}}\right) \frac{c}{b^{ac}\Gamma(a)}, \quad \forall \lambda \not \otimes x = -w_{zeq}^{2}\ln\left(\frac{h}{h_{a}A_{0}}\right)/2, \quad \forall \beta \not \in x(15)$$

$$f_{h}(h) = C_{3}\int_{0}^{\infty} \left[\frac{h}{A_{0}} \cdot \exp\left(\frac{2x}{w_{zeq}^{2}}\right)\right]^{ac^{-1-\gamma^{2}}} \cdot I_{0}\left[\frac{s}{\sigma_{s}^{2}}\sqrt{x}\right] \cdot \exp\left[-\left(\frac{h}{A_{0}b} \cdot \exp\left(\frac{2x}{w_{zeq}^{2}}\right)\right)^{c}\right] dx$$

$$(16)$$

根据双重e指数的泰勒展开公式

$$\exp\left\{-\left(\frac{h}{A_0 b}\exp\left(\frac{2x}{w_{\text{zeq}}^2}\right)\right)^c\right\} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!} \left[\frac{h}{A_0 b}\exp\left(\frac{2x}{w_{\text{zeq}}^2}\right)\right]^{ck}$$
(17)

可将式(16)化为

$$f_{h}(h) = \frac{2C_{3} \cdot b^{ac-\gamma^{2}}}{w_{zeq}^{2}} \int_{0}^{\infty} \left[ \frac{h}{A_{0}b} \cdot \exp\left(\frac{2x}{w_{zeq}^{2}}\right) \right]^{ac-\gamma^{2}} \cdot I_{0} \left[ \frac{s}{\sigma_{s}^{2}} \sqrt{x} \right] \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^{k}}{k!} \left[ \frac{h}{A_{0}b} \exp\left(\frac{2x}{w_{zeq}^{2}}\right) \right]^{ck} dx = \frac{2C_{3} \cdot b^{ac-\gamma^{2}}}{w_{zeq}^{2}} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^{k}}{k!} \int_{0}^{\infty} \left[ \frac{h}{A_{0}b} \cdot \exp\left(\frac{2x}{w_{zeq}^{2}}\right) \right]^{ac-\gamma^{2}+ck} \cdot I_{0} \left[ \frac{s}{\sigma_{s}^{2}} \sqrt{x} \right] dx = \left( \frac{h}{A_{0}} \right)^{ac-\gamma^{2}+ck} \frac{2C_{3}}{w_{zeq}^{2}} \cdot \frac{1}{b^{ck}} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^{k}}{k!} \int_{0}^{\infty} \left[ \exp\left(\frac{2(ac-\gamma^{2}+ck)}{w_{zeq}^{2}}\right) x \right] I_{0} \left[ \frac{s}{\sigma_{s}^{2}} \sqrt{x} \right] dx$$

$$(18)$$

借鉴文献[23]中的推导过程,即利用公式(式 6.643.2<sup>[24]</sup>)

$$\int_{0}^{\infty} x^{u-\frac{1}{2}} e^{-\delta x} I_{2v'}\left(2\varepsilon \sqrt{x}\right) dx = \frac{\Gamma\left(u+v'+\frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(2v'+1\right)} \frac{1}{\varepsilon \delta^{u}} \exp\left(\frac{\varepsilon^{2}}{2\delta}\right) M_{-u,v'}\left(\frac{\varepsilon^{2}}{\delta}\right)$$
(19)

式中, $u_{\lambda}\delta_{\lambda}v'_{\lambda}\varepsilon$ 为待确定的常数变量, $M_{u,v}(\cdot)$ 为 Whittaker 函数,且有 $M_{\underline{m_{i}-1}}, \underline{m_{i}}(n_{1}) = \exp\left(-\frac{n_{1}}{2}\right)$  $n_{1}^{\frac{1-m_{1}}{2}}m_{1}\left[\exp(n_{1}) - \sum_{i=1}^{m_{1}-1}n_{1}^{i}\right].$ 

$$m_1 \quad m_1! \left[ \exp(m_1) \quad \sum_{s=1}^{l} \frac{1}{s!} \right]^\circ$$
  
对比式(10)会物 即式(18)可

对比式(19)参数,则式(18)可化简为

$$f_{h}(h) = \frac{2C_{3}}{\delta w_{zeq}^{2}} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^{k}}{k!} \left(\frac{h}{A_{0}}\right)^{ac-\gamma^{2}+ck} \cdot \frac{1}{b^{ck}} \exp\left(\frac{\varepsilon^{2}}{\delta}\right) =$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left[\frac{(-1)^{k}}{k!} \frac{c\gamma^{2}}{\Gamma(a)} \cdot \frac{(A_{0}b)^{-ac-ck}}{\gamma^{2}-ac-ck} \cdot h^{ac+ck-1} \cdot \exp\left(\frac{w_{zeq}^{2}s^{2}}{8(\gamma^{2}-ck-ac)\sigma_{s}^{4}} - \frac{s^{2}}{2\sigma_{s}^{2}}\right)\right]$$
(20)

#### 2.2 混合衰落信道中继 UWOC 系统单跳误码率分析

2.2.1 零视轴指向误差情形中继UWOC系统单跳误码率分析

在OOK强度调制-直接检测机制下,为获得最小系统检测误码率(Bit Error Rate, BER),其最优判决门限的阈值 $I_{D}$ 根据推导可以定为<sup>[25]</sup>

$$I_{\rm D} = \frac{\sigma_0 I_1 + \sigma_1 I_0}{\sigma_0 + \sigma_1} \tag{21}$$

式中, $\sigma_0$ , $\sigma_1$ 分别为传输比特为"0"和"1"时的积分噪声的离差, $I_0 = h \sum_{k=-L}^{-1} b_k \gamma^{(I,k)}, I_1 = h \gamma^{(s)} + h \sum_{k=-L}^{-1} b_k \gamma^{(I,k)}$ 分别为传输比特为"0"和"1"时的平均接收电流值。

以正-本征-负结(Positive-Intrinsic-Negative, PIN)接收机为例,有 $\sigma_0 = \sigma_1 = \sigma_{T_b}$ ,则根据式(5)和(21)可得最佳判决阈值为

$$I_{\rm D} = \frac{I_0 + I_1}{2} = \frac{1}{2} h \gamma^{(s)} + h \sum_{k=-L}^{-1} b_k \gamma^{(I,k)}$$
(22)

在此判决门限下,发送符号"1"而错判为"0"的条件错误概率为

$$P_{\text{be}|1,h,b_{t}} = P_{r}(r_{b_{0}} < I_{\text{D}}|b_{0} = 1) = \int_{-\infty}^{I_{\text{D}}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{T_{b}}^{2}}} e^{\frac{-(y-h\gamma^{(i)}-h\sum_{k=-L}^{j}b_{k}\gamma^{(l,k)})^{2}}{2\sigma_{T_{b}}^{2}}} dy = \int_{-\infty}^{\frac{-h\gamma^{(i)}}{2\sigma_{T_{b}}}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^{2}}{2}} dy = Q\left(\frac{h\gamma^{(s)}}{2\sigma_{T_{b}}}\right)$$
(23)

式中,高斯Q函数 $Q(x) = (1/\sqrt{2\pi}) \int_{x}^{+\infty} \exp(-t^{2}/2) dt_{o}$ 同理,发送"0"而错判为"1"时的条件错误概率为  $P_{be|0,h,b_{s}} = Q\left(\frac{h\gamma^{(s)}}{2\sigma_{T_{b}}}\right)_{o}$ 故在等概发送OOK符号并已知信道衰落h和干扰符号 $b_{k}$ 的前提下,平均接收错误概率为

$$P_{\text{be}|h, b_{s}} = P(1)P_{\text{be}|1, h, b_{s}} + P(0)P_{\text{be}|0, h, b_{s}} = Q\left(\frac{h\gamma^{(s)}}{2\sigma_{\text{T}_{b}}}\right)$$
(24)

可见,该条件误码率公式与干扰符号 $b_k$ 无关。进一步,令 $C_{b_a} = \gamma^{(s)}/2\sigma_{T_a}$ ,则GGD弱湍流环境含零视轴指向误差条件下,中继UWOC系统统计平均了复合衰落因素h的平均单跳BER的表达式可写为

$$P_{be} = \int_{0}^{\infty} Q(C_{b_{0}}h) \cdot f_{h}(h) dh = \int_{0}^{\infty} Q(C_{b_{0}}h) \cdot C_{1} \cdot h^{ac-1} G_{l_{1},k_{1}+l_{1}}^{k_{1}+l_{1},0} \left[ C_{2} \cdot h^{l_{1}} \middle| \frac{\boldsymbol{\Delta}(l_{1}, 1-ac+\gamma^{2})}{\boldsymbol{\Delta}(l_{1},\gamma^{2}-ac), \boldsymbol{\Delta}(k_{1},0)} \right] dh \quad (25)$$

根据互补误差函数与Q函数之间的关系,即erfc(x)=2Q( $\sqrt{2}x$ ),以及公式(式 8.4.12.2<sup>[21]</sup>)

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} G_{1, 2}^{2, 0} \left[ x^2 \Big|_{0, \frac{1}{2}}^{1} \right]$$
(26)

可将式(25)化为

$$P_{be} = \frac{C_{1}}{2} \int_{0}^{\infty} \operatorname{erfc}\left(\frac{C_{b_{0}}h}{\sqrt{2}}\right) \cdot h^{ac-1} \cdot G_{l_{1},k_{1}+l_{1}}^{k_{1}+l_{1},0} \left[C_{2} \cdot h^{l_{1}} \left| \frac{\boldsymbol{\Delta}(l_{1}, 1-ac+\gamma^{2})}{\boldsymbol{\Delta}(l_{1},\gamma^{2}-ac), \boldsymbol{\Delta}(k_{1},0)} \right] dh = \frac{C_{1}}{4\sqrt{\pi}} \int_{0}^{\infty} t^{\frac{ac}{2}-1} G_{1,2}^{2} \left[ \frac{C_{b_{0}}^{2}}{2} t \left| 0, \frac{1}{2} \right] \cdot G_{l_{1},k_{1}+l_{1}}^{k_{1}+l_{1},0} \left[C_{2} \cdot t^{\frac{l_{1}}{2}} \left| \boldsymbol{\Delta}(l_{1}, 1-ac+\gamma^{2}) \right| \boldsymbol{\Delta}(l_{1},\gamma^{2}-ac), \boldsymbol{\Delta}(k_{1},0) \right] dt$$

$$(27)$$

根据定积分公式(式2.24.1.1<sup>[21]</sup>),式(27)可最终化为

$$P_{be} = \frac{l_{1}^{\frac{ac}{2}-1} \left(\frac{C_{b_{0}}^{2}}{2}\right)^{-\frac{ac}{2}} \cdot C_{1}}{4 \cdot (2\pi)^{\frac{k_{1}+l_{1}}{2}}} G_{4l_{1},2k_{1}+3l_{1}}^{2(k_{1}+l_{1}),2l_{1}} \left[\frac{C_{2}^{2}}{2^{2k_{1}}} \cdot \left(\frac{2l_{1}}{C_{b_{0}}^{2}}\right)^{l_{1}} \left| \boldsymbol{\Delta} \left(l_{1},1-\frac{ac}{2}\right), \boldsymbol{\Delta} \left(l_{1},\frac{1}{2}-\frac{ac}{2}\right), \boldsymbol{\Delta}(2,\boldsymbol{\Delta}(l_{1},1-ac+\gamma^{2})) \right]$$
(28)  
$$\boldsymbol{\Delta}(2,\boldsymbol{\Delta}(l_{1},\gamma^{2}-ac)), \boldsymbol{\Delta}(2,\boldsymbol{\Delta}(k_{1},0)), \boldsymbol{\Delta} \left(l_{1},-\frac{ac}{2}\right) \right]$$

式(28)即为GGD弱湍流环境中继UWOC系统含零视轴指向误差单跳误码率闭型表达计算式。 2.2.2 非零视轴指向误差情形中继UWOC系统单跳误码率分析

类似 2.2.1节的最优判决门限选择和条件平均 BER 公式的推导,根据式(24)和(20),GGD 弱湍流环境 含非零视轴指向误差的平均单跳误码率可以表示为

$$P_{be} = \int_{0}^{\infty} Q(C_{b_{0}}h) \cdot f_{h}(h) dh = \frac{c\gamma^{2}}{\Gamma(a)} \cdot \int_{0}^{\infty} \frac{(A_{0}b)^{-ac-ck}}{\gamma^{2} - ac - ck} \cdot exp\left(\frac{w_{zeq}^{2}s^{2}}{8(\gamma^{2} - ck - ac)\sigma_{s}^{4}} - \frac{s^{2}}{2\sigma_{s}^{2}}\right) dh = \frac{c\gamma^{2}}{\Gamma(a)} \cdot \int_{0}^{\infty} Q(C_{b_{0}}h) \cdot h^{ac+ck-1} dh$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left[\frac{(-1)^{k}}{k!} \frac{(A_{0}b)^{-ac-ck}}{\gamma^{2} - ac - ck} \cdot exp\left(\frac{w_{zeq}^{2}s^{2}}{8(\gamma^{2} - ck - ac)\sigma_{s}^{4}} - \frac{s^{2}}{2\sigma_{s}^{2}}\right)\right] \int_{0}^{\infty} Q(C_{b_{0}}h) \cdot h^{ac+ck-1} dh$$
(29)

根据Q函数与互补误差函数的关系等式: $2Q(\sqrt{2}x) = \operatorname{erfc}(x)$ ,以及互补误差函数与误差函数之间的 关系: $\operatorname{erf}(x) = 1 - \operatorname{erfc}(x)$ ,式(29)可进一步化为

$$P_{be} = \frac{c\gamma^{2}}{\Gamma(a)} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \left[ \frac{(-1)^{k}}{k!} \frac{(A_{0}b)^{-ac-ck}}{\gamma^{2} - ac - ck} \cdot \exp\left(\frac{w_{zeq}^{2}s^{2}}{8(\gamma^{2} - ck - ac)\sigma_{s}^{4}} - \frac{s^{2}}{2\sigma_{s}^{2}}\right) \right] \int_{0}^{\infty} Q(C_{b_{0}}h) \cdot h^{ac+ck-1} dh = \frac{c\gamma^{2}}{\Gamma(a)} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \left[ \frac{(-1)^{k}}{k!} \frac{(A_{0}b)^{-ac-ck}}{\gamma^{2} - ac - ck} \cdot \exp\left(\frac{w_{zeq}^{2}s^{2}}{8(\gamma^{2} - ck - ac)\sigma_{s}^{4}} - \frac{s^{2}}{2\sigma_{s}^{2}}\right) \right] \cdot \frac{1}{2} \int_{0}^{\infty} \left(1 - \exp\left(\frac{C_{b_{0}}}{\sqrt{2}}h\right)\right) \cdot h^{ac+ck-1} dh$$
(30)

利用定积分公式(式 6.281.1<sup>[24]</sup>),通过对照参数计算,可将式(30)化为

$$P_{be} = \frac{c\gamma^{2}}{\Gamma(a)} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \left[ \frac{(-1)^{k}}{k!} \frac{(A_{0}b)^{-ac-ck}}{\gamma^{2} - ac - ck} \cdot \exp\left(\frac{w_{zeq}^{2}s^{2}}{8(\gamma^{2} - ck - ac)\sigma_{s}^{4}} - \frac{s^{2}}{2\sigma_{s}^{2}}\right) \right] \cdot \frac{1}{2} \int_{0}^{\infty} \left(1 - \exp\left(\frac{C_{b_{0}}}{\sqrt{2}}h\right)\right) \cdot h^{ac+ck-1} dh = \frac{c\gamma^{2}}{\Gamma(a)} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \left[ \frac{(-1)^{k}}{k!} \frac{(A_{0}b)^{-ac-ck}}{\gamma^{2} - ac - ck} \cdot \exp\left(\frac{w_{zeq}^{2}s^{2}}{8(\gamma^{2} - ck - ac)\sigma_{s}^{4}} - \frac{s^{2}}{2\sigma_{s}^{2}}\right) \right] \cdot \frac{1}{2} \frac{\Gamma\left(\frac{ac+ck+1}{2}\right)}{2\sqrt{\pi}\left(\frac{C_{b_{0}}}{\sqrt{2}}\right)^{ac+ck}} = \frac{c\gamma^{2}}{2\sqrt{\pi}\Gamma(a)} \cdot \frac{e^{-ck}}{2\sqrt{\pi}\Gamma(a)} \cdot \frac{e^{-ck}}{2\sqrt{\pi}\Gamma(a$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left[ \frac{\left(-1\right)^{k}}{k!} \frac{\left(A_{0}b\right)^{-ac-ck}}{\gamma^{2}-ac-ck} \cdot \frac{1}{\left(ac+ck\right)} \cdot \Gamma\left(\frac{ac+ck+1}{2}\right) \cdot \left(\frac{C_{b_{0}}}{\sqrt{2}}\right)^{-\left(ac+ck\right)} \exp\left(\frac{w_{zeq}^{2}s^{2}}{8\left(\gamma^{2}-ck-ac\right)\sigma_{s}^{4}} - \frac{s^{2}}{2\sigma_{s}^{2}}\right) \right]$$

式(31)即为GGD弱湍流环境中继UWOC系统含非零视轴指向误差的单跳误码率闭型计算表达式。 根据高等数学中有关级数收敛性判定准则,不难证明式(31)中的无穷和项是收敛的,限于篇幅原因,此处不 再提供具体证明过程。

#### 2.3 混合衰落信道下中继 UWOC 系统端到端误码率分析

如图 1 所示,假设节点 0 为源节点,而节点 *i*(*i* = 1, 2, …, *N* + 1) 是多跳通信的目标节点,则在 OOK 强度 调制-直接检测的情况下,当节点 0 向节点 *i*通过中继形式传输数据时,存在两种可能导致节点 *i*处出现接收 错误的情形,即:1)相较于节点 0 的原始发射数据,节点 *i* - 1处接收的数据正确,而第 *i*跳的传输出现错误; 2)节点 *i* - 1处接收的数据出现错误,而第 *i*跳传输却是正确的。假设各跳链路之间的信道相互独立,则中 继系统 OOK 符号在第 *i* 个节点的端到端误码率可由迭代计算公式表示为

$$\begin{cases} P_{i} = (1 - P_{i-1}) P_{be}^{(i)} + P_{i-1} (1 - P_{be}^{(i)}), \ i = 1, 2, \cdots, N+1 \\ P_{0} = 0 \end{cases}$$
(32)

式中, $P_i$ 表示信号从节点0传至节点*i*的符号错误概率; $P_{be}^{(i)}$ 为节点*i*-1至节点*i*之间单跳的符号错误概率,分别由式(28)和(31)根据指向误差类型进行计算。

因此,GGD弱湍流环境含指向误差下中继UWOC系统端到端误码率表达式为

$$P_{e^{2e-b_{0}}}(error) = \sum_{i=1}^{N+1} \left[ P_{be}^{(i)} \prod_{j=1}^{i-1} (1-2P_{be}^{(j)}) \right]$$
(33)

假设每一跳都具有相同的传输链路距离,且传输环境如水质、湍流效应、发射与接收机配置等也相同,则所有单跳链路必然都有相同的平均误码率P<sub>be</sub>,则不难根据式(33)得到该情形下中继系统端到端的误码率 具形式为

$$\begin{cases} P_{e^{2e}-b_{0}}(error) = P_{be}, i = 1 \\ P_{e^{2e}-b_{0}}(error) = P_{be} + P_{be}(1 - 2P_{be}), i = 2 \\ P_{e^{2e}-b_{0}}(error) = P_{be} + P_{be}(1 - 2P_{be}) + P_{be}(1 - 2P_{be})^{2}, i = 3 \\ \vdots \\ P_{e^{2e}-b_{0}}(error) = P_{be} + P_{be}(1 - 2P_{be}) + P_{be}(1 - 2P_{be})^{2} + \dots + P_{be}(1 - 2P_{be})^{n-1}, i = n \end{cases}$$
(34)

显然,对i = n而言,其端到端误码率是一个首项为 $a_1 = P_{be}$ ,公比为 $q = 1 - 2P_{be}$ 的n项等比数列的和。 利用等比数列求和公式 $S_n = a_1(1 - q^n)/(1 - q)$ 可将一般式(34)简化为

$$P_{e^{2e-b_{o}}}(error) = \frac{1 - (1 - 2P_{be})^{N}}{2}$$
(35)

#### 2.4 数值仿真与分析

通过计算机数值仿真包括 FFIR 隐路径损耗与多径效应、GGD 海洋弱湍流以及含零/非零视轴指向误 差等混合衰落因素的串行中继 UWOC 系统的误码性能。为了获得式(4)中所需的无衰落信道冲激响应 FFIR h<sub>0</sub>(t),首先基于文献[26-27]的工作,搭建了一个适合于 UWOC 系统的信道冲激响应仿真平台,通过 MC 数值仿真来获取不同传输距离下的信道传输特性。其中 FFIR 及后续系统 BER 仿真所需的一些核心系 统参数如表1所示<sup>[14,26-27]</sup>。

Coefficient	Symbol	Value
Transmission rate	$R_{ m b}$	2 Gbps
Half divergence angle for laser beam	$ heta_{ m laser}^{ m div}$	0.01°/3°
Source wavelength	λ	532 nm
Asymmetric factor of HG model	g	0.924
Receiver half angle	$ heta_{ m FOV}$	40°
Laser beam waist radius	${W}_{ m r}$	3 mm
Total number of transmitted photons	$N_{ m t}$	$10^{9}$
Aperture diameter	$D_{0}$	20 cm
Photon weight survival threshold	${m W}_{ m th}$	$10^{-4}$
Quantum efficiency	η	0.8
Electron charge	q	$1.6 imes10^{-19}$
Planck constant	h	$6.626  imes 10^{-34}$
Underwater speed of light	$C_0$	$2.26 imes10^{8}$
Boltzmann constant	K	$1.38\times10^{-23}\mathrm{J/K}$
Equivalent temperature	Т	290 K
Filter bandwidth	В	10 GHz
Load resistance	$R_{ m L}$	$100  \Omega$
Transmission distance	Ζ	11.25/15/22.5/45 m
Scintillation index	$\sigma_{ m I}^{2}$	0.1074/0.3
GGD model shape parameters	С	3
Absorption and scattering coefficients (coastal waters)	( <i>a'</i> , <i>b'</i> )	$(0.179, 0.219) \mathrm{m}^{-1}$

表1 FFIR 及系统 BER 数值仿真主要参数<sup>[14,26-27]</sup>

图 2 给出了近海海岸水质中,采用 Gauss 波束激光源,当光束发散角分别为 0.01°和 3°时,UWOC 链路在 点对点传输距离为 11.25 m、15 m、22.5 m 以及 45 m 时的 FFIR 的仿真结果。可以看出:随着传输距离和激光 光束发散角的增加,归一化接收量化强度在逐步降低的同时时间色散也逐渐增大,即多径传输效应更加严 重。这表明光源工作于大发散角 θ 和长通信距离 Z 的情形下,传输信道中的多径效应对信号的传输将产生 极大的影响,即如果将仿真结果作为 FFIR 衰落系数并通过匹配滤波器将其作用在接收信号时,必须要考虑 ISI的影响。此外,对比同一光束发散角下链路距离加倍时(如11.25m和22.5m)接收机的FFIR数据可以 看出,其最大归一化接收光强间至少相差两个数量级,这说明,如果在中继节点等距布设的情形下,完全可 以忽略中继传输过程中某中继节点对后续节点,比如*R*<sub>i</sub>和*R*<sub>i+1</sub>之间的互扰影响,进而简化整个仿真的流程 和问题的分析。



图 2 近海海岸水质平行及扩散激光源 UWOC 链路 FFIR 仿真示例 Fig. 2 FFIRs of laser-based collimated and diffusive UWOC links in coastal waters

分别在零视轴和非零视轴这两种典型指向误差工作环境中,综合考虑隐路径损耗与多径效应、GGD弱海洋湍流以及视轴指向误差等复杂信道衰落因素作用下,核心系统参数的选择对串行中继UWOC系统平均误码性能的影响,给出相应的MC数值仿真来验证推导所得串行中继UWOC系统误码率理论表达式的准确性。

2.4.1 零视轴指向误差情形中继UWOC系统BER数值仿真与分析

图 3 和图 4 展示了在激光光束发散角 θ 分别为 0.01°和 3°时, 串行中继 UWOC 系统在不同的点对点链路 传播距离 d<sub>0</sub>以及不同抖动离差 σ<sub>8</sub>情形下,系统平均误码率理论值和 MC 仿真值随节点每比特平均发射功率 变化曲线。对比两组仿真结果可以清晰地观察到, 增大激光光束半发散角 θ 会导致更大的 FFIR 时延扩展, 进而引入不可忽略的符号间干扰 ISI,导致 UWOC 系统的误码性能急剧恶化。

具体来说,图 3(a)和(b)展示了激光光束发散角θ分别为0.01°和3°时,GGD 弱湍流环境下,固定接收机 孔径r=10 cm,抖动离差σ<sub>s</sub>=10 cm,传输速率R<sub>b</sub>=2 Gbps时,不同点对点链路距离d<sub>0</sub>对系统平均误码率 随节点每比特发射功率变化曲线的影响。从仿真结果可以看出:在总传输距离固定为45 m的情形下,随着 中继节点数N的不断增大(N=0,1,2,3分别对应图中的d<sub>0</sub>=45,22.5,15,11.25 m),串行中继UWOC系统 的误码率迅速降低,这是由于同比条件下中继链路距离的减小导致FFIR路径损耗也迅速减小的结果;不 过,随着光源发散角扩大导致的FFIR时延扩展的增加(图2所示FFIR仿真数据),即ISI的增强,这种误码 率性能方面的改善也有所下降,体现在仿真结果中是在同样发射功率条件下,不同 P2P链路距离所对应的 误码率曲线的BER值恶化明显。此外,当中继节点N=0时,无论θ值为多少,系统误码率皆非常高。这说 明,在近海海岸水质下,即便采用发散角很小的激光源来传输信号,如果不采用中继传输方案,45 m的直传 链路的通信质量基本无法令人接受。相反,引入串行中继节点后,系统误码性能大幅提升,且中继节点数越 多,系统误码性能越好。这说明通过采用中继辅助技术可以有效减少路径衰减给信号带来的不利影响,从 而实现长距离通信。



图 3 不同节点数目下,串行中继 UWOC 系统误码率理论值与仿真值随每比特平均发射功率变化曲线 ( $\sigma_s = 10 \text{ cm}, R_b = 2 \text{ Gbps}, r = 10 \text{ cm}, \sigma_1^2 = 0.1074$ )

Fig. 3 The theoretical and simulated BER values of the serial-relayed UWOC systems varying with the average transmission power per bit under different node numbers ( $\sigma_s = 10 \text{ cm}$ ,  $R_b = 2 \text{ Gbps}$ , r = 10 cm,  $\sigma_I^2 = 0.107 \text{ 4}$ )

图 4(a)和(b)展示了在激光光束发散角θ分别为0.01°和3°时,GGD 弱湍流环境中固定接收机孔径r= 10 cm,抖动离差σ<sub>s</sub>=20 cm,传输速率 R<sub>b</sub>=2 Gbps 时,不同点对点链路距离 d<sub>0</sub>对系统平均误码率随节点每 比特平均发射功率变化曲线的影响。对比图 3(a)和图 4(a),或图 3(b)和图 4(b),可以看出,同样系统参数设 置条件下,单独增大指向误差σ<sub>s</sub>同样会比较严重地恶化系统的误码率性能。这是因为指向误差会导致有效 落在接收机接收孔径内的光强大幅降低,从而导致系统误码率随发射功率变化曲线右移,即性能变差。图 3 和图 4 的仿真结果表明,光源发散角增大导致的 FFIR 时延扩展或者多径传播效应,以及指向误差抖动都会 对中继 UWOC 系统的误码性能产生比较大的影响。



图4 不同节点数目下,串行中继 UWOC 系统误码率理论值与仿真值随每比特平均发射功率变化曲线 ( $\sigma_s = 20 \text{ cm}, R_b = 2 \text{ Gbps}, r = 10 \text{ cm}, \sigma_1^2 = 0.1074$ )

Fig. 4 The theoretical and simulated BER values of the serial-relayed UWOC systems varying with the average transmission power per bit under different node numbers ( $\sigma_s = 20 \text{ cm}$ ,  $R_b = 2 \text{ Gbps}$ , r = 10 cm,  $\sigma_1^2 = 0.107 \text{ 4}$ )

此外,从图3和4还可以观察到,针对复杂衰落串行中继UWOC系统推导所得的误码率理论闭型表达 式计算值与计算机MC仿真值基本吻合,从侧面验证了所推导的GGD弱湍流环境含零视轴指向误差串行中 继UWOC系统误码率性能理论分析的准确信与合理性。

2.4.2 非零视轴指向误差情形中继UWOC系统BER数值仿真与分析

在非零视轴指向误差情形下,光束中心与光电探测器中心之间的初始固定位移产生偏差(此现象称为

非零视轴指向误差),导致系统性能相较于零视轴指向误差的情形进一步下降。因此,除了2.4.1节所考虑的 抖动离差的影响,还需要考虑视轴初始位移 s对中继 UWOC 系统性能的影响。

图 5~7展示了在激光光束发散角θ分别为0.01°和3°时,串行中继UWOC系统在不同点对点链路距离 d<sub>0</sub>、不同抖动离差σ<sub>s</sub>以及不同初始视轴位移s下,系统平均误码率理论值和MC仿真值随节点每比特平均发 射功率的变化曲线。从这三组对应的仿真结果可以明显观察到,光源初始发散角和多径传播效应、抖动离 差和初始视轴位移都会对中继UWOC系统的误码性能产生较大影响。



- 图5 不同节点数目下,串行中继UWOC系统误码率理论值与仿真值随每比特平均发射功率变化曲线 ( $\sigma_s = 2 \text{ cm}, R_b = 2 \text{ Gbps}, s = 5 \text{ cm}, \sigma_1^2 = 0.3$ )
- Fig. 5 The theoretical and simulated BER values of the serial-relayed UWOC systems varying with the average transmission power per bit under different node numbers ( $\sigma_s = 2 \text{ cm}, R_b = 2 \text{ Gbps}, s = 5 \text{ cm}, \sigma_1^2 = 0.3$ )



图6 不同节点数目下,串行中继UWOC系统误码率理论值与仿真值随每比特平均发射功率变化曲线( $\sigma_s = 7 \text{ cm}, R_b = 2 \text{ Gbps}, s = 5 \text{ cm}, \sigma_1^2 = 0.3$ )

Fig. 6 The theoretical and simulated BER values of the serial-relayed UWOC systems varying with the average transmission power per bit under different node numbers ( $\sigma_s = 7 \text{ cm}, R_b = 2 \text{ Gbps}, s = 5 \text{ cm}, \sigma_1^2 = 0.3$ )

具体来说,图 5(a)和(b)给出了激光光源初始发散角 $\theta$ 分别为 0.01°和 3°时,GGD 弱湍流环境下,固定接 收机孔径 r = 10 cm、抖动离差  $\sigma_s = 2$  cm、传输速率  $R_b = 2$  Gbps、视轴位移 s = 5 cm 时,不同点对点链路距离  $d_0$  对系统平均误码率随节点每比特发射功率变化曲线的影响。从仿真结果可以看出:与零视轴指向误差情 形相同,引入中继节点极大地改善了长距离 UWOC 系统的误码性能,且系统误码率随中继节点数 N的增加 而迅速降低;同时,因光源发散角 $\theta$ 的扩大而导致不可忽略的 ISI,将使系统在相同的发射功率和中继节点个数 N下获得更大的误码率,即恶化了中继节点数的引入对系统 BER 性能的改善。

图 6(a)和(b)演示了在光束发散角θ分别为0.01°和3°时,GGD弱湍流环境中,抖动离差增大到



图7 不同节点数目下,串行中继 UWOC 系统误码率理论值与仿真值随每比特平均发射功率变化曲线( $\sigma_s = 7 \text{ cm}, R_b = 2 \text{ Gbps}, s = 10 \text{ cm}, \sigma_1^2 = 0.3$ )

Fig. 7 The theoretical and simulated BER values of the serial-relayed UWOC systems varying with the average transmission power per bit under different node numbers ( $\sigma_s = 7 \text{ cm}, R_b = 2 \text{ Gbps}, s = 10 \text{ cm}, \sigma_1^2 = 0.3$ )

 $\sigma_s = 7 \text{ cm}$ ,其他参数仍然保持不变,即接收机孔径r = 10 cm、传输速率 $R_b = 2 \text{ Gbps}$ 、视轴初始位移s = 5 cm时,不同点对点链路距离 $d_o$ 对系统平均误码率随节点平均发射功率变化曲线的影响。对比图 5(a)和图 6(a),以及图 5(b)和图 6(b)可以看出,在同样系统参数设置条件下,增大抖动离差 $\sigma_s$ 时,因入射光轴发生径向抖动,落在接收机孔径中的高斯光束光强发生由强至弱的随机变化,从而导致非零视轴指向误差情形下UWOC系统误码率增大即误码性能发生恶化的现象。图 5 和图 6 的仿真结果表明,与零视轴指向误差工作情形相类似,存在非零视轴指向误差时,FFIR导致的多径效应,以及指向误差抖动 $\sigma_s$ 都会对中继UWOC系统的误码性能产生较大的影响。

图 7(a)和(b)展示了在激光光束发散角  $\theta$ 分别为 0.01°和 3°时,GGD 弱湍流环境中当固定接收机孔径 r=10 cm、抖动离差  $\sigma_s$ =7 cm、传输速率  $R_b$ =2 Gbps,而视轴位移增大到 s=10 cm时,不同点对点链路距离  $d_0$ 对系统平均误码率随节点每比特平均发射功率变化曲线的影响。对比图 7(a)和图 6(a),以及图 7(b)和 图 6(b)可以看出,同样系统参数设置条件下,随着初始视轴误差s的增大,平均误码率随平均发射功率变化 曲线将会进一步右移,说明系统的误码性能随着视轴误差的增大下降。究其原因可明显得到:初始视轴误 差s代表高斯波束指向接收机中心点的初始偏移程度,偏移越大,表明高斯光波束在接收机平面内的初始落 点与接收机的中心距离越远,加之接收机平面处高斯波束光强的指数衰减特性,落在接收机有限孔径面积 内容的光强自然更小,系统的误码性能也会进一步恶化。

此外,从图 5~7还可以观察到,GGD 弱湍流环境非零视轴指向误差复合衰落信道情形下,所给出的有 关串行中继UWOC系统平均误码率理论计算值与MC数值仿真结果基本吻合,从仿真层面验证了推导的非 零视轴指向误差串行中继UWOC系统误码率理论表达式的正确性。

## 3 结论

本文综合考虑了 FFIR 隐路径损耗与多径效应、GGD 弱海洋湍流,以及存在零/非零视轴指向误差的聚 合衰落信道中,串行中继UWOC系统的平均误码性能。理论分析与数值仿真结果表明:对于近海海岸水 质,既便是采用窄发散角的平行 Gauss 波束激光源的发射信号也基本上无法保证45 m 的可靠点对点传输; 不过随着中继节点的引入,这种长距离传输则变得可能,并且随着中继节点个数的增加,同样发射功率下误 码性能快速下降,表明串行中继系统确实极大地改善了系统的误码性能;而视轴指向误差和湍流的引入,即 随着标志着指向误差大小的抖动离差值和初始视轴位移值,以及标志着湍流强度的闪烁指数值的不断增 大,中继节点个数下的系统误码率性能亦会下降明显;特别地,光源初始散射角增大导致的FFIR时延扩展, 即 ISI,会对系统性能将产生严重影响,在不考虑干扰抵消技术的前提下,当光源初始散射角由 0.01°增大到 3°时,获取同样误码率需要增大发射功率 10~15 dBm,因此UWOC系统的性能分析不能忽略FFIR 的因素。 此外,本文提供的MC数值仿真值和误码率理论计算值非常吻合,从侧面验证了推导的复杂混合衰落信道下 中继UWOC系统平均误码率理论闭型表达式的准确性,可以为中继UWOC系统的误码性能分析提供理论 计算支撑。

#### 参考文献

- [1] SUN Xiaobin, KANG Chunhong, KONG Meiwei, et al. A review on practical considerations and solutions in underwater wireless optical communication[J]. Journal of Lightwave Technology, 2020, 38(2): 421-431.
- [2] ALI M F, JAYAKODY D N, LI Y. Recent trends in underwater visible light communication (UVLC) systems[J]. IEEE Access, 2022, 10: 22169–22225.
- [3] QADAR R, QAIM W B, NURMI J, et al. Effects of multipath attenuation in the optical communication-based internet of underwater things[J]. Sensors, 2020, 20(21): 6201.
- [4] SHARIFZADEH M, AHMADIRAD F. Performance analysis of underwater wireless optical communication systems over a wide range of optical turbulence[J]. Optics Communications, 2018, 427: 609-616.
- [5] ZHANG Shi, ZHANG Li, WANG Zhaocheng, et al. On performance of underwater wireless optical communications under turbulence[C]. 2020 IEEE 17th Annual Consumer Communications & Networking Conference (CCNC), 2020.
- [6] ZOU Zhengxing, WANG Ping, CHEN Wenwen, et al. Average capacity of a UWOC system with partially coherent Gaussian beams propagating in weak oceanic turbulence [J]. Journal of the Optical Society of America A, 2019, 36(9): 1463-1474.
- [7] JAMALI M V, NABAVI P, SALEHI J A. MIMO underwater visible light communications: comprehensive channel study, performance analysis, and multiple-symbol detection [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2018, 67 (9): 8223-8237.
- [8] HUANG Aiping, TAO Linwei, WANG Cheng, et al. Error performance of underwater wireless optical communications with spatial diversity under turbulence channels[J]. Applied Optics, 2018, 57(26):7600-7608.
- [9] FU Yuqing. BER of underwater wireless optical communication systems with SIMO detection over strong oceanic turbulence[J]. Journal of Optical Communications, 2019, 43(2019): 311-318.
- [10] RAMAVATH P N, UDUPI S A, KRISHNAN P. High-speed and reliable underwater wireless optical communication system using multiple-input multiple-output and channel coding techniques for IoUT applications [J]. Optics Communications, 2020, 461(2020): 125229.
- [11] JIANG Hongyan, QIU Hongbing, HE Ning, et al. Performance of spatial diversity DCO-OFDM in a weak turbulence underwater visible light communication channel[J]. Journal of Lightwave Technology, 2020, 38(8): 2271-2277.
- [12] ZEDINI E, OUBEI H M, KAMMOUN A, et al. Unified statistical channel model for turbulence-induced fading in underwater wireless optical communication systems [J]. IEEE Transactions on Communications, 2019, 67(4): 2893– 2907.
- [13] OUBEI H M, ZEDINI E, ELAFANDY R T, et al. Simple statistical channel model for weak temperature-induced turbulence in underwater wireless optical communication systems[J]. Optics Letters, 2017, 42(13): 2455–2458.
- [14] JAMLI M V, MIRANI A, PARSAY A, et al. Statistical studies of fading in underwater wireless optical channels in the presence of air bubble, temperature, and salinity random variations[J]. IEEE Transactions on Communications, 2018, 66 (10):4706-4723.
- [15] JAMALI M V, CHIZARI A, SALEHI J A. Performance analysis of multi-hop underwater wireless optical communication systems[J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2017, 29(5): 462-465.
- [16] LE-TRAN M, KIM S. Performance analysis of multi-hop underwater wireless optical communication systems over exponential-generalized gamma turbulence channels [J]. IEEE Trans. on Vehicular Technology, 2022, 71(6): 6214-6227.
- [17] LI Sai, YANG Liang, COSTA D BD A, et al. Performance analysis of UAV-based mixed RF-UWOC transmission systems[J]. IEEE Transactions on Communications, 2021, 69(8): 5559-5572.
- [18] SARMA P, DEKA R, ANEES S. Performance analysis of DF based mixed triple hop RF-FSO-UWOC cooperative system[C]. 2020 IEEE 92nd Vehicular Technology Conference, Victoria: IEEE, 2020:1-5.
- [19] LIN Zhiru, XU Guanjun, ZHANG Qinyu, et al. Average symbol error probability and channel capacity of the underwater wireless optical communication systems over oceanic turbulence with pointing error impairments [J]. Optics Express, 2022, 30(9): 15327-15343.
- [20] FU Yuqing, DUAN Qi, HUANG Chengti, et al. Average BER performance of rectangular QAM-UWOC over strong oceanic turbulence channels with pointing error[J]. Optics Communications, 2020,476: 126362.
- [21] PRUDNIKOV A P, BRYCHKOV Y A, MARICHEV O I. Integrals and Series, Vol.3: More Special Functions[M]. Amsterdam: Gordon and Breach Science Publishers, 1986.
- [22] FANG Xu, KHALIGHI M A, BOURENNANE S. Impact of different noise sources on the performance of PIN- and

APD-based FSO receivers[C]. International Conf. on Telecommunications. Graz, Austria: IEEE, 2012: 211-218.

- [23] FAN Xingjie, NIU Jianyu, CHENG Julian, et al. Few-mode fiber-based free-space optical communication with nonzero boresight pointing errors[J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2021, 33(10): 519-522.
- [24] GRADSHTEYN I S, RYZHIK I M. Table of integrals, series and products [M]. Academic Press, San Diego, Calif, USA, 8th edition, 2014.
- [25] BINH L N. Optical fiber communication systems with MATLAB and Simulink models [M]. CRC Press, Boca Raton, FL, USA, 2nd edition, 2015.
- [26] GABRIEL C, KHALIGHI M A, BOURENNANE S, et al. Monte-Carlo-based channel characterization for underwater optical communication systems[J]. Journal of Optical Communications and Networking, 2013, 5(1): 1-12.
- [27] COX W C. Simulation, modeling, and design of underwater optical communication systems. [D]. Raleigh: North Carolina State University, 2012.

# Error Performance Analysis of Serial-relayed Underwater Wireless Optical Communication Systems over Generalized Gamma Distribution Weak Turbulence Environment with Pointing Error

WANG Yixu, LI Yueheng, HUANG Ping, JU Meiyan

(School of Computer and Information, Hohai University, Nanjing 211100, China)

**Abstract**: The channel fading generated by seawater absorption and scattering, oceanic turbulence, and pointing error will severely reduce the communication quality of an Underwater Wireless Optical Communication (UWOC) system. Many scholars directly transplanted the weak atmospheric turbulence model to depict the oceanic turbulence statistics, and this had been proven to be incorrect by a series of laboratory measurements and associated data-fitting tests. So, it is obviously of great significance to study and evaluate the effects of a composite fading channel on the key performance of the UWOC system, especially with a proper weak oceanic turbulence model.

In this paper, the Generalized Gamma Distribution (GGD) verified by a series of experimental tests was selected to characterize the weak oceanic turbulence. Then, a new hybrid fading channel model was proposed to more reasonably simulate the communication environment in the ocean, which had integrated the GGD weak turbulence, the zero/nonzero boresight pointing error, the implicit path loss and multipath propagation effect characterized by Fading Free Impulse Response (FFIR). Next, the mathematical expressions of the Probability Density Function (PDF) considering GGD weak turbulence and zero/ nonzero boresight pointing errors were derived using higher transcendental Meijer-G and Whittaker functions. Subsequently, based on this, the closed-form expressions of the average Bit Error Rate (BER) were derived for the serial-relayed UWOC systems with both zero and nonzero boresight pointing errors, respectively. Finally, the accuracy and rationality of the derived closed-form formulas for the average bit error rate of the relaying UWOC system derived above were verified by some Monte Carlo numerical simulations; meanwhile, the influences of different key parameters on the system BERs were also investigated.

The results show that the introduction of serial relaying nodes can effectively improve the end-to-end BER performance of the UWOC systems in a long-distance communication environment. With the increase of the relaying nodes number, the system's BER decreases rapidly at the same transmission power, indicating that the serial-relayed scheme dramatically improves the performance. For instance, if the end-to-end distance is fixed as 45 m and the target BER is set to be  $10^{-3}$ , under the zero boresight pointing error condition, the required node transmission power will be reduced to 24 dBm, 12 dBm, and 6 dBm, respectively, when the relaying node number is assumed to be 1 to 3 individually. Similar to the working situation of zero boresight pointing error, when there is a non-zero boresight pointing error, the serial relaying node still effectively improves the system's BER performance. Unfortunately, the delayed spread expansion of the FFIR caused by the increase of the initial divergence angle of light source, that is, the so-called Inter-symbol Interference (ISI), will seriously degrade this performance improvement. For example, when the initial divergence angle is increased from 0.01° to 3°, the transmission power needs to

be increased in general by about  $10\sim15$  dBm to obtain the same BER compared with the original transmission one. In addition, the jitter standard deviation and the initial boresight displacement associated with the pointing error will also significantly impact the BER performance of the relaying UWOC systems. For instance, if the jitter standard deviation is enhanced from 10 cm to 20 cm, the node transmission power needs to be increased by nearly  $20\sim25$  dBm to achieve the same BER value; meanwhile, when the initial boresight displacement increases from 5 cm to 10 cm, the transmission power needs to be added by about 5 dBm to reach the same BER target. Therefore, when one considers the BER evaluation of the serial-relayed UWOC systems, it is necessary to consider the impacts of the initial divergence angle, the jitter standard deviation, and the initial boresight displacement on performance thoroughly. The analytical results of this paper can provide calculation support for analyzing the BER performance of the relaying UWOC systems.

**Key words**: Underwater wireless optical communication; Serial relaying; Performance analysis; Bit error rate; Generalized Gamma distribution

**OCIS Codes:** 060.2605; 060.4510; 010.4455

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (Nos. U23B20144, 61832005), Project on Excellent Post-graduate Dissertation of Hohai University (No. 422003516)